



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра экспериментальной физики атмосферы

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**  
(магистерская диссертация)

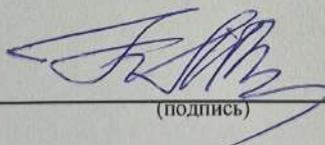
На тему: «Влияние ветровых волн на параметр шероховатости и  
коэффициент сопротивления динамически гладкой  
поверхности»

Исполнитель **Бухарев Антон Андреевич**  
(фамилия, имя, отчество)

Руководитель кандидат физико-математических наук, доцент  
(ученая степень, ученое звание)

**Егоров Кирилл Леонидович**  
(фамилия, имя, отчество)

«К защите допускаю»  
Заведующий кафедрой



(подпись)

Кандидат физико-математических наук, доцент  
(ученая степень, ученое звание)

**Восканян Карина Левановна**  
(фамилия, имя, отчество)

« 4 » июня 2025г.

Санкт-Петербург  
2025

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	3
<b>ГЛАВА 1. ПРИЗЕМНЫЙ СЛОЙ АТМОСФЕРЫ НАД ТВЕРДОЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ</b> .....	11
1.1 Основные положения теории турбулентного приземного слоя .....	11
1.2 Характер вертикального распределения параметров воздушного потока .....	13
<b>ГЛАВА 2. ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПРИВОДНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ</b> .....	21
2.1 Структура приводного слоя атмосферы.....	21
2.2 Шероховатость динамически гладкой и шероховатой поверхности.....	30
2.3 Коэффициент сопротивления .....	36
2.4 Формирование волнового потока импульса .....	41
<b>ГЛАВА 3. МОДЕЛИ ПРИВОДНОГО СЛОЯ НАД ВЗВОЛНОВАННОЙ ДИНАМИЧЕСКИ ГЛАДКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ</b> .....	45
3.1 Описание моделей и согласование констант .....	45
3.2 Модель с явным учетом вязкого подслоя .....	50
3.3 Модель с параметризацией вязкого подслоя .....	55
3.4 Волновой поток импульса и волновой спектр .....	57
3.5 Численная реализация.....	62
<b>ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ</b> .....	67
4.1 Моделирование без учета волнового потока импульса .....	67
4.1 Моделирование с учетом волнового потока .....	71
<b>Заключение</b> .....	86

## 1 ВВЕДЕНИЕ

Современная климатология, морская метеорология и прикладная гидродинамика сталкиваются с необходимостью всё более точного описания процессов обмена импульсом и энергии на границе атмосферы и океана. Механизмы взаимодействия атмосферы с морской поверхностью определяют фундаментальные процессы переноса импульса, тепла и массы между двумя крупнейшими компонентами климатической системы Земли. Приводной слой атмосферы, расположенный в непосредственной близости от поверхности океана, представляет собой зону интенсивных обменных процессов, протекающих на фоне высокой пространственно-временной неоднородности потока. Одним из ключевых факторов, модифицирующих структуру этого слоя, выступают ветровые волны — динамические образования, формирующиеся на границе воздух–море под действием атмосферного давления и сдвига скорости.

Даже при кажущейся незначительности отдельных возмущений, влияние волн на структуру приземного атмосферного потока проявляется уже на масштабах менее 1 метра. Изменение формы и подвижности подстилающей поверхности влечёт за собой модификацию касательных напряжений, нарушение изотропии турбулентности и формирование дополнительных компонентов потока импульса, включая волновой вклад. Эти процессы особенно чувствительны к состоянию поверхности — от аэродинамически гладкой, когда молекулярная вязкость доминирует над турбулентными пульсациями, до выраженной шероховатой, где волны становятся источником вторичных возмущений в воздушном потоке.

Наиболее ярко данное влияние проявляется в изменении вертикального профиля скорости ветра и параметров аэродинамического сопротивления. В условиях динамически гладкой поверхности, наблюдаемых при слабом ветре и приглушенном волнении, структура воздушного потока сохраняет ламинарные свойства вблизи границы раздела, а профиль скорости

аппроксимируется линейной или логарифмической зависимостью с отсутствием явного влияния шероховатости. Однако, даже в этих условиях волны могут вносить вклад в поле напряжений, особенно за счёт капиллярных колебаний и длиннопериодных составляющих.

Современные численные модели, применяемые для расчёта обмена на границе океан–атмосфера, всё чаще требуют параметризации, учитывающей не только механическую, но и спектральную природу волнового поля. Особый интерес представляет вопрос, как изменяется коэффициент аэродинамического сопротивления  $C_d$ .

Исследования последних лет показывают, что даже незначительное увеличение крутизны или длины волны способно существенно изменить значения  $z_0$  и, соответственно, повлиять на профиль скорости. Актуальность изучения этих эффектов обуславливается не только фундаментальными задачами геофизической гидродинамики, но и прикладными аспектами прогноза погоды, моделирования циклоногенеза, работы оффшорной энергетики и так далее. Недостаточный учёт влияния волн на аэродинамические параметры в пограничном слое приводит к существенным ошибкам в численных моделях, особенно в прибрежных районах и в зонах со сложной стратификацией. Кроме того, переход от гладкой к шероховатой поверхности может быть резким и нелинейным, что предъявляет дополнительные требования к используемому математическому аппарату.

Тем не менее, несмотря на значительный прогресс в наблюдениях и моделировании, вопросы, касающиеся точного количественного описания влияния волн на профиль скорости и сопротивление при аэродинамически гладких условиях, остаются открытыми. Это объясняется как ограниченностью полевых данных при слабом ветре, так и трудностями высокоточного измерения вблизи поверхности. Существенная доля неопределённости сохраняется при параметризации переходных режимов, когда волны ещё не разрушают ламинарную структуру потока, но уже внося дополнительный поток импульса.

Исследование взаимодействия атмосферы с морской поверхностью в приповерхностной зоне восходит к середине XX века, когда была сформулирована первая теоретическая модель турбулентного пограничного слоя над океаном. Основу этого подхода составил логарифмический закон распределения скорости, впервые применённый к морской поверхности в работе Н. Charnock (1955) [1], где была предложена зависимость аэродинамической шероховатости от скорости трения. Эта формула положила начало параметризации шероховатости в условиях развитого волнения и до сих пор широко используется в различных модификациях. Значительный вклад в эмпирическую калибровку сопротивления морской поверхности внесли исследования Large & Pond (1981) [2], где были получены зависимости коэффициента аэродинамического сопротивления  $C_d$  от скорости ветра на основе данных с метеобуёв и платформ. Эти данные легли в основу параметризаций, использовавшихся в ранних моделях циркуляции атмосферы.

Значительное развитие концепция волнового потока импульса (wave-induced stress) получило в работе Belcher & Hunt (1993) [3], где было показано, что поверхностные гравитационные волны могут вносить существенный вклад в общее касательное напряжение на границе фаз. Это открытие стало базой для последующих моделей, учитывающих взаимодействие между турбулентными и волновыми компонентами потока.

Одной из первых попыток включить спектральные характеристики волнового поля в модель сопротивления стала статья Janssen (1991) [4], опубликованная в *Journal of Physical Oceanography*. Автор предложил учитывать фазовую скорость и направление волн при расчёте сопротивления, что позволило отчасти объяснить зависимость  $C_d$  от стадии развития волнения.

Важную эмпирическую базу сформировали результаты программы HEXOS (Humidity Exchange over the Sea, 1986). В отчётах проекта, особенно в работах Smith et al. (1992) [6], была показана сложная зависимость между

структурой потока и морским волнением. Эти данные стали основой для разработки параметризаций, учитывающих нестационарность и неоднородность потока. Серьёзный прорыв в понимании микрофизики взаимодействия достигнут в рамках проекта COARE (Coupled Ocean–Atmosphere Response Experiment). В работах Fairall et al. (1996, 2003) [6,7] была предложена усовершенствованная схема расчёта потоков при слабом и умеренном ветре. Модель COARE-3.0 учитывает стратификацию, шероховатость и влияние волн, и в настоящее время широко используется в климатических моделях. Моделирование турбулентной структуры в приповерхностном слое развивалось в рамках LES (Large Eddy Simulation).

Влияние волн на вихревую структуру было воспроизведено в высокоразрешающих LES-моделях Sullivan et al. (2004, 2008) [8,9]. Эти работы показали, что наличие волн не только модифицирует вертикальный профиль скорости, но и влияет на характер турбулентных пульсаций, особенно в буферной зоне. Работы Kudryavtsev & Makin (2004, 2007) [10,11] развили идеи волновой параметризации и предложили аналитическую модель, в которой аэродинамическое сопротивление зависит от спектра волн и их фазовой скорости. Эти исследования, опубликованные в *Journal of Physical Oceanography*, объясняют снижение  $C_d$  при сильных встречных волнах, не связанных с локальным ветром.

Ряд наблюдательных подтверждений был получен в экспедициях с использованием дрейфующих буёв и платформы R/P FLIP. В частности, Edson et al. (2004, 2013) [12,13] продемонстрировали, что при высоких скоростях ветра рост коэффициента сопротивления приостанавливается, а при ураганных условиях даже снижается. Это объясняется ростом шероховатости вследствие образования пены и аэрозолей. Однако, эти работы рассматривали преимущественно скорости ветра, превышающие 10 м/с, в то время как штилевые или условия слабого ветра рассмотрены в меньшей степени.

Сложности в описании перехода от ламинарной структуры к турбулентной, характерной для аэродинамически гладкой поверхности, были подробно рассмотрены в монографии Csanady (2001) “Air-Sea Interaction: Laws and Mechanisms” [14]. Автор подчёркивает, что даже при слабом волнении может возникать микротурбулентность, нарушающая классические предположения о профиле скорости. Современные данные дистанционного зондирования, в том числе с использованием лидара и скаттерометров, анализировались в работах Kukulka et al. (2011) [15]. Эти исследования позволили зарегистрировать вертикальную структуру скорости ветра с шагом в десятки сантиметров, что критично для валидации LES-моделей.

Наконец, в обзоре Högström et al. (2015) [16] представлена обобщающая картина эволюции взглядов на аэродинамическое сопротивление над морем.

Так же стоит отметить

Авторы подчёркивают необходимость разделения касательных напряжений на вязкие, турбулентные и волновые составляющие при любых скоростях ветра и типах волнения. В совокупности перечисленные работы формируют теоретический и эмпирический фундамент, на котором строится современное понимание взаимодействия воздуха и воды в приводном слое атмосферы. Их выводы и подходы легли в основу современных численных моделей, применяемых в климатических исследованиях, прогнозировании погоды и инженерной практике в условиях морского ветра.

На сегодняшний день проблема описания взаимодействия между атмосферой и морской поверхностью остаётся актуальной и многогранной, особенно в контексте уточнения параметров обмена импульсом, энергии и массы в приповерхностной зоне. Вопросы, касающиеся распределения скорости ветра и параметризации коэффициента сопротивления, приобретают особую значимость в задачах прогноза погоды, климатического моделирования, а также при разработке морских и береговых инженерных сооружений.

Одним из центральных направлений современных исследований является уточнение зависимости коэффициента аэродинамического сопротивления от параметров волн. Экспериментальные данные, полученные в последние десятилетия, показали, что традиционные логарифмические модели, построенные для суши, оказываются недостаточно точными при применении к морской поверхности. Это обусловлено тем, что волны, особенно находящиеся в стадии роста, изменяют структуру потока, включая механизмы переноса импульса.

Современные модели сопротивления учитывают спектральные характеристики волнового поля, его направленность, фазовую скорость и соотношение с вектором ветра. Такие модели предполагают не только эмпирические зависимости, но и физически обоснованные параметры, вытекающие из гидродинамических соотношений и уравнений движения. Особое внимание уделяется роли волнового потока импульса, который может достигать значительных значений и влиять на величину обобщённого потока в приповерхностной зоне.

Несмотря на значительный прогресс, остаются открытыми вопросы, касающиеся точного описания переходных режимов — от аэродинамически гладкой к шероховатой поверхности, а также влияния волн. В настоящее время разрабатываются гибридные модели, сочетающие физические и статистические подходы, способные адаптироваться к меняющимся условиям в режиме реального времени.

Современное состояние проблемы характеризуется интенсивным развитием как теоретических, так и прикладных аспектов. В центре внимания находятся уточнение физических механизмов обмена, разработка универсальных параметризаций и интеграция наблюдательных данных с высокоточными численными моделями.

В качестве примера необходимости дальнейших исследований приведем тот факт, что значения безразмерного коэффициента для параметра шероховатости для параметризации аэродинамически гладкой поверхности

(приводится в главе 2), впервые были получены экспериментально в 1933 и с тех пор приводятся в исследованиях практически без уточнений или изменений.

Целью настоящей работы является изучение связи параметров вязкого подслоя с шероховатостью морской поверхности, уточнение параметра шероховатости и количественная оценка влияния ветровых волн на вертикальный профиль скорости ветра и коэффициент аэродинамического сопротивления при помощи численного моделирования в условиях динамически гладкой поверхностью. Особенность подхода заключается в сравнительном анализе двух моделей: в одной вязкий подслоя моделируется непосредственно, на основе решения системы уравнений в которых явно учитывается вязкий перенос импульса; во второй его влияние включается через параметризованные граничные условия. Оценка согласованности этих подходов и определение диапазона условий, при которых параметризация оказывается оправданной, составляет основное направление исследования.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

1. Модификация численного алгоритма. Реализуется метод согласования моделей по значению скорости ветра на высоте 10 м. Это требует создания итерационного механизма, подбирающего численные параметры до тех пор, пока профиль ветра в обеих моделях не станет сопоставимым на целевой высоте. Такой подход позволяет обеспечить физическую обоснованность результатов.
2. Проверка корректности моделей в базовом режиме. Осуществляется валидация расчётных профилей в отсутствии волн на основе аналитического решения уравнений для нейтрального пограничного слоя. Сравнение с теоретическим логарифмическим профилем позволяет оценить точность численного метода и выявить возможные источники погрешности до введения волнового воздействия.
3. Выбор и внедрение алгоритма для получения спектра волн.

4. Проведение серии численных экспериментов. В рамках расчетов моделируются профили ветра для различных условий волнения, как при явном, так и параметризованном моделировании вязкого подслоя. Полученные данные позволяют оценить чувствительность модели к спектральным характеристикам волн, а также сравнить внутреннюю структуру потока в обеих схемах.

5. Анализ допустимости параметризации вязкого подслоя. На основе сопоставления результатов обеих моделей делается вывод о диапазоне условий, при которых использование параметрических зависимостей вместо явного моделирования не приводит к существенным искажениям в расчёте профиля скорости и сопротивления. Оценивается также влияние выбранного спектра волн на адекватность параметризации.

## 2 ГЛАВА 1. ПРИЗЕМНЫЙ СЛОЙ АТМОСФЕРЫ НАД ТВЕРДОЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

### 1.1 Основные положения теории турбулентного приземного слоя

В условиях нейтральной стратификации, когда вертикальный перенос тепла отсутствует, структура приземного слоя атмосферы определяется исключительно механическими (динамическими) процессами. Основным фактором, влияющим на распределение ветра и других метеорологических величин в этом случае, становится взаимодействие турбулентных пульсаций с шероховатостями подстилающей поверхности.

В отсутствие температурной стратификации вертикальный профиль средней скорости ветра подчиняется логарифмическому закону. Это решение вытекает из уравнений механического баланса и гипотезы о пропорциональности касательного напряжения вертикальному градиенту скорости при наличии турбулентного обмена. С учётом влияния шероховатости, выражение для вертикального распределения скорости в пределах приземного слоя принимает следующий вид:

$$U(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (1.1.1)$$

где  $U(z)$  – скорость ветра на высоте  $z$ ;  $u_*$  – динамическая (фрикционная скорость);  $\kappa$  – постоянная фон Кармана, а  $z_0$  – параметр шероховатости поверхности.

Параметр шероховатости – это характеристика поверхности отличная от нуля, на которой скорость ветра обращается в ноль. В работах Мони́на и Зилитинкевича [19,20] подробно объясняется необходимость введения в расчеты этого параметра, который, фактически, представляет собой математическое отображение подстилающей поверхности.

Для случая нейтральной стратификации, (которая преимущественно и рассматривается в данной работе) Коэффициент турбулентной вязкости

(обмена импульсом) линейно возрастает с высотой и выражается формулой [19,20]:

$$k(z) = ku_*z \quad (1.1.2)$$

что отражает пропорциональность масштаба турбулентных вихрей расстоянию от поверхности в отсутствие стратификации.

В заключение данного параграфа отдельно обсудим вопрос о шероховатости водной поверхности. При отсутствии взаимодействия с воздушным потоком водная поверхность, в отличие от поверхности суши, не содержит неровностей. Шероховатость водной поверхности вызывается действием прилегающего к ней движущегося слоя воздуха, поддерживается за счет передачи импульса и энергии к ней и принимает форму ветроволнового, взаимодействия. При этом мелкомасштабные шероховатости морской поверхности представляют собой сложную совокупность гравитационных волн и капиллярной ряби. Высота гравитационных волн должна зависеть от динамического воздействия воздушного потока, характеризуемого динамической скоростью  $u_*$ , и от ускорения свободного падения  $g$ . Анализ размерностей такой зависимости приводит к соотношению

$$h_s = f_h(u_*, g) \sim \frac{u_*^2}{g} \quad (1.1.3)$$

Параметр шероховатости при этом выражается формулой

$$z_0 = m_g \frac{u_*^2}{g} \quad (1.1.4)$$

известной как гипотеза Чарнока-Эллисона (или просто формула Чарнока).

После детального анализа данных наблюдений при различном характере волнения обнаружилась зависимость параметра шероховатости от фазовой скорости волн  $C_\phi$ , так что

$$m_v = f_v(u_*, C_\phi) = f_v f_m(\Omega) \quad (1.1.5)$$

Здесь  $\Omega \equiv \nu_*/C_\Phi$  – параметр возраста (развития) волны.

## 1.2 Характер вертикального распределения параметров воздушного потока

Формула (1.1.1) выводится из общего положения о распределении метеорологических элементов с высотой в условиях нейтральной стратификации [19,20]:

$$f(z_2) - f(z_1) = F_0 \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{k(z)} = \frac{F_0}{\nu_* \kappa} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{z} = \frac{F_0}{\nu_* \kappa} \ln \frac{z_2}{z_1} \quad (1.2.6)$$

где  $F_0$  – безразмерная функция, характеризующая поток метеорологической величины в вертикальном направлении.

Уравнение (1.2.6) можно переписать для случая, когда интегрирование проводится от нижней границы ( $z_0$ ) до некоторого уровня  $z$ .

$$f(z) = f(0) + \frac{F_0}{\nu_* \kappa} \ln \frac{z}{z_0} \quad (1.2.7)$$

Последовательно полагая  $f = \{u, \theta, q\}$ , получим выражения для вертикальных профилей указанных метеорологических величин в приземном слое при нейтральной стратификации

$$f \equiv u \rightarrow F_0 = \nu_*^2 \rightarrow u(z) = \frac{\nu_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0} \quad (1.2.8)$$

$$f \equiv \theta \rightarrow F_0 = -\frac{P_0}{\rho C_p} = 0 \rightarrow \theta(z) = \theta(z_0) = \text{Const} \quad (1.2.9)$$

$$f \equiv q \rightarrow F_0 = -\frac{E_0}{\rho} \rightarrow q(z) = q(z_0) - \frac{E_0}{\rho \nu_* \kappa} \ln \frac{z}{z_0} \quad (1.2.10)$$

Из формул (1.2.8) и (1.2.10) видно, что при нейтральной стратификации имеют место логарифмические профили скорости ветра и массовой доли водяного пара (рисунок 1). Обратим внимание, что  $\nu_* > 0$ , а  $q_* = -E_0/\rho \nu_* < 0$ , а это соответствует увеличению скорости ветра и уменьшению массовой доли водяного пара с высотой. При этом из соотношения (6.69) видно, что

при нейтральной стратификации потенциальная температура с высотой не изменяется.

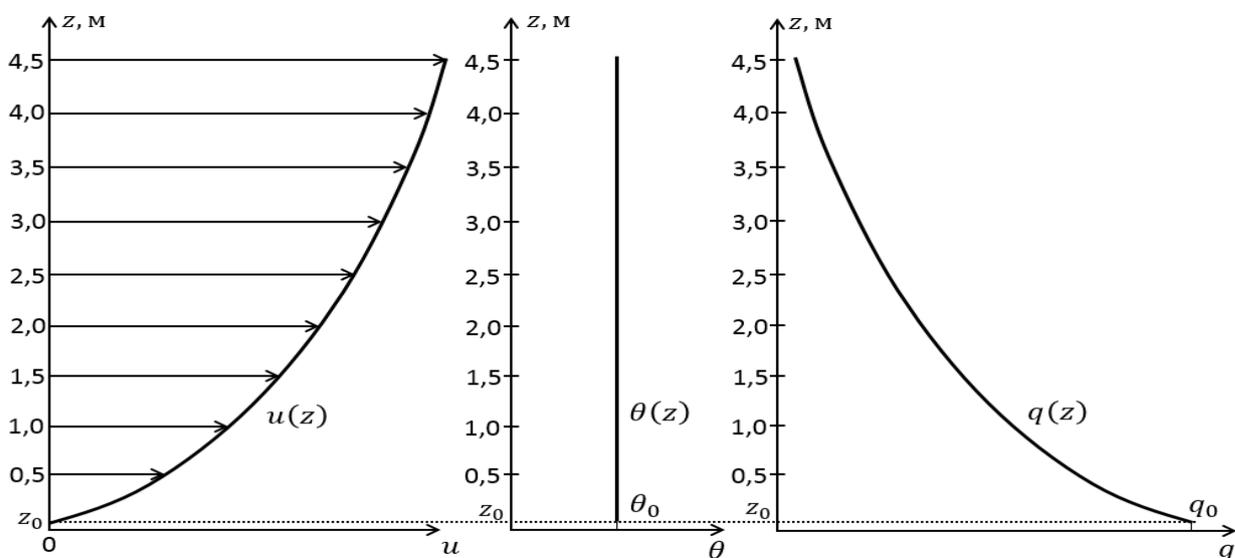


Рисунок 1. Вертикальные профили метеорологических величин в приземном слое при нейтральной стратификации.

В реальных условиях поверхность океана представляет собой динамически активную среду, на которой формируется спектр гравитационно-капиллярных волн, обусловленных действием ветра. Эти волны могут иметь различную направленность, длину и амплитуду, что приводит к модификации граничного слоя атмосферы. В частности, волны индуцируют осциллирующие движения частиц воздуха, создают дополнительную турбулентность и влияют на структуру касательного напряжения на границе фаз. В результате, распределение скорости ветра отклоняется от классического логарифмического профиля, особенно в непосредственной близости к поверхности воды.

Одним из ключевых эффектов, обусловленных наличием волн, является формирование волнового потока импульса (wave-induced stress). Это явление возникает в результате передачи части импульса от атмосферного потока к движущейся поверхности волн и обратно. Как показано в работах [4], Donelan et al. (1993) [21], часть касательного напряжения на поверхности

может быть обусловлена не только турбулентными, но и волновыми процессами, что требует учёта дополнительных параметров, таких как фазовая скорость волн, их направленность и относительная высота.

При сильном волнении и высоких скоростях ветра наблюдаются отклонения от этой зависимости, требующие уточнения модели (Drennan et al., 2005)[22].

В условиях развитого волнения, когда волны находятся в резонансе с направлением ветра, наблюдается усиление обменных процессов. На гребнях волн возникают зоны ускорения потока, в то время как в ложбинах может происходить торможение, что приводит к формированию мелкомасштабных струй и вихрей. Это подтверждается как измерениями [14], так и высокоразрешающими LES-моделями [10]. Кроме того, вертикальный профиль скорости может приобретать S-образную форму, особенно при наличии ярко выраженных термодинамических градиентов или при обострении стратификации.

Атмосферная стратификация оказывает значительное влияние на вертикальный перенос импульса. В условиях стабильной стратификации турбулентность подавляется, и перенос происходит преимущественно за счёт молекулярной диффузии. При этом отклонения от логарифмического профиля могут быть значительными. При нейтральной или слабой неустойчивой стратификации логарифмический закон сохраняется на большей части пограничного слоя, однако даже в этом случае влияние волн не может быть проигнорировано.

Современные представления о взаимодействии атмосферы с морской поверхностью подтверждают, что универсальной модели, способной адекватно описать вертикальный профиль скорости ветра при различных условиях волнения, не существует. Это обусловлено высокой нелинейностью процессов, происходящих на границе двух сред, а также масштабной неоднородностью потока в приповерхностной зоне. Учитывая, что атмосферный пограничный слой может достигать нескольких сотен метров в

высоту, а влияние волн зачастую ограничивается лишь первыми несколькими десятками сантиметров, важно применять многоуровневый подход к анализу.

Одним из таких подходов стало разделение полного касательного напряжения на составляющие — турбулентную и волновую. Согласно концепции, предложенной в [3], общее напряжение на поверхности может быть представлено как сумма двух компонентов: классического турбулентного сдвига и так называемой "драг-части", связанной с взаимодействием потока с элементами волновой поверхности. Эта модель получила развитие в работах Kudryavtsev et al. (2003) [23], где была предпринята попытка связать характеристики спектра волн с параметрами потока и профилем скорости вблизи поверхности.

Особое внимание в последние годы уделяется мезомасштабным и меньшим по масштабу флуктуациям, возникающим при взаимодействии атмосферных вихрей с крупными волнами. В таких случаях наблюдается существенное нарушение изотропности турбулентности, что делает классические модели, основанные на предположении о локальном балансе, малоэффективными. Эти флуктуации способны вызывать как локальное усиление, так и подавление вертикального переноса, особенно в переходных зонах между гребнями и впадинами волн.

Немаловажным является и тот факт, что волны могут индуцировать струйные течения, развивающиеся вдоль фронтов и гребней. Такие явления особенно выражены при наличии волновых пакетов или стоячих волн, возникающих, например, при взаимодействии ветра с крупными структурами подповерхностного течения. Согласно исследованиям Sullivan et al. (2014) [24], эти структуры способны существенно изменить локальный градиент скорости и привести к аномальным распределениям турбулентной энергии.

Полевые исследования, включая экспедиции программы COARE (Webster et al., 1996) [25] и наблюдения с морских платформ (например, станции R/P FLIP), показали, что характер взаимодействия воздуха и моря во многом определяется не только скоростью ветра, но и фазовыми

отношениями между волнами и потоком. Наличие фазового сдвига между ветровыми порывами и волнами может либо усиливать, либо ослаблять передачу импульса. Это подтверждается данными доплеровской лидарной съёмки, демонстрирующими вертикальную структуру скорости вблизи поверхности с высоким временным разрешением [17].

Кроме того, современные методы измерения, включая использование морских дронов и спутниковых радиометров, позволяют получать пространственно-временные карты скорости ветра и волнения. Эти данные становятся основой для калибровки численных моделей, в том числе LES и моделей с параметризацией подсеточной турбулентности. В этих моделях всё чаще используется подход, предполагающий разделение потока на усреднённый компонент и осциллирующий, связанный с волнами, что позволяет более точно описывать динамику приповерхностного слоя.

Таким образом, современная наука о взаимодействии атмосферы и океана всё дальше отходит от упрощённых эмпирических формул. Вместо этого применяется спектральный и модальный анализ, в котором волны рассматриваются не как фоновый шум, а как активный участник переноса энергии и импульса. Такой подход требует пересмотра многих привычных представлений о поведении пограничного слоя и позволяет строить более точные модели для прогноза метеорологических условий и оценки климатических трендов.

Волновое поле на поверхности моря представляет собой сложный, динамически изменяющийся набор структур, которые существенно влияют на параметры шероховатости и, как следствие, на профиль скорости ветра. Одним из важнейших факторов, определяющих аэродинамическую шероховатость, является длина и крутизна волн. С увеличением амплитуды волн и их длины возрастает и эффективная высота шероховатости, поскольку выступающие гребни и пиковые формы способствуют генерации вторичных возмущений в воздушном потоке. При переходе от условий слабого волнения к активно развивающемуся штормовому состоянию наблюдается не только

рост шероховатости, но и изменение самого характера взаимодействия между атмосферой и океаном. Исследование [15], показало, что при скорости ветра свыше 15 м/с значение шероховатости перестаёт линейно зависеть от скорости, а в некоторых случаях даже снижается. Это объясняется тем, что при высоких скоростях волны начинают разрушаться, и поверхность теряет однородность: на ней появляются пенные полосы, каверны, зоны смачивания, которые частично экранируют поток. В дополнение к этому, важное значение приобретают и так называемые волны-сверхдальние, которые, несмотря на слабую крутизну, могут оказывать заметное влияние на поток за счёт своей протяжённости и фазовой когерентности. Их роль в передаче импульса обсуждается в работе [12], где подчёркивается необходимость учитывать длиннопериодные компоненты спектра волн при моделировании аэродинамических характеристик поверхности. Современные методы измерения профиля скорости ветра вблизи поверхности моря включают использование акустических доплеровских профилометров (ADP), лидара, а также радарных спутниковых систем с синтезированной апертурой. Наиболее эффективными с точки зрения пространственного разрешения являются морские лидары, позволяющие регистрировать вертикальную структуру ветрового поля с шагом до 10 см. Эти данные важны для валидации LES-моделей, которые моделируют вихревую структуру вблизи границы воздух–море. Подобные исследования были успешно реализованы в рамках (Sullivan et al., 2025) [26].

Проблема точной оценки вертикального профиля осложняется также нестабильностью стратификации, возникающей из-за разницы температур воздуха и воды. При тёплой поверхности и холодном воздухе создаются условия для конвективной турбулентности, усиливающей вертикальный перенос. В противоположной ситуации — при холодной воде и тёплом воздухе — возникает устойчивое стратифицированное состояние, подавляющее турбулентность и изменяющее вертикальный градиент скорости. Эти процессы требуют учёта параметров стабильности, таких как

длина Мони́на–Обухова ( $L$ ), и вводятся в модели через поправки к логарифмическому профилю в соответствии с теорией Мони́на–Обухова. Дополнительные сложности в моделировании возникают в переходной зоне между ламинарным и турбулентным режимами. При слабом ветре, когда шероховатость поверхности минимальна, течение в нижнем пограничном слое становится квазиламинарным или полностью ламинарным, а вклад волновых структур в профиль ветра — пренебрежимо мал. Однако даже незначительное усиление ветра может привести к нелинейному росту турбулентной энергии, что вызывает "переход" в режим развитой турбулентности. В таких условиях традиционные модели с постоянным коэффициентом турбулентного обмена теряют адекватность, и требуется использование адаптивных схем замыкания второго порядка, как, например, в модели Mellor–Yamada (1982) [27] или её современных модификациях. Для метеорологических и климатических задач точность описания ветрового профиля над морем имеет важнейшее прикладное значение. От корректного представления этих процессов зависят расчёты поверхностного импульсного и теплового потока, а также прогнозы развития циклонов, тайфунов и других опасных погодных явлений. Например, при недостаточно точной оценке шероховатости в области глаза тропического циклона возможны существенные ошибки в расчётах траектории и интенсивности шторма. Это особенно актуально для моделей, работающих в режиме сопряжения атмосферы и океана (coupled models), где обменные процессы играют роль граничных условий. Наконец, необходимо отметить, что в последние годы активно развиваются модели, учитывающие не только атмосферные и волновые процессы, но и поверхностную химию, влияние аэрозолей и испарение. Эти факторы могут оказывать кумулятивное воздействие на структуру приповерхностного ветра, особенно в тропических регионах. Работа Andreas et al. (2008) [28] подчёркивает, что наличие капель морской соли, выбиваемых из пены и пульсирующих на границе фаз, способно модулировать профиль ветра вплоть до высот в десятки метров. Таким

образом, вертикальный профиль скорости ветра над морской поверхностью представляет собой результат сложного нелинейного взаимодействия множества факторов — от спектра волн и уровня турбулентной энергии до состояния стратификации и микрофизических процессов. Эмпирические формулы, некогда использовавшиеся в инженерной практике, уступают место многоуровневым численным моделям, интегрирующим данные наблюдений, теоретические соотношения и результаты лабораторных экспериментов. Это позволяет переходить от описательного к прогностическому уровню понимания взаимодействия атмосферы и океана, что является одной из приоритетных задач современной геофизики.

### 3 ГЛАВА 2. ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПРИВОДНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

#### 2.1 Структура приводного слоя атмосферы

Слой атмосферы над водной поверхностью отличается по своей структуре и свойствам от приземного слоя над сушей.

Приводной слой атмосферы представляет собой нижнюю часть пограничного слоя, непосредственно соприкасающуюся с подстилающей поверхностью — в данном контексте с водной гладью мирового океана. Это пространство, простирающееся от самой поверхности до высот порядка нескольких метров, играет ключевую роль в формировании процессов обмена импульсом, теплом и влагой между океаном и атмосферой. Структура данного слоя отличается высокой степенью неоднородности, вызванной одновременно молекулярными и турбулентными механизмами переноса, а также влиянием таких факторов, как состояние поверхности моря, температура воды, скорость и направление ветра.

Принято выделять три характерных подслоя в пределах приводного слоя: вязкий подслой, буферный (или переходный) слой и турбулентный подслой. Такое деление обусловлено кардинальными различиями в преобладающих физических механизмах переноса импульса и характере взаимодействия воздушного потока с подстилающей поверхностью.

Вязкий подслой — это узкая приповерхностная зона толщиной порядка десятков или даже единиц микронов над морской поверхностью. В этой области основную роль играют молекулярные силы вязкости, а турбулентные пульсации практически отсутствуют. Движение воздуха здесь ламинарное, и профиль скорости приближается к линейному. Этот слой является важной переходной областью, через которую осуществляется начальный перенос импульса от воздуха к поверхности моря. Исследования показывают, что

толщина вязкого подслоя варьируется в зависимости от температуры воды, плотности воздуха и скорости ветра [7].

Выше располагается буферный слой, который выполняет роль переходной зоны между вязким подслоем и полностью турбулентным течением. Здесь начинают развиваться турбулентные возмущения, но их вклад в суммарный перенос импульса ещё ограничен. В буферном слое наблюдается сложное взаимодействие между ламинарными и турбулентными компонентами потока, и его характеристики особенно чувствительны к изменению состояния морской поверхности, в том числе к параметрам волнения (Donelan et al., 2004) [29].

Наконец, турбулентный слой охватывает наибольшую по толщине часть приводного слоя — от нескольких сантиметров до нескольких метров, в зависимости от условий. В этой зоне поток полностью определяется турбулентными пульсациями, и молекулярные процессы теряют значимость. Профиль скорости ветра в турбулентном подслое в условиях нейтральной стратификации описывается логарифмическим законом.

Особое внимание в современных исследованиях уделяется тому, как волны на морской поверхности влияют на структуру приводного слоя. Колебания водной поверхности вносят дополнительную модуляцию в поле ветра и вызывают вариации потока импульса, что требует учёта в численных моделях. Например, наличие волнового потока импульса, связанного с взаимодействием ветра и волн, оказывает влияние на распределение скорости в нижних слоях атмосферы и может существенно изменять характер обменных процессов (Belcher & Hunt, 1998) [30].

Понимание структуры приводного слоя атмосферы имеет ключевое значение для описания обменных процессов в системе «океан — атмосфера». Это особенно актуально в условиях волнения, когда поверхность моря представляет собой нестационарную и анизотропную границу, активно взаимодействующую с атмосферными потоками.

Вязкий подслоя представляет собой крайне тонкую приповерхностную область в нижней части атмосферного пограничного слоя, непосредственно прилегающую к подстилающей поверхности, в частности — к морской поверхности. Несмотря на его микроскопические размеры, эта зона играет ключевую роль в передаче импульса от атмосферы к океану и формирует начальные граничные условия для моделирования турбулентного потока в атмосферном пограничном слое.

В пределах вязкого подслоя доминируют молекулярные (ламинарные) механизмы переноса, в отличие от более высоко расположенных областей, где преобладает турбулентный перенос. Здесь пульсации турбулентности подавлены, и передача импульса осуществляется в основном за счёт молекулярной вязкости воздуха. Скорость ветра в этом подслое изменяется по линейному закону — от нуля на самой поверхности (в силу граничного условия прилипания) до определённого значения, которое зависит от градиента скорости на границе вязкого подслоя и буферной зоны. Такой линейный профиль характерен для ламинарного течения, и его существование подтверждено как теоретическими оценками, так и лабораторными экспериментами (Kraus & Businger, 1994) [31]. В общем виде в этом слое скорость ветра меняется с высотой следующим образом:

$$U(z) = \frac{\tau_v}{\mu} z \quad (2.1.1)$$

где  $\tau_v$  — касательное напряжение на поверхности;  $\mu$  — динамическая вязкость воздуха,  $\mu = \nu * \rho$  ( $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости  $\nu = 1.3 \cdot 10^{-5}$ ,  $\rho$  — плотность воздуха)

Толщина вязкого подслоя определяется сочетанием нескольких параметров: скорости ветра, температурой воздуха и воды, плотностью и кинематической вязкостью воздуха, а также состоянием поверхности моря. Типичные оценки указывают, что в условиях умеренного ветра (5–10 м/с) толщина вязкого подслоя над морской поверхностью составляет порядка 0.1–1 мм [7]. При штиле подслоя может быть чуть толще, тогда как при сильном

ветре и развитом волнении он может сужаться вплоть до микронов и разрушаться.

Формально толщина вязкого подслоя может быть оценена из выражения:

$$h_v \sim \frac{\nu}{u_*} \quad (2.1.2)$$

Увеличение скорости ветра (и, соответственно) приводит к уменьшению толщины вязкого подслоя.

Хотя вязкий подслоем занимает ничтожную долю по вертикали, он оказывает влияние на динамику взаимодействия атмосферы и океана. Во-первых, именно в этом слое реализуется начальный перенос импульса от атмосферы к морской поверхности. Во-вторых, вязкий подслоем служит опорной зоной для формирования параметра шероховатости поверхности, который входит в логарифмический закон распределения скорости ветра в турбулентном слое. Изменения в его структуре напрямую сказываются на значении коэффициента аэродинамического сопротивления, который важен при параметризации процессов обмена в атмосферных и океанических моделях (Дружинин, 2021) [32].

Характер поверхности, с которой взаимодействует воздух, также оказывает значительное влияние на структуру вязкого подслоя. В случае аэродинамически гладкой поверхности (например, при низком волнении или в лабораторных условиях над гладкой водой) вязкий подслоем сохраняет свою ламинарную структуру вплоть до границы с буферной зоной. Однако при развитии волнения морская поверхность становится аэродинамически шероховатой, что приводит к появлению микротурбулентности. Это явление нарушает классическое предположение о линейности профиля скорости и требует введения дополнительных параметров при описании граничного слоя (Donelan, 1990) [33].

Современные исследования показывают, что даже в пределах вязкого подслоя могут возникать локальные возмущения, связанные с наличием

капиллярных волн (ripples), пиков волнения и подповерхностных струй. Эти микроструктуры морской поверхности вносят вариации в плотность потока импульса и искажают градиенты скорости, что требует высокоточного измерения и использования моделей с повышенным разрешением [16].

Отдельное внимание уделяется вопросу температурного и влажностного стратифицирования, которое может существенно изменить структуру вязкого подслоя. При стабильной стратификации (например, когда тёплый воздух движется над холодной водой) градиенты скорости и температуры становятся более выраженными, и вязкий подслоя может расширяться. В условиях неустойчивой стратификации, наоборот, усиливается турбулентность, и структура подслоя искажается или разрушается на фоне конвективных процессов.

Таким образом, вязкий подслоя, несмотря на свою минимальную толщину, является фундаментальной составляющей системы взаимодействия атмосферы и океана. Он служит интерфейсом, через который начинается перенос импульса, тепла и влаги, и от его характеристик напрямую зависит точность параметризаций в численных климатических и прогностических моделях.

Буферный подслоя, также называемый переходной зоной, представляет собой промежуточный участок в структуре приповерхностного слоя атмосферы, располагающийся между нижерасположенным вязким подслоем и вышележащим турбулентным регионом. Эта область обладает уникальной физикой: здесь начинают развиваться начальные проявления турбулентности, хотя молекулярные эффекты по-прежнему сохраняют определённое влияние. Переходный характер буферного слоя делает его особо интересным объектом как с теоретической, так и с прикладной точки зрения, поскольку он связывает ламинарную и турбулентную динамику в приповерхностной атмосфере.

В условиях, когда воздушный поток соприкасается с морской поверхностью, происходят множественные преобразования в структуре

движения. В вязком подслое импульс передаётся исключительно за счёт молекулярной диффузии, тогда как в турбулентном слое основным механизмом становится перенос посредством вихревых образований. Буферная зона находится на стыке этих двух режимов и характеризуется началом генерации турбулентных пульсаций, возникающих вследствие градиента скоростей и гидродинамической неустойчивости потока.

Согласно экспериментальным и численным исследованиям, длина и структура буферного подслоя зависят от множества факторов, включая скорость ветра, температурную стратификацию, характеристики подстилающей поверхности и наличие волнения. При спокойной, аэродинамически гладкой поверхности его толщина может достигать нескольких миллиметров, в то время как при развитом морском волнении буферный подслой сужается, и турбулентность быстрее выходит на доминирующие позиции [10].

Одной из характерных черт этой зоны является наличие вихрей малых и средних масштабов, чья активность резко возрастает с удалением от поверхности. Эти вихри формируются в результате касательных напряжений и усиливаются по мере накопления неустойчивостей. В численных моделях, таких как LES, именно буферный подслой требует наиболее тонкой настройки параметров, поскольку сочетает свойства как вязкой, так и турбулентной динамики (Piomelli, 1999) [34].

Одним из подходов к описанию переходной зоны является использование эмпирической зависимости для скорости ветра, принимающей следующую форму:

$$\frac{U(z)}{u_*} = \frac{z}{v/u_*} = \frac{zu_*}{v}, \text{ при } z \ll \frac{v}{u_*} \quad (2.1.3)$$

Математически описать поведение потока в буферном подслое крайне затруднительно. Применение классических уравнений турбулентности, таких как уравнение Рэйнольдса или модели k-ε, даёт лишь приближённые оценки, так как в этой зоне ни один из режимов переноса (молекулярный или

турбулентный) не может быть отброшен. В этой связи широко используется концепция смешанного переноса, основанная на введении параметров турбулентной вязкости и длины смешивания, адаптированных к переходной структуре потока [19].

Буферный подслой влияет на параметры, непосредственно используемые в численном моделировании обменных процессов между морем и атмосферой. Среди них — логарифмический профиль скорости, важный для построения приближённых решений уравнений Навье–Стокса в пограничном слое. В частности, именно в переходной зоне происходит формирование начальной логарифмической зависимости скорости от высоты, при этом структура потока уже теряет признаки ламинарности, но ещё не обретает полноценных характеристик изотропной турбулентности. Это делает буферную зону значимой при определении шероховатости поверхности и коэффициента сопротивления, которые, в свою очередь, напрямую влияют на оценки потока импульса и энергии в метеорологических моделях [13].

Кроме того, буферный подслой является зоной интенсивного взаимодействия между атмосферными процессами и динамикой морской поверхности. При развитии волн, особенно короткопериодических капиллярных, происходит локальное усиление сдвигов скоростей, что ведёт к усилению микротурбулентности даже вблизи нижней границы буферной зоны. Это особенно важно для оценки волнения как источника турбулентности в атмосферном пограничном слое, что подтверждается результатами морских кампаний и лабораторных экспериментов (Donelan et al., 1997) [35].

Таким образом, буферный подслой выполняет роль своеобразного «мостика» между молекулярной и вихревой динамикой в приповерхностной атмосфере. Понимание его структуры и закономерностей необходимо не только для фундаментальной науки, но и для практических приложений: от прогноза погоды до климатических симуляций и навигационных моделей,

использующих аэродинамическое сопротивление в расчетах ветрового воздействия на суда и платформы.

Турбулентный слой занимает значительную часть приводного слоя атмосферы — области, непосредственно взаимодействующей с поверхностью океана. Его главной особенностью является доминирование турбулентного переноса над молекулярной диффузией, что делает его поведение особенно сложным для теоретического описания и численного моделирования. В этом слое перенос массы, импульса и энергии осуществляется преимущественно за счёт вихрей различного масштаба, которые возникают в результате динамической неустойчивости воздушного потока над поверхностью моря.

Этот логарифмический закон подтверждён многочисленными экспериментальными и наблюдательными данными, где были проанализированы профили ветра над морской поверхностью при различных условиях волнения [2,36] (Bala sub... 1988 et al.)

Однако в реальных морских условиях предпосылки стационарности и однородности нарушаются из-за наличия волн, неравномерного нагрева и влажности, а также нестабильных стратификаций. Морская поверхность непрерывно изменяется во времени и пространстве, что приводит к модификации турбулентной структуры и формированию сложных каскадов вихрей. В условиях сильного волнения или вблизи фронтов атмосферного давления классическое логарифмическое приближение может значительно отклоняться от наблюдаемых профилей.

Толщина турбулентного слоя в атмосфере над океаном варьируется в широких пределах — от нескольких метров до десятков, а иногда и сотен метров. Её значение определяется как морфологией морской поверхности, так и крупномасштабной атмосферной циркуляцией. Например, при развитии глубоких конвективных процессов, связанных с неустойчивой стратификацией, вертикальный масштаб турбулентности существенно

возрастает. Подобные явления подробно рассмотрены в работах, где также обсуждаются параметры обмена на границе океан-атмосфера [8,14].

Внутренняя структура турбулентного слоя чрезвычайно неоднородна: в ней сосуществуют вихри разного масштаба — от мелкомасштабных, отвечающих за локальные колебания скорости, до крупных вихревых структур, обусловленных, например, взаимодействием с длинноволновыми компонентами морского волнения. Особую роль играют организованные структуры, такие как линейные нисходящие потоки (low-level jets) и ячейки, связанные с конвекцией. В последнее время большое внимание уделяется исследованию взаимодействия этих структур с волнами и формируемому при этом волновому потоку импульса, который вносит существенный вклад в общее распределение напряжений на границе раздела сред.

Волновой поток импульса представляет собой компонент полного напряжения, обусловленный корреляцией между колебаниями скорости и давления, вызванными наличием поверхностных гравитационных волн. Этот поток не локализован на поверхности, а проникает в атмосферу на высоты, сравнимые с длиной волны, оказывая влияние на распределение энергии и импульса в приземном слое. Согласно современным исследованиям, вклад волнового потока в общем случае составляет до 20–30% от полного импульсного потока при умеренном волнении, но может возрастать в условиях штормов [Högström et al., 2015; Sutherland & Melville, 2015] [18,37].

Понимание и корректное моделирование турбулентной структуры в приземном слое атмосферы имеет важнейшее значение для построения надёжных схем параметризации обмена в численных моделях погоды и климата. Особенно это актуально при необходимости точного учёта процессов переноса влаги, тепла и импульса на границе океан-атмосфера. Недостаточное внимание к внутренней структуре турбулентного слоя или игнорирование волновых эффектов может привести к значительным погрешностям в прогнозах, особенно в прибрежных районах и зонах активного циклогенеза.

На практике моделирование турбулентного переноса вблизи морской поверхности часто осуществляется с применением уравнений второго порядка замыкания или в рамках LES-моделей, позволяющих напрямую разрешать крупные вихри. Однако такие подходы требуют детального знания параметров начального и граничного условий, включая характеристики волнового спектра и шероховатости поверхности, зависящей от длины и крутизны волн.

Изучение свойств турбулентного слоя, его внутренней структуры и связи с морским волнением является необходимым условием для развития современных теорий и моделей взаимодействия атмосферы и океана. Только при комплексном подходе, включающем как наблюдательные, так и численные методы, можно добиться достоверного воспроизведения реальных условий, что особенно важно для задач прогноза погоды, мониторинга климата и изучения круговорота углерода в системе океан-атмосфера.

## 2.2 Шероховатость динамически гладкой и шероховатой поверхности

Понятие аэродинамической гладкости поверхности играет важную роль в исследовании взаимодействия атмосферного пограничного слоя с подстилающей средой, особенно в условиях морского или океанического волнения. В микрометеорологическом и аэродинамическом контексте под аэродинамически гладкой понимается такая поверхность, элементы которой не оказывают существенного влияния на формирование турбулентных структур в потоке воздуха. Иными словами, шероховатость настолько мала, что практически полностью «погружена» в вязкий подслой, и её влияние на течение становится пренебрежимо малым.

Описание сопротивления воздушному потоку со стороны твердой поверхности является одной из важнейших задач прикладной аэродинамики и гидродинамики. В условиях, когда потоком омывается неподвижная и

жёсткая граница, фундаментальным подходом к анализу сопротивления становится теория подобия, позволяющая сформулировать универсальные зависимости без необходимости воссоздания полной картины турбулентного движения. Классическим методом является использование безразмерных параметров, включая число Рейнольдса шероховатости, через которые выражаются величины, характеризующие влияние микрогеометрии поверхности на структуру течения.

В применении к шероховатой поверхности характерной величиной, описывающей её аэродинамические свойства, выступает параметр шероховатости  $z_0$ . Он определяет высоту, на которой скорость воздуха формально обращается в ноль в логарифмическом распределении профиля, описывающем поток в приземной зоне. При этом принято считать, что  $z_0$  не соответствует реальной геометрической высоте выступов, а отражает их аэродинамический эффект — то есть способность индуцировать турбулентность и изменять касательные напряжения.

Если рассматривать поток над шероховатой твёрдой поверхностью в установившемся режиме, становится возможным связать  $z_0$  с характеристиками шероховатости и параметрами потока через следующую обобщённую зависимость, основанную на теории подобия:

$$z_0 = h_s f(Re_s) \quad (2.2.1)$$

$h_s$  – средняя высота шероховатости;  $Re_s$  – число Рейнольдса шероховатости.

$$Re_s = h_s \frac{u_*}{\nu} \quad (2.2.2)$$

Физический смысл числа  $Re_s$  заключается в том, что оно отражает соотношение между инерционными и вязкими силами на масштабе элементов шероховатости. При малых значениях этого числа ( $Re_s \ll 1$ ) вязкость преобладает, и поток вблизи поверхности остаётся ламинарным, даже при наличии рельефа. В этом режиме шероховатость не оказывает существенного влияния на поток, и поверхность ведёт себя как аэродинамически гладкая. Напротив, при  $Re_s \gg 1$  даже незначительные

выступы индуцируют вихри и возмущения, превращая течение в турбулентное — поверхность становится аэродинамически шероховатой.

Согласно концепции аэродинамической гладкости, в диапазоне  $Re_s \ll 1$  функция  $f(Re_s)$  должна стремиться к обратно пропорциональной зависимости от числа Рейнольдса  $f(Re_s) \sim Re_s^{-1}$  и

$$z_0 = m_\nu \frac{\nu}{u_*} \quad (2.2.3)$$

где  $m_\nu$  — безразмерная эмпирическая константа, определяющая характер соотношения между вязкостью и параметром шероховатости. Это выражение применяется в случае, когда влияние микрорельефа поверхности поглощается вязким подслоем, и поверхность не нарушает ламинарного течения у самой границы. Такое состояние часто встречается над гладкой водой при слабом ветре, в лабораторных экспериментах, а также в атмосфере в ночные часы при слабых градиентах температуры.

Исторически численное значение коэффициента  $m$  было определено в серии гидравлических экспериментов Никурадзе еще в 1933 году [38], в которых изучались потоки в трубах с тщательно контролируруемыми шероховатыми стенками. На основе осреднения измерений в различных зонах поперечного сечения труб он предложил значения  $m_\nu \approx 0.1$ , при этом диапазон колебаний составлял от 0.09 до 0.11. В более поздних интерпретациях Никурадзе предлагал значение  $m_\nu = 0.13$  (при использовании величины постоянной Кармана  $\kappa = 0.4$ ) что считается предельно допустимым.

Примечательно, что даже в современных работах (Kundu et al., 2016) [39] исследования приводят значение  $m_\nu = 0,1$  в качестве параметра определяющего аэродинамически гладкую поверхность:

$$z_* = \frac{z_0 u_*}{\nu} = 0,1 \quad (2.2.4)$$

Однако, если нижний предел безразмерной константы (ниже которого поверхность точно можно считать динамически гладкой) известен, то

верхний предел (выше которого поверхность уже нельзя считать динамически гладкой), предложенный Никурадзе, может не соблюдаться, в частности при наличии волнения.

Отметим, что значение  $m_\gamma$  не является универсальной физической константой, а определяется спецификой экспериментальной постановки, включая условия осреднения, способ задания шероховатости и характер входных параметров потока. Тем не менее, в условиях аэродинамически гладкой поверхности, когда волновые и рельефные возмущения отсутствуют или поглощаются вязким подслоем, это выражение даёт надёжное приближение.

С практической точки зрения, формула (2.2.2), позволяет задать граничное условие для численного моделирования при отсутствии развитого волнения. Она особенно важна при построении LES- или RANS-моделей, в которых требуется инициализировать турбулентную структуру на высотах, приближённых к границе раздела. Поскольку величина  $Z_0$  напрямую входит в логарифмическое распределение скорости, ошибки в её оценке приводят к систематическим искажениям профиля ветра, особенно в нижней части приводного слоя.

В литературе рассматриваются также модификации приведённой формулы для учёта слабых возмущений поверхности, таких как капиллярные волны и тепловые струи, возникающие вблизи морской поверхности при слабом нагреве. В этих условиях наблюдается переходный режим, в котором  $Re_s \sim 1$ , и ни одна из предельных зависимостей — ни для гладкой, ни для шероховатой поверхности — не даёт точных результатов. В таких случаях может использоваться интерполяционная функция вида:

$$f(Re_s) = (1 + a \cdot b \cdot Re_s)^{-1}$$

аи  $b$ — эмпирические параметры, подбираемые исходя из конкретного эксперимента. Такие функции обеспечивают более плавный переход между

режимами и применяются, в частности, в моделях типа COARE и TOGA-COARE для описания поверхностного сопротивления.

В условиях динамически гладкой поверхности молекулярные механизмы переноса преобладают над турбулентными, особенно в непосредственной близости к границе раздела воздух-вода. Следовательно, элементы микрорельефа, включая малые волны и капиллярные колебания, оказываются не способными нарушить ламинарную структуру потока, формирующегося в вязком подслое.

На практике такое состояние наблюдается при низкой скорости ветра, когда поверхность моря остаётся относительно спокойной, а амплитуда и крутизна волн минимальны. В этом случае структура воздушного потока определяется преимущественно молекулярной вязкостью и незначительной вертикальной стратификацией. Воздушные массы скользят над водной поверхностью почти без взаимодействия с ней на уровне механического возмущения. Это приводит к тому, что ламинарный перенос в нижней части пограничного слоя становится доминирующим механизмом обмена импульсом и энергией. Подобные условия часто реализуются в зонах субтропического антициклона, особенно в ночные часы, когда конвективная активность подавлена, а градиенты температуры ослаблены.

Важно отметить, что логарифмический профиль скорости, характерный для нейтрального турбулентного слоя, в условиях аэродинамической гладкости сохраняет свою форму. Однако его параметры (в частности, коэффициент шероховатости и фрикционная скорость) принимают минимальные значения. Такие профили с успехом используются при построении параметризаций для расчёта турбулентного потока импульса в численных моделях [Fairall et al., 2003; Beljaars, 1995] [8,40].

Состояние аэродинамической гладкости — это не статическая характеристика поверхности, а динамическое состояние, зависящее от ряда параметров, включая скорость ветра, спектральные характеристики волн, вязкость воздуха и соотношение фазовой скорости волны к скорости ветра.

Например, даже при относительно слабом ветре, наличие длинных гравитационных волн, движущихся в направлении воздушного потока, может повысить эффективную шероховатость поверхности. Это приводит к росту  $z_0$  и, следовательно, к утрате гладкости поверхности с аэродинамической точки зрения [10]. Кроме того, направление волнового фронта относительно основного ветра играет не последнюю роль. Если волны распространяются под углом к преобладающему ветру или навстречу ему, создаётся дополнительная неоднородность потока, способствующая возмущению ламинарной структуры. Такой эффект отмечался, в частности, в полевых измерениях во время кампаний HEXOS (1986) и CBLAST (2001–2003), результаты которых широко используются при уточнении параметров обмена в пограничном слое [14].

Важность учёта аэродинамической гладкости особенно проявляется при построении численных моделей взаимодействия атмосферы и океана. Во многих случаях состояние гладкой поверхности принимается в качестве эталонного, позволяющего оценивать вклад волнения, испарения и других процессов в общий импульсный обмен. Однако неоправданное применение моделей, предполагающих аэродинамическую гладкость, к ситуациям со значительным волнением может привести к грубым ошибкам в прогнозах турбулентного переноса и флуктуаций давления на границе фаз. Например, при использовании параметризации COARE (Coupled Ocean–Atmosphere Response Experiment), отличающейся высокой чувствительностью к шероховатости, необходимо предварительно оценить соответствие условиям аэродинамической гладкости [8].

Современные подходы к оценке состояния поверхности включают использование спектральных моделей волн (например, WAVEWATCH III) и данных дистанционного зондирования (скаттерометры), позволяющих уточнить характеристики волн в режиме реального времени. На этой основе становится возможным адаптивное обновление параметров, ответственных за

расчёт потоков на границе воздух-море, что особенно актуально в задачах оперативного прогноза погоды.

Концепция аэродинамической гладкости представляет собой не просто теоретическую категорию, а важный инструмент анализа и интерпретации процессов, происходящих в нижней части атмосферного пограничного слоя. Точное определение границ применимости этой концепции необходимо для повышения точности моделирования обменных процессов и уменьшения неопределённости при прогнозировании атмосферных явлений в прибрежных и открытом океанических районах. Учёт перехода от гладкой к шероховатой поверхности является фундаментальным условием для построения универсальных схем параметризации в глобальных климатических моделях и в прикладных задачах морской метеорологии.

### 2.3 Коэффициент сопротивления

Коэффициент сопротивления  $C_d$  представляет собой безразмерную величину, характеризующую эффективность передачи импульса от атмосферы к подстилающей поверхности. В контексте взаимодействия атмосферы и океана он определяется как отношение удельного тангенциального напряжения, действующего на поверхность моря, к квадрату скорости ветра на некоторой стандартной высоте (обычно 10 м):

$$C_d = \frac{\tau}{\rho U_{10}^2} \quad (2.3.1)$$

Величина  $C_d$  зависит от характеристик как атмосферного потока, так и морской поверхности. С точки зрения механики жидкости, он отражает степень турбулентного взаимодействия между подвижной средой (воздухом) и деформируемой границей (морской поверхностью). При этом решающее значение имеют условия шероховатости, спектральный состав волн, направление ветра относительно волн, а также состояние стратификации пограничного слоя атмосферы.

В условиях гладкой, безволновой поверхности  $C_d$  определяется исключительно молекулярной вязкостью воздуха и практически не изменяется с ростом скорости ветра. Однако в реальной ситуации, где поверхность океана покрыта волнами различной амплитуды и длины, сопротивление начинает зависеть от состояния моря, и его оценка требует учёта сложных нелинейных эффектов.

Связь между коэффициентом сопротивления и вертикальным профилем скорости ветра основывается уже упомянутом логарифмическом распределении, откуда

$$C_d = \left( \frac{\kappa}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \right)^2 \quad (2.3.2)$$

Отсюда следует, что рост шероховатости поверхности (например, за счёт увеличения высоты волн) приводит к росту  $C_d$ , то есть к усилению импульсного обмена между воздухом и морем. Однако зависимость эта не линейна, и при определённых условиях может даже ослабляться.

Ранние измерения, выполненные в 1970–1980-х годах, показали, что  $C_d$  увеличивается с ростом скорости ветра приблизительно до 20 м/с. Однако при дальнейшем усилении ветра рост коэффициента может замедляться или даже достигать плато. Современные наблюдения, в том числе полученные с помощью буёв и метеорологических платформ (например, платформы R/P FLIP и проекта COARE), подтвердили это поведение.

В [2,8] предложили обобщённые эмпирические формулы для оценки  $C_d$  в зависимости от скорости ветра:

$$C_d = (0.75 + 0.067U_{10}) \times 10^{-3}, \text{ при } 5 < U_{10} < 10 \text{ м/с}$$

и более сложные зависимости для скоростей свыше 10 м/с. Однако эти формулы, несмотря на широкое распространение, не учитывают напрямую влияние волновых параметров и структуры потока.

Коэффициент сопротивления существенно изменяется в зависимости от фазового соотношения между ветром и волнами. Если ветер дует в

направлении распространения волн, то энергия передаётся от атмосферы к воде более эффективно, и  $C_d$  возрастает. В случае противофазного взаимодействия или при наличии дальних волн, не связанных с местным ветром, сопротивление может снижаться.

В [11,12] продемонстрировали, что даже слабые фоновые волны такой природы могут модифицировать структуру нижнего слоя атмосферы и вызывать снижение сопротивления. Это связано с изменением турбулентных напряжений и сдвига скорости у поверхности. При этом стандартные модели, не учитывающие спектральный состав волнового поля, могут существенно переоценивать  $C_d$ .

На практике определение коэффициента сопротивления возможно двумя основными путями: прямыми измерениями напряжения сдвига (через турбулентные квазиградиенты или методы Эдди-корреляции) и расчетами на основе профиля скорости. Первый подход применяется преимущественно на исследовательских платформах с высоким уровнем приборного оснащения. Второй, более распространённый, требует аппроксимации профиля ветра с помощью логарифмической зависимости и предполагает известную или оценённую высоту шероховатости.

Прямые измерения, выполненные в рамках таких проектов, как HEXOS, COARE и более поздних инициатив NOAA, обеспечили ценные данные о зависимости  $C_d$  от метеорологических и волновых условий. Эти наблюдения легли в основу современных схем турбулентного замыкания, применяемых в атмосферных и климатических моделях.

Одним из важнейших факторов, способных значительно модифицировать коэффициент сопротивления на границе воздух–море, является вертикальная стратификация атмосферы, обусловленная температурными градиентами. При стабильной стратификации, когда температура воздуха у поверхности выше, чем выше в атмосфере,

вертикальный перенос импульса подавляется. Это приводит к ослаблению турбулентного обмена и, соответственно, снижению значения  $C_d$ .

В свою очередь, при нестабильной стратификации — например, в условиях прогрева поверхности воды в дневное время — усиливается восходящая конвекция, способствующая росту турбулентности и повышению сопротивления. Согласно [13], корректное учёт вертикального градиента потенциальной температуры может изменять расчетные значения коэффициента на десятки процентов, особенно при слабых ветрах, когда механическая турбулентность недостаточна.

Для количественного описания влияния атмосферной стратификации широко используется длина Монины–Обухова  $L$ , определяющая характер стратификации: при  $L > 0$  стратификация стабильна, при  $L < 0$  — нестабильна, а при  $L \rightarrow \infty$  — нейтральна. Многие современные модели турбулентного обмена, включая алгоритмы COARE и TOGA-COARE 3.0, содержат специальную поправку к  $C_d$ , зависящую от отношения высоты измерения к  $L$ . Турбулентная структура потока в приземном слое над морем крайне неоднородна. Помимо случайных вихрей, возникающих вследствие механического сдвига, наблюдаются упорядоченные образования — например, ленточные структуры (roll vortices), струйные течения и вихри, индуцированные гребнями волн. Эти структуры оказывают заметное влияние на эффективность передачи импульса к поверхности, вызывая пространственные вариации коэффициента сопротивления даже в пределах одного исследуемого участка.

В зонах с интенсивной волновой активностью может наблюдаться феномен гетерогенности сопротивления, когда  $C_d$  изменяется на масштабах порядка сотен метров. Это подтверждается данными с зондирующих радаров и спутниковых интерферометров (например, данных с миссии Sentinel-1), фиксирующих мелкомасштабные вариации поверхностного напряжения по отражательной способности воды.

Кроме того, на поверхности океана часто возникают пенистые образования (white caps) и брызги, особенно в условиях штормового ветра. Эти элементы, временно увеличивая шероховатость, усиливают механическое сцепление воздуха с водой. В работах Andreas et al. (2012) [41] отмечено, что при скорости ветра выше 25 м/с вклад пены может достигать до 50% от полного сопротивления поверхности.

Как уже было сказано, при экстремальных скоростях ветра, коэффициент сопротивления может достигать постоянного значения и даже снижаться (Powell et al., 2003) [42]. Считается, что в этих условиях избыточное образование пены и аэрозоля приводит к экранированию поверхности от основного потока и уменьшает эффективность передачи импульса.

Этот механизм стал основой для развития новых моделей, в которых сопротивление насыщается при достижении определённого уровня шероховатости. Например, в модели (Donelan et al. 2004) [29] вводится ограничение на рост  $C_d$  при скорости ветра свыше 33 м/с, что согласуется с прямыми измерениями с дрейфующих буёв и авиатранспортных миссий (DROPWINDSONDE, NOAA-P3).

В этих моделях сопротивление не задаётся явно, а возникает как результат внутренней динамики моделируемого потока. В [10] показали, что LES позволяет адекватно воспроизводить вариации  $C_d$  в зависимости от скорости ветра, спектра волн и состояния стратификации. Более того, такие модели способны учитывать эффекты, недоступные для полуэмпирических схем — например, влияние направленного фона света на параметры приземного слоя.

Кроме LES активно развиваются гибридные подходы, комбинирующие RANS-моделирование (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) с параметризациями на основе волновых моделей (например, WAVEWATCH III). Интеграция модуля расчёта волнового спектра позволяет динамически определять

шероховатость поверхности и, соответственно, уточнять расчёт  $C_d$  в зависимости от состояния моря в конкретной точке.

Несмотря на значительные успехи в изучении коэффициента сопротивления, остаётся ряд нерешённых задач. Во-первых, сохраняется высокая неопределённость при слабых ветрах ( $<5$  м/с), когда вклад волн минимален, а турбулентность слабая и трудно регистрируемая. Во-вторых, в прибрежных зонах и в условиях внутреннего моря сопротивление может сильно отличаться от открытого океана из-за влияния топографии, температурных контрастов и направленных течений.

Современные исследования сосредоточены на уточнении поведения  $C_d$  в условиях высоких скоростей ветра, включая случай нерезонансного взаимодействия с неоднородными потоками, а также в переходных зонах — например, в местах столкновения дальних волн с местным ветром. Здесь перспективно применение спутниковых систем наблюдения в сочетании с моделями инверсной реконструкции волновых и ветровых полей [43-48].

## 2.4 Формирование волнового потока импульса

В условиях, когда подстилающая поверхность не остаётся статичной, а представляет собой динамически изменяющееся волновое поле, формальные подходы, разработанные для моделирования взаимодействия потока с жёсткой границей, теряют свою универсальность. Движущиеся гравитационные волны, возникающие под действием ветра, создают переменную по времени и пространству структуру границы воздух–море, что приводит к модификации профиля скорости, перераспределению касательных напряжений и деформации самого понятия «шероховатости» в классическом его понимании.

Аналогом числа Рейнольдса шероховатости для подвижной водной поверхности выступает безразмерная величина:

$$Re_g = \frac{U_g^3}{g\nu} \quad (2.4.1)$$

где  $U_g$  – фазовая скорость гравитационных волн.

Эта форма параметра впервые предложена в работах Китайгородского [3], как попытка обобщить масштабную теорию переноса для условий развитого волнения.

Физическая интерпретация данной величины заключается в следующем: она связывает энергию волнового движения с диффузионной способностью среды. При малых значениях  $Re_g$  вязкие силы способны эффективно компенсировать колебательные воздействия волновой поверхности, и профиль ветра сохраняет признаки ламинарности у границы. При увеличении параметра волновое движение начинает доминировать над молекулярной диссипацией, и в нижней части пограничного слоя формируется зона, где профиль скорости деформируется под действием колебательной компоненты, индуцируемой волнами.

Согласно данным, приведённым в Китайгородский [43], при  $Re_g \leq 50$  значение безразмерной константы  $m_\nu$ , входящей в выражение для аэродинамической шероховатости, остаётся практически постоянным и равно  $m_\nu = 0.11$ . Это наблюдение указывает на то, что при достаточно спокойном волнении волновое поле ещё не оказывает значимого влияния на внутреннюю структуру вязкого подслоя. Следовательно, в этом диапазоне величина  $m_\nu$  может использоваться как квазипостоянная, аналогично условиям для гладкой жёсткой границы. Более того, при этих значениях сохраняется логарифмический характер распределения скорости выше слоя, где влияние вязкости минимально, а структура потока определяется турбулентным обменом. Такая параметризация влияния вязкости была использована, в частности, в работе Булгаков, Фокина [44], где моделировалась вертикальная структура приповерхностного ветрового слоя с учётом волнового потока импульса. Авторы предложили использовать постоянное значение коэффициента  $m_\nu$ , предполагая, что его варьирование

не оказывает значительного влияния на макроскопические параметры профиля. Однако, как показывает дальнейший анализ, в ряде случаев это допущение оказывается недостаточным.

При переходе к условиям динамически гладкой, но при этом волновой поверхности возникает ряд методологических трудностей. В отличие от полностью шероховатой границы, где элементы рельефа играют доминирующую роль в формировании турбулентных пульсаций, здесь микроструктура и динамика волновой поверхности не могут быть сведены к единственному параметру  $Z_0$ . Появляется необходимость учитывать не только высоту шероховатости, но и характеристики движения самой поверхности.

Особую сложность представляет модельное описание области перехода от чисто вязкого к турбулентному подслою — так называемого буферного слоя. Именно здесь наблюдается наибольшая чувствительность профиля скорости к спектральным характеристикам волн, а также к стратификации. Простое использование приближений вида (2.2.3) без учёта структуры волн может приводить к значительным ошибкам в расчёте касательных напряжений, особенно в задачах, где требуется высокая точность параметризации (например, в погодных моделях с сопряжённым атмосферно-океанским обменом).

В связи с этим, выбор конкретного численного значения  $m_v$  в рамках допустимого диапазона  $0,09 < m_v < 0,13$  не является произвольным. Он должен сопровождаться корректной настройкой всех сопряжённых параметров модели. В частности, необходимо согласование с выражением для толщины вязкого подслоя:

$$h_v = a_v \frac{v}{u_*} \quad (2.4.1)$$

где  $a_v$  — дополнительная безразмерная константа, отражающая особенности профиля скорости на границе молекулярного доминирования. При фиксированном  $m_v$ , изменение  $a_v$  приводит к изменению структуры

перехода между вязким и буферным слоями, а значит, и к перераспределению импульсного потока между различными вертикальными уровнями.

Несогласованность между  $m_\nu$  и  $a_\nu$  может приводить к возникновению несбалансированных градиентов скорости вблизи границы раздела, что может исказить расчёт общего профиля. Особенно это проявляется при моделировании в условиях слабого волнения, где вклад волнового потока импульса минимален, и вся нагрузка по передаче импульса ложится на молекулярные и сдвиговые механизмы в нижней части слоя. Подробное описание о необходимости согласования констант приводится в главе 3.

В рамках настоящего исследования для обеспечения согласованности моделей использован метод подбора параметров с фиксацией скорости на стандартной высоте 10 метров. Это позволяет унифицировать сравнение моделей с разной структурой нижнего граничного слоя и сделать оценку влияния выбора значения  $m$  на результаты расчёта. Одновременно была обеспечена совместимость с формулой для толщины вязкого слоя.

Следует подчеркнуть, что при наличии волн, но в условиях, где поверхность сохраняет аэродинамическую гладкость, необходимо отказаться от упрощённого описания сопротивления с использованием только параметра шероховатости. Волновое поле даже при малой амплитуде может влиять на фазовый сдвиг, спектр напряжений и форму профиля скорости. Переход к более полным моделям, в которых учитываются движение поверхности и его взаимодействие с ветровым полем, позволяет достичь более высокой точности в воспроизведении структуры потока и существенно снизить неопределённости в расчетах обменных процессов на границе атмосферы и океана.

Подробные расчетные формулы по моделированию волнового потока будут представлены в следующей главе.

## 4 ГЛАВА 3. МОДЕЛИ ПРИВОДНОГО СЛОЯ НАД ВЗВОЛНОВАННОЙ ДИНАМИЧЕСКИ ГЛАДКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

### 3.1 Описание моделей и согласование констант

В рамках настоящего исследования применяется модель (далее — модель 1), в которой структура ветра в приводном слое формируется за счёт решения уравнений движения с явным включением молекулярной вязкости. Это позволяет учитывать особенности профиля скорости вблизи границы фаз, где турбулентность ещё не развита и движение воздуха определяется исключительно вязким переносом. Такой подход обеспечивает физически обоснованное воспроизведение профиля во всём диапазоне — от микронных масштабов у поверхности до высот, где вступает в силу турбулентный механизм переноса.

В расчетную область первой модели кроме турбулентной области включены два слоя. Первый — приповерхностный вязкий слой, где скорость ветра изменяется под действием молекулярной вязкости. Турбулентные пульсации здесь подавлены, и перенос импульса осуществляется за счёт ламинарного сдвига. Второй — буферный слой, в котором происходит постепенное развитие турбулентности. Здесь эффект молекулярной вязкости ещё ощутим, но по мере удаления от границы возрастает вклад вихревого обмена.

Такой подход уже находил применение в работах, посвящённых структуре приповерхностного потока над твёрдыми стенками. Ряд экспериментальных исследований Reichard H. 1938, 1951, Laufer J. 1954 [– 47], а также теоретические построения, выполненные в рамках уравнений пограничного слоя Rotta J. 1950, Miles J.W. 1965 [48, 49], показали, что включение вязкости в расчёт позволяет получить более точные значения касательного напряжения на границе и, соответственно, уточнить величину коэффициента сопротивления. Эти результаты обобщены в [19,50], где

описывается поведение турбулентных и переходных течений вблизи жёсткой поверхности.

В данной работе указанные положения развиваются применительно к атмосфере, взаимодействующей с волновой поверхностью, остающейся в аэродинамически гладком режиме. В отличие от стенки, неподвижной по определению, морская поверхность демонстрирует собственную динамику — колебания, обусловленные ветровыми волнами, которые при этом не достигают амплитуды, достаточной для нарушения ламинарного профиля вблизи границы. В этих условиях классическая формализация через параметр шероховатости  $Z_0$ , характерная для турбулентного режима, оказывается недостаточной.

Принятые в модели 1 допущения включают стационарность потока, его горизонтальную однородность, а также пренебрежение влиянием силы Кориолиса на вертикальную структуру приводного слоя. Такое упрощение допустимо при рассмотрении маломасштабных процессов и оправдано в ситуациях, когда вертикальные градиенты имеют первостепенное значение по сравнению с горизонтальной неоднородностью.

Параллельно с моделью 1, в работе применяется альтернативная схема (модель 2), в которой влияние вязкости не моделируется напрямую, а учитывается через параметризацию — введением эквивалентной шероховатости, соответствующей условиям аэродинамически гладкой поверхности. Такой подход широко используется в прикладных моделях атмосферного переноса, особенно в задачах метеорологического прогнозирования, где разрешение вязкого подслоя невозможно из-за ограничений по вычислительным ресурсам.

Однако параметризация неизбежно связана с допущениями, касающимися формы профиля и природы перехода от ламинарного режима к турбулентному. При наличии волн, но при сохранении гладкости, характер взаимодействия воздуха с поверхностью оказывается более сложным, чем

предполагается в классических схемах. Поэтому сравнение модели 1, в которой вязкость учитывается напрямую, и модели 2, основанной на параметрических приближениях, позволяет оценить ошибки, возникающие при использовании упрощённых представлений.

Последовательно задаётся несколько фиксированных значений касательного напряжения, определяемого через фрикционную скорость  $u^*$ . Это напряжение является управляющим параметром модели и отражает интенсивность механического воздействия атмосферного потока на подстилающую поверхность.

В то же время, модель 2, использовавшаяся для сопоставления, не требовала явного разрешения нижнего слоя. В ней скорость ветра описывалась через логарифмическую зависимость с фиксированным значением аэродинамической шероховатости, рассчитываемым по формуле для аэродинамически гладкой поверхности. Несмотря на простоту и эффективность такого подхода, он не позволяет адекватно описывать деформации профиля на малых (а вследствие этого и на больших) высотах, особенно в переходных условиях при слабом волнении.

В данной работе подход к сравнению двух моделей строится на предпосылке, что численно разрешённый вязкий подслой в модели 1 может служить эталоном для проверки корректности параметризаций, используемых в модели 2. Такое сопоставление позволяет не только выявить зоны наибольшего расхождения между моделями, но и предложить возможные направления их сближения — например, за счёт модификации значения коэффициента  $m_v$ .

Ключевыми параметрами, определяющими масштаб влияния вязкости в соответствующих моделях, выступают безразмерная константа  $a_v$ , входящая в формулу (11) для определения толщины вязкого подслоя, и параметр  $m_v$ , участвующий в формуле (3) для расчёта аэродинамической шероховатости в условиях динамически гладкой поверхности. Хотя обе эти

величины могут быть получены на основе экспериментальных данных, в литературе нет строгой единой нормы относительно их численного значения. В различных исследованиях, проведённых даже при относительно одинаковых условиях, наблюдается разброс.

Так, по данным работ Laufer J. 1954, Miles J.W. 1957 [47, 49], значения, определяющие масштаб перехода от вязкого режима к турбулентному, варьируются от 5 до 7. Константа  $m_v$ , отражающая интегральный эффект шероховатости при отсутствии явно выраженных выступов на поверхности, принимается в диапазоне от 0,09 до 0,13. При этом обе константы не являются независимыми — они представляют собой альтернативные способы учёта одних и тех же физических механизмов в разных математических формулировках. Поэтому при построении корректного сравнения между двумя моделями необходимо обеспечить согласованность этих параметров, обеспечивающую равенство решений в пределах логарифмического участка профиля.

В частности, при переходе к высотам, в несколько раз превышающим толщину вязкого подслоя, оба подхода должны давать одинаковые значения безразмерной скорости при прочих равных условиях. Такое требование является не просто условием удобства сравнения — оно отражает физический смысл моделей: каждая из них стремится к одному и тому же предельному профилю, отличаясь лишь способом моделирования нижней части потока.

Следовательно, наличие расхождений между решениями на высотах выше 1–2 метров при одинаковом значении фрикционной скорости может свидетельствовать о несогласованности используемых параметров. Для устранения этой проблемы предлагается провести процедуру подбора значений  $m_v$ , соответствующих каждому допустимому значению  $a_v$ , при фиксированной величине  $\delta$ .

Такая процедура может быть предварительно реализована через аналитическое сопоставление решений для безволновых условий. В этом случае уравнения, описывающие вертикальный профиль скорости для моделей 1 и 2, упрощаются и допускают явное интегрирование, приводя к аналитическим выражениям для безразмерной скорости как функции высоты. Эти выражения можно приравнять на характерной высоте (например,  $z=10\text{м}$ ), что позволит установить численное соответствие между параметрами  $a_v$ ,  $\delta$  и  $m_v$ .

Для модели 1:

$$u_n(z_{n2}) = \ln \frac{2z_{n2}}{l_0 + \sqrt{1+l_0^2}} - \left( 1 - \frac{\sqrt{1+l_{n0}^2-1}}{l_{n0}} \right) + u_{n0} \quad (3.1.1)$$

$$u_{n0} = \kappa a_v$$

Для модели 2:

$$u_n(z_{n2}) = \ln \left( \frac{z_{n2}}{z_{n0}} \right), \quad z_{n0} = 2\kappa m_v \quad (3.1.2)$$

$$z_n = \frac{\bar{z}v}{2\kappa u_*}, \quad u_n = \frac{\kappa u}{u_*}$$

Подчеркнём, что подобное соответствие не является эмпирическим или подгонкой: оно основано на равенстве решений, полученных из фундаментальных соотношений, описывающих вертикальный перенос импульса.

На практике, для каждого выбранного значения  $a_v$  и  $\delta$ , можно численно найти значение  $m_v$ , при котором разность между профилями скорости, полученными по обоим моделям, становится минимальной на заданной контрольной высоте. Этот подход позволяет избежать противоречий, возникающих при использовании некорректно подобранных параметров, и обеспечивает физически обоснованное сравнение результатов.

Равенство (3.1.1) и (3.1.2) приводит к результату отражающему соответствие между численными значениями экспериментальных констант:

$$m_v = M * \exp(-p) \quad (3.1.3)$$

$$M = \frac{2a_v\delta + \sqrt{1+(2a_v\delta)^2}}{4\kappa} \quad (3.1.4)$$

$$p = \kappa a_v - \left(1 - \frac{\sqrt{1+(2a_v\delta)^2}-1}{2a_v\delta}\right) \quad (3.1.5)$$

При  $\delta = 0$ :

$$m_v = \frac{1}{4\kappa} \exp(1 - \kappa a_v)$$

### 3.2 Модель с явным учетом вязкого подслоя

В рамках первого варианта модели, реализуемого в настоящем исследовании, основное внимание уделяется описанию вертикального переноса горизонтального импульса в приводном слое атмосферы с учётом одновременно действующих трёх механизмов: молекулярной вязкости, турбулентных пульсаций и волнового потока импульса. Такое разложение позволяет формализовать динамику ветрового профиля вблизи морской поверхности, находящейся в состоянии слаборазвитого волнения и сохраняющей аэродинамическую гладкость.

Согласно подходу, принятому в [1–3, 24, 25], полный вертикальный поток импульса:

$$\tau_v + \tau_t + \tau_w = const = u_*^2 \quad (3.2.1)$$

где  $\tau_v$ ,  $\tau_t$ ,  $\tau_w$  – вязкий турбулентный и волновой потоки импульса соответственно.

Под действием стационарного ветра в условиях однородного и неизменного во времени поля, суммарный поток импульса остаётся постоянным по вертикали в пределах приводного слоя ( $u_*^2 = const$ ).

Введем соответствующие граничные условия. Очевидно, что на большой высоте ( $z \rightarrow \infty$ ) волновой вклад исчезает, а передача импульса осуществляется исключительно турбулентным переносом:

$$\tau_w \rightarrow 0, \tau_t = u_*^2, \text{ при } z \rightarrow \infty \quad (3.2.2)$$

С другой стороны, у самой поверхности, где волны присутствуют и значимо влияют на структуру потока, принимается

$$\tau_w = \tau_{w0}, \text{ при } z = 0 \quad (3.2.3)$$

Вблизи границы фаз, где поток еще не стал турбулентным, но влияние волн уже имеет место, переменны  $\tau_v$ ,  $\tau_t$ ,  $\tau_w$  необходимо рассчитывать с учетом сложной внутренней структуры. Для этого используются уравнения:

$$\tau_v = \nu \frac{du}{dz}, \tau_t = k \frac{du}{dz} \quad (3.2.4)$$

$k$  – коэффициент турбулентного обмена импульсом.

Для описания турбулентного переноса применяется модель Прандтля — классический подход к параметризации турбулентного напряжения, использующий путь смешения  $l$  и локальный вертикальный градиент скорости. Согласно Prandtl 1925 [52], коэффициент турбулентной вязкости выражается как:

$$k = l^2 \frac{du}{dz} \quad (3.2.5)$$

Несмотря на свою простоту, оно хорошо зарекомендовало себя в условиях нейтральной стратификации и широко применяется в задачах, где нет сильного влияния устойчивой или неустойчивой термодинамической структуры атмосферы.

Однако для корректного применения модели в области, прилегающей к вязкому подслою, необходимо уточнить поведение функции  $l(z)$ , особенно в начальной части буферного слоя. Для этого вводится новая переменная:

$$z_1 = z - h_v \quad (3.2.6)$$

Параметр  $a_v$  для расчета толщины вязкого подслоя по (2.4.1), согласно экспериментальным обобщениям (Монин и Яглом 1971, Хинце 1963) [19, 50], варьируется в диапазоне от 5,0 до 7,0. Он описывает характерную высоту, на которой молекулярный перенос теряет доминирующее значение и начинается переход к турбулентному режиму. С переходом в координату  $z_1$  удобно описывать структуру буферного слоя, где механизмы переноса сосуществуют.

Величина пути смешения задается через линейное приближение

$$l = l_0 + kz \quad (3.2.7)$$

где  $l_0$  – начальное значение пути смешения на границе вязкого и буферного слоев.

По подходу, предложенному в модели Майлса [49], может быть отличным от нуля. Считается, что  $l_0$  пропорционален толщине вязкого слоя:

$$l_0 = \delta h_v = \delta a_v \frac{v}{u_*} \quad (3.2.8)$$

Параметр  $\delta$  вводится как безразмерная величина, определяющая долю от толщины вязкого слоя, приходящуюся на начальный уровень развития турбулентности. Очевидно, что его численное значение, по физическому смыслу, должно быть меньше или сравнимо с  $k$ , но не превышать его. Физически это означает, что турбулентный механизм переноса не возникает мгновенно при достижении поверхности потоком, а формируется в процессе перехода от вязкого к буферному режиму.

Такое построение позволяет избежать резких скачков в распределении коэффициента турбулентного обмена и добиться физически обоснованного перехода от ламинарного слоя к турбулентному.

С целью упрощения аналитического и численного анализа системы, описывающей структуру воздушного потока в приповерхностной зоне, в рамках настоящей модели вводится вспомогательная переменная:

$$\bar{z} = z_1 + l_0 \kappa^{-1} = z - (1 - \delta \kappa^{-1}) h_v, d\bar{z} = dz_1 = dz, l_0 = \delta a_v \frac{v}{u_*} \quad (3.2.9)$$

Такое преобразование вводится с целью сместить начало координат в систему, где путь смещения  $l$  становится линейной функцией новой переменной.

После подстановки новой переменной в уравнение баланса потоков импульса, оно принимает вид:

$$\kappa^2 \bar{z}^2 \left( \frac{du}{d\bar{z}} \right)^2 + v * \frac{du}{d\bar{z}} = u_*^2 - \tau_w(\bar{z}) \quad (3.2.10)$$

Решение приведённого квадратного уравнения относительно производной скорости (при условии её положительного значения) можно записать явно:

$$\frac{du}{d\bar{z}} = \frac{u_*}{\kappa \bar{z}} \sqrt{1 - \frac{1}{u_*^2} (\tau_w(\bar{z}) - (\frac{v}{2\kappa \bar{z}})^2)} - \frac{v}{2\kappa^2 \bar{z}^2} \quad (3.2.11)$$

В общем виде (3.2.10) решается как

$$u(\bar{z}) = \frac{u_*}{\kappa} \int_{z_*}^{\bar{z}} \sqrt{1 - \frac{1}{u_*^2} (\tau_w(\bar{z}) - (\frac{v}{2\kappa \bar{z}})^2)} \frac{d\bar{z}}{\bar{z}} - \frac{v}{2\kappa} (\bar{z}^{-1} - z_*^{-1}) + u_0 \quad (3.2.12)$$

В итоге, имея выражение (3.2.12), можно перейти к численному итерационному интегрированию по высоте, начиная с нижней границы  $\bar{z}_0 = z_*$  и вплоть до высоты 10 метров.

При анализе структуры приповерхностного слоя особый интерес представляет оценка масштаба перехода от вязкого режима к турбулентному. Максимально возможное значение величины  $z^*$ , введённой ранее как поправка к высоте с учётом начального уровня пути смещения, ограничивается толщиной вязкого подслоя. При типичных значениях фрикционной скорости  $u_* = 0.05$  м/с и безразмерной константы  $a_v = 6$ , получаем  $z_* = 0.02$ . Это указывает на то, что уже начиная с высот порядка 2 метров и выше, поправка  $z_*$  становится пренебрежимо малой, и переменная  $\bar{z}$  фактически совпадает с  $z_1$ .

Значение скорости при  $z_1 = 0$  соответствует скорости на внешней границе чисто вязкого слоя и, согласно выполнению равенства:

$$v \frac{du}{dz} = u_*^2 - \tau_w(\bar{z})$$

Определяется соотношением:

$$u_0 = \frac{u_*^2 - \tau_w(\bar{z})}{v} h_v = a_v u_* \left(1 - \frac{1 - \tau_w(\bar{z})}{u_*^2}\right) \quad (3.2.13)$$

Интерпретация выражения (3.2.12) позволяет проследить, как волновой поток импульса влияет на стартовое значение ветрового профиля выше вязкого слоя. Чем больше величина  $\tau_w$ , тем меньше становится  $u(\bar{z})$ , то есть тем медленнее начинается рост скорости с высотой. Это отражает физический смысл перераспределения механического импульса: энергия ветра затрачивается на преодоление как молекулярной вязкости воды, так и силы тяжести, формируя волны.

Из (3.2.10) можно явно получить выражение для профиля коэффициента турбулентности:

$$k(\bar{z}) = \kappa u_* \bar{z} \sqrt{1 - \frac{1}{u_*^2} (\tau_w(\bar{z}) - \left(\frac{v}{2\kappa\bar{z}}\right)^2)} - \frac{v}{2} \quad (3.2.14)$$

$$\bar{z} = z_1 + z_*, \quad z_* = \delta \frac{a_v v}{\kappa u_*} \quad (3.2.15)$$

На больших высотах, когда влияние вязкости и волнения становится незначительным, уравнения (3.2.12) и (3.2.14), выведенных ранее, приближается к предельному случаю, известному по полуэмпирической теории Мони́на–Обухова, что соответствует логарифмическому распределению скорости ветра, наблюдаемому в атмосфере над твёрдой шероховатой поверхностью при нейтральной стратификации.

Рассмотрим поведение производной вертикального профиля скорости в предельном случае, когда волновой поток импульса отсутствует ( $\tau_w=0$ ). В

этом случае уравнение, описывающее градиент скорости, существенно упрощается и принимает следующий вид:

$$\frac{du}{dz} = \frac{u_*}{kz} \sqrt{1 + \frac{1}{u_*^2} \left(\frac{v}{2kz}\right)^2} - \frac{v}{2k^2z^2} \quad (3.2.16)$$

Указанная форма уравнения показывает, что градиент скорости зависит от высоты нелинейным образом и включает как масштабный вязкий член, так и модифицированный логарифмический вклад. Из этого уравнения можно аналитически рассчитать вертикальный профиль ветра, проинтегрировав обе части уравнения:

$$U(\bar{z}_2) - U(\bar{z}_1) = -\frac{1}{2ku_*\bar{z}} \sqrt{(2ku_*\bar{z})^2 + v^2} + 2 \ln \left( 2ku_*\bar{z} + \sqrt{(2ku_*\bar{z})^2 + v^2} \right) + \frac{v}{2k^2\bar{z}} \Big|_{\bar{z}_1}^{\bar{z}_2}$$

Соответственно, численную реализацию модели 1 в отсутствие волнения можно проверить по аналитическому решению.

### 3.3 Модель с параметризацией вязкого подслоя

Альтернативным подходом к описанию вертикального профиля ветра в приземной атмосфере над морской поверхностью является модель, в которой влияние молекулярной вязкости не моделируется напрямую, а заменяется параметрической зависимостью от высоты. Такой способ широко распространён в прикладной практике, в том числе в численных погодных и климатических моделях. Он базируется на концепции эффективной аэродинамической шероховатости,  $z_0$ , которая позволяет обойтись без явного разрешения вязкого и переходного слоёв.

В рамках данной модели исключаются из рассмотрения как чисто вязкий подслей, так и буферная зона, где в реальности сосуществуют вязкий и турбулентный механизмы переноса. Вместо этого считается, что на всей интересующей высоте устанавливается турбулентный режим, но при этом начальное влияние вязкости и геометрии поверхности закладываются в

параметре  $z_0$ . Его численное значение определяется на основе формулы для аэродинамически гладкой поверхности (2.2.3).

Принимая такой подход, уравнение (3.2.10) для вертикального градиента скорости по координате переменной  $\bar{z}$ , аналогичной введённой в модели 1, упрощается. Теперь оно включает только вклад турбулентного и волнового компонентов и записывается в следующем виде вместе с граничными условиями:

$$\kappa^2 \bar{z}^2 \left( \frac{du}{d\bar{z}} \right)^2 + \nu * \frac{du}{d\bar{z}} = u_*^2 - \tau_w(\bar{z}) \quad (3.3.1)$$

$$u = 0, \text{ при } \bar{z} = z_0 \quad (3.3.2)$$

Это приводит к расчетной формуле:

$$u(\bar{z}) = \frac{u_*}{\kappa} \int_{z_*}^{\bar{z}} \sqrt{1 - \frac{\tau_w(\bar{z})}{u_*^2} \frac{d\bar{z}}{\bar{z}}} \quad (3.3.3)$$

Уравнение (3.3.3) отражает влияние волнового импульса на структуру потока в предположении, что другие механизмы, включая молекулярную вязкость, уже заложены в значение шероховатости. Очевидно, что при  $\tau_w = 0$ , интеграл сводится к логарифму, и профиль вновь принимает логарифмический вид, характерный для нейтральной стратификации над непроницаемой поверхностью.

Физический смысл такой параметризации заключается в том, что вся тонкая структура приземного слоя, включая микровоздействие волн и вязкости, интерпретируется как эквивалентная шероховатость, действующая на поток как единая макроповерхность. Это резко снижает вычислительную нагрузку и позволяет получать приемлемую точность при расчётах на высотах выше нескольких метров. Однако цена такой универсализации — потеря детальной информации о поведении ветра в зоне, непосредственно прилегающей к водной поверхности. Одним из достоинств модели 2 является её простота и вычислительная эффективность. При скоростях ветра более 5-7 м/с такой подход дает вполне корректные результаты. Кроме того, она

позволяет легко связать скорость ветра на стандартной высоте (например, 10 м) с фрикционной скоростью  $u_*$ , что необходимо для расчёта импульсного и теплового обмена между океаном и атмосферой.

Однако при этом модель становится чувствительной к выбору параметра  $m$ , особенно в условиях, близких к границе аэродинамической гладкости. Изменение параметров  $m$  и  $\alpha$  даже в эмпирических пределах может привести к существенным колебаниям в расчёте профиля ветра и, как следствие, в оценке коэффициента сопротивления  $C_d$ . Это ограничивает универсальность модели в чистом виде и требует согласования констант.

Сравнение модели 2 с более полной схемой (моделью 1) позволяет установить диапазон применимости параметрического подхода.

### 3.4 Волновой поток импульса и волновой спектр

Для корректного включения волнового вклада в структуру вертикального переноса импульса в приводном слое атмосферы необходима параметризация потока импульса, индуцируемого поверхностными гравитационными волнами. В данной работе для этой цели используется аппроксимация, предложенная в [29] и основанная на сочетании модели волнового пограничного слоя (ВПС) с конформной теорией потенциальных волн. Этот подход позволяет учитывать как структуру спектра, так и пространственную неоднородность потока вблизи подвижной границы фаз. Согласно этому подходу, вклад волн в вертикальный перенос импульса можно выразить двойным интегралом по частоте и направлению волн:

$$\tau_w(z) = \int_0^\omega \int_{-\pi}^\pi \omega^2 \beta(\Omega) S(\omega, \theta) \exp(-G(\bar{\omega}) \frac{\omega^2 z}{g}) d\omega d\theta \quad (3.4.1)$$

где  $\omega$  – угловая скорость волны,  $\Theta$  – угол между направлением распространения волны и направлением ветра,  $S(\omega, \Theta)$  – двумерный спектр

поверхностного волнения,  $\beta(\Omega)$  – мнимая часть функции отклика, определяющая степень взаимодействия турбулентности с волнами,  $G(\bar{\omega})$  – функция, описывающая затухание влияния волны с удалением от поверхности,  $\bar{\omega}$  – нормированная частота, вводимая для удобства масштабирования.

Параметр  $\Omega$  — кажущаяся (или видимая) безразмерная частота, учитывающая сдвиг фазы между ветром и волной. Она рассчитывается по направлению ветра с использованием следующего выражения:

$$\Omega = \omega u(z_{\lambda/2}) \cos(\theta) / g \quad (3.4.2)$$

$$z_{\lambda/2} = \frac{\pi g}{\omega^2} \quad (3.4.3)$$

где  $z_{\lambda/2}$  – высота, соответствующая половине длины волны.

Эта формула служит для оценки скорости потока на высоте, где энергия волны наиболее чувствительна к взаимодействию с ветровым полем. Такая высота логично используется в качестве характерного масштаба, поскольку именно в этом интервале располагается максимум механического влияния волн на воздух.

Функция  $\beta(\Omega)$ , входящая в интеграл, описывает эффективную интенсивность передачи импульса от волны к потоку через турбулентное взаимодействие. В данной работе используется кусочно-квадратичная аппроксимация, предложенная в [29] и уточнённая в [17]:

$$\beta(\Omega) = \begin{cases} \beta_0 + A_0(\Omega - \Omega_0) + A_1(\Omega - \Omega_0)^2, & \Omega \geq \Omega_0 \\ \beta_0 + A_0(\Omega - \Omega_0) - A_1(\Omega - \Omega_0)^2, & \Omega < \Omega_0 \end{cases} \quad (3.4.4)$$

где  $A_0 = 0,02277$ ;  $A_1 = 0,09476$ ,  $\beta_0 = -0,02$ ,  $\Omega_0 = 0,58$

Смысл этой аппроксимации заключается в том, что при малых значениях  $\Omega$ , когда фаза волны сильно отстаёт от потока, функция  $\beta$  остаётся отрицательной и уменьшается, отражая противоположную передачу импульса — от волн к воздуху. При увеличении  $\Omega$  поведение функции меняется, и сдвиг становится положительным, что означает перекачку

импульса из ветра в волновое поле. Такая симметрия вокруг точки  $\Omega_0$  отражает переход между различными режимами взаимодействия потока с волнами.

Затухающая функция  $G$ , отвечающая за вертикальное ослабление волнового импульса, определяется эмпирически по формуле:

$$G = 0.985 + 0.4\bar{\omega}^{0.81} \quad (3.4.5)$$

$$\bar{\omega} = \frac{\Omega}{\Omega_p} \quad (3.4.6)$$

где  $\Omega_p$  – значение  $\Omega$  соответствующее частоте пика спектра и рассчитывается по формуле (3.4.2).

Использование переменной  $\bar{\omega}$  позволяет нормализовать спектральный диапазон и выделить вклад волн различной длины относительно доминирующего диапазона.

Кроме того, функция  $G$  учитывает тот факт, что короткие волны (большие  $\omega$ ) взаимодействуют с атмосферой на гораздо меньшей высоте, чем длинные, и потому их вклад в вертикальный импульс более локализован.

Важное преимущество данной схемы — её совместимость с широким спектром волновых моделей. В частности, расчёт спектра  $S(\omega, \theta)$  может быть выполнен как на основе классических моделей типа Пирсона-Московица, так и с использованием данных из численных моделей волнения (например, WAVEWATCH III), что позволяет интегрировать подход в существующие системы атмосферного и морского прогноза. В данной работе использовался спектр JONSWAP.

В следующих разделах будет рассмотрено, как данная аппроксимация интегрируется в численную схему расчёта профиля ветра, и каким образом производится оценка влияния волнового импульса на величину коэффициента сопротивления в моделях 1 и 2.

Для построения физически согласованной модели взаимодействия атмосферы с волнами необходима корректная параметризация волнового

поля, которая учитывает как частотную, так и угловую структуру. В контексте данной работы задача заключается не просто в описании спектра, а в создании универсальной схемы, которая могла бы быть внедрена в составные атмосферно-океанические модели, включающие динамику ветрового волнения. Такой подход позволяет учитывать обратную связь от волн на атмосферный поток за счёт волнового потока импульса.

В качестве базового спектрального приближения используется модель JONSWAP, широко применяемая в задачах прогноза и теоретического анализа [30]. Она позволяет описывать как развитое, так и развивающееся волнение, что делает её подходящей для условий изменяющегося ветра и ограниченного разгона.

$$S(\omega, \theta) = S_j(\omega)D(\bar{\omega}, \theta), \quad (3.4.6)$$

где  $S_j(\omega)$  - одномерный (частотный) спектр;  $D(\bar{\omega}, \theta)$  – функция, описывающая угловое распределение плотности потенциальной энергии.

Форма энергетического спектра волнения, применяемого при расчёте потока импульса от поверхности моря, определяется в данной модели через безразмерный параметр обратного возраста волн, обозначаемый как  $\Omega_n$ .

Одномерная составляющая записывается в виде:

$$S_j(\omega) = \alpha \frac{g^2}{\omega^5} \exp(-1,25 * \bar{\omega}^{-4}) \gamma^\Gamma \quad (3.4.7)$$

$$\alpha = 0,01 * \Omega_n^{0,66}$$

$$\Omega_n = \frac{u_{10}}{C_\phi}$$

Показатель  $\Gamma$ , входящий в экспоненту, определяется как функция частоты и зависит от положения относительно спектрального пика:

$$\Gamma = \exp\left(\left(\frac{\bar{\omega}-1}{1,41\sigma}\right)^2\right) \quad (3.4.8)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.7, & \bar{\omega} < 1 \\ 0.9, & \bar{\omega} > 1 \end{cases} \quad (3.4.9)$$

Такое поведение функции  $\Gamma$  отражает асимметрию формы спектра — его крутизна возрастает быстрее после пика, отражая физику формирования и затухания волн.

Однако модель JONSWAP имеет недостаток при описании полностью сформированного волнения, особенно в области малых значений обратного возраста волны ( $\Omega_p < 1.5$ ). В этом случае она переоценивает амплитуду спектра — по оценкам, примерно в 1.5 раза по сравнению с классическим спектром Пирсона–Московитца, предназначенным для описания полностью развитого волнения при устойчивом ветре. Для него спектральная плотность задаётся формулой Pierson W.J. 1964 [53]:

$$S_p(\omega) = 0.0081 \frac{g^2}{\omega^5} \exp(1.25 * \bar{\omega}^{-4}) \quad (3.4.10)$$

Чтобы избежать скачкообразных переходов между режимами, используется сглаженная комбинация спектров. Такая весовая форма позволяет описывать как развивающееся, так и сформированное волнение:

$$S(\omega) = W S_p + (1 - W) S_j \quad (3.4.11)$$

$$W = \exp(-15(\Omega_n - \Omega_m)) \quad (3.4.12)$$

Подчеркнем, что в условиях слабого ветра, характерного для образования аэродинамически гладкой поверхности, значение  $\Omega_n$  может достигать сравнительно высоких величин. Это означает, что пик спектра сдвигается в область высоких частот, а энергия волнового поля распределяется преимущественно в диапазоне коротких волн, обладающих высокой чувствительностью к вязкости и подверженных сильному затуханию.

Динамически гладкое состояние поверхности формируется преимущественно при низких скоростях ветра — как правило, не превышающих 5–7 м/с. В этих условиях волнение не успевает развиться до состояния зрелой спектральной формы. В частности, при  $u_{10} = 1$  м/с и  $\Omega_n$  соответствующее значение  $\Omega_p$  составляет около  $29 \text{ с}^{-1}$ , что указывает на

доминирование коротковолновых компонентов. В данном исследовании мы ограничились  $1 < \Omega < 6$ .

В дальнейшем расчёты потока импульса, скорости ветра и коэффициента сопротивления проводятся именно в этом ограниченном диапазоне параметров.

### 3.5 Численная реализация

Для реализации предложенных моделей расчёта структуры приземного слоя — как с явным учётом молекулярной вязкости (модель 1), так и с параметризацией шероховатости (модель 2) — использовалась схема численного интегрирования, обеспечивающая высокую точность вблизи поверхности и устойчивость на всей расчётной глубине. Центральной задачей стало получение профиля скорости ветра  $u(z)$  при заданных значениях фрикционной скорости  $u_*$ , спектральных характеристиках волн и коэффициентах модели.

Численное интегрирование уравнений (3.2.11) и (3.3.3), осуществлялось по схеме Симпсона. Для повышения точности в приповерхностной области, где градиенты могут быть резко выражены, использовалась сетка с неравномерным шагом по высоте. Переход к такой сетке позволил сэкономить вычислительные ресурсы при сохранении необходимого разрешения вблизи зоны максимального изменения параметров потока.

Размеры вертикальных шагов  $\Delta z_i$  определялись прогрессией:

$$\Delta z_{i+1} = \gamma_i \Delta z_i \quad (3.5.1)$$

Начальный шаг  $\Delta z_1$  при этом выбирался равным толщине вязкого подслоя, что обеспечивало адекватное разрешение зоны молекулярного переноса. Эта толщина рассчитывалась по формуле (11), исходя из кинематической вязкости воздуха и текущего значения  $u_*$ . Величина

коэффициента растяжения сетки  $\gamma$  подбирались итерационно так, чтобы верхняя граница последнего (сотого) уровня оказывалась на высоте ровно 10 метров — уровне, на котором проводилось сравнение моделей и определялся коэффициент сопротивления. В зависимости от фрикционной скорости, значение  $\gamma$  колебалось в пределах от 1.025 до 1.035.

Использование геометрически растянутой сетки — один из распространённых приёмов в моделировании пограничных слоёв, поскольку он позволяет адаптировать шаг интегрирования к локальному масштабу изменения переменных. Вблизи поверхности, где вязкие и волновые эффекты проявляются наиболее резко, мелкий шаг позволяет точнее уловить изменение градиента, тогда как на больших высотах, где поток приближается к асимптотическому логарифмическому поведению, возможно использовать более редкую дискретизацию без потери точности.

Для расчёта волнового потока импульса использовалась частотно-угловая сетка, на которой задавался двумерный спектр волн  $S(\omega, \theta)$ . По частоте применялась также неравномерная сетка, построенная по аналогии с вертикальной. Начальный шаг  $\Delta\omega_1$  определялся как:

$$\Delta\omega_1 = 0.1\Omega_p\Omega_n \quad (3.5.2)$$

Общее количество частотных интервалов составляло 100, что обеспечивало покрытие диапазона от низких до высоких частот, включая области доминирования и затухания спектра.

$D(\omega, \theta)$ , в частности в тех случаях, когда она имеет узкополосный характер вблизи ветрового направления.

Реализация расчёта проводилась в виде итерационной процедуры. На первом шаге величина волнового потока  $\tau_w = 0$  для обеих моделей принималась равной нулю. Это соответствовало случаю отсутствия волнения, и позволило получить начальный профиль ветра. Затем, используя полученное распределение скорости, рассчитывался волновой спектр, и на его основе — поток импульса от поверхности.

На второй итерации в уравнения подставлялись уже ненулевые значения  $\tau_w$ , и вычислялись обновлённые профили скорости ветра. Процесс повторялся до тех пор, пока максимальное отклонение между профилями на двух соседних итерациях не оказывалось меньше 0.01%. Это условие обеспечивало как сходимость решения, так и достаточную точность аппроксимации влияния волн.

Для достижения согласованности между моделями и обеспечения корректного сопоставления результатов расчётов важнейшим этапом являлось уточнение параметра  $m_v$ , определяющего величину шероховатости в модели с параметризацией. В условиях, когда расчёт осуществляется по модели 2 при заданной фрикционной скорости  $u_*$ , важно, чтобы полученное значение скорости на высоте 10 метров соответствовало расчётному значению по модели 1. Такой подход позволяет обеспечить согласованность результатов по профилю скорости на высотах, выходящих за пределы буферного слоя.

На практике подбор параметра  $m_v$  осуществлялся итерационно. После каждого расчёта по модели 2 проверялось, насколько значение скорости на уровне 10 метров отличается от требуемого. Если модуль разности превышал  $10^{-4}$  м/с, значение параметра  $m_v$  увеличивалось на небольшую величину, как правило, не превышающую одного процента от текущего значения, после чего расчёт выполнялся повторно. Эта процедура повторялась до тех пор, пока не достигалась требуемая точность. Такой метод, несмотря на свою простоту, обладает высокой точностью, но требует значительных вычислительных затрат, особенно при массовом расчёте профилей для широкого диапазона входных параметров.

Следует подчеркнуть, что при расчётах, где в качестве контрольного уровня используется высота 10 метров, даже малое расхождение в значении скорости может привести к значительным ошибкам при восстановлении

коэффициента сопротивления. Поэтому достижение точного согласования на этой высоте является оправданной и необходимой мерой.

Для ускорения процесса и повышения эффективности вычислений использовалась схема с начальным приближением значения  $m_v$ . На основании предварительных расчётов было выявлено, что значение параметра находится в устойчивой зависимости от фрикционной скорости. В связи с этим в качестве стартового приближения была предложена линейная зависимость:

$$m_v = 0.1 + 0.1 * u_* \quad (3.5.3)$$

Данная формула позволила существенно сократить число итераций, необходимых для достижения заданной точности.

Стоит отметить, что использование подобного приближения не подменяет точного расчёта, а лишь ускоряет его сходимость. На практике, при применении указанной формулы, количество итераций уменьшалось с 10–15 до 2–4 при сохранении той же точности по конечному значению скорости на заданной высоте. Это особенно важно при массовом расчёте профилей или в задачах, требующих оперативной обработки большого массива данных.

После получения устойчивых значений  $m_v$  для набора случаев с различными параметрами  $m_v(u_*, \Omega, a_v)$ , возникла необходимость в построении обобщающей зависимости, позволяющей аппроксимировать  $m_v$  как функцию нескольких переменных. Ввиду сложности построения аналитической зависимости от трёх аргументов и ограниченности традиционного регрессионного анализа при работе с неоднородными данными, было принято решение использовать методы машинного обучения.

Для решения данной задачи использовалась библиотека Scikit-learn, построенная на базе SciPy и NumPy. Эта библиотека предоставляет разнообразные инструменты для построения, обучения и валидации моделей, включая нейросетевые регрессоры. Обучающая выборка была составлена из

результатов предварительных расчётов, выполненных по итерационной схеме, включающих значения  $u_*$ ,  $\Omega$ ,  $a_v$  и соответствующие значения  $m_v$ , полученные в результате сходимости.

Архитектура нейросетевой модели была построена по схеме многослойного персептрона с одним скрытым слоем. Активационная функция — ReLU; оптимизатор — Adam. Объём обучающей выборки составил порядка 1000 точек, каждая из которых включала три входных параметра и целевое значение  $m_v$ . При этом данные были нормированы по каждому признаку, что обеспечило устойчивость обучения и предотвращение деградации градиентов.

Для контроля переобучения использовалась процедура кросс-валидации с разбиением на обучающую и тестовую выборки в пропорции 80/20.

## 5 ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

### 4.1 Моделирование без учета волнового потока импульса

Рассмотрим поведение скорости ветра для обеих моделей. На рисунке 1 приведены профили скорости ветра для 4-х случаев. Синие линии представляют модели с явным моделированием вязкости и параметризацией (линии 1 и 2 соответственно) и без учета волнового потока импульса. Красным – явное моделирование вязкости (линия 3) и параметризация (линия 4) с учетом волнового потока.

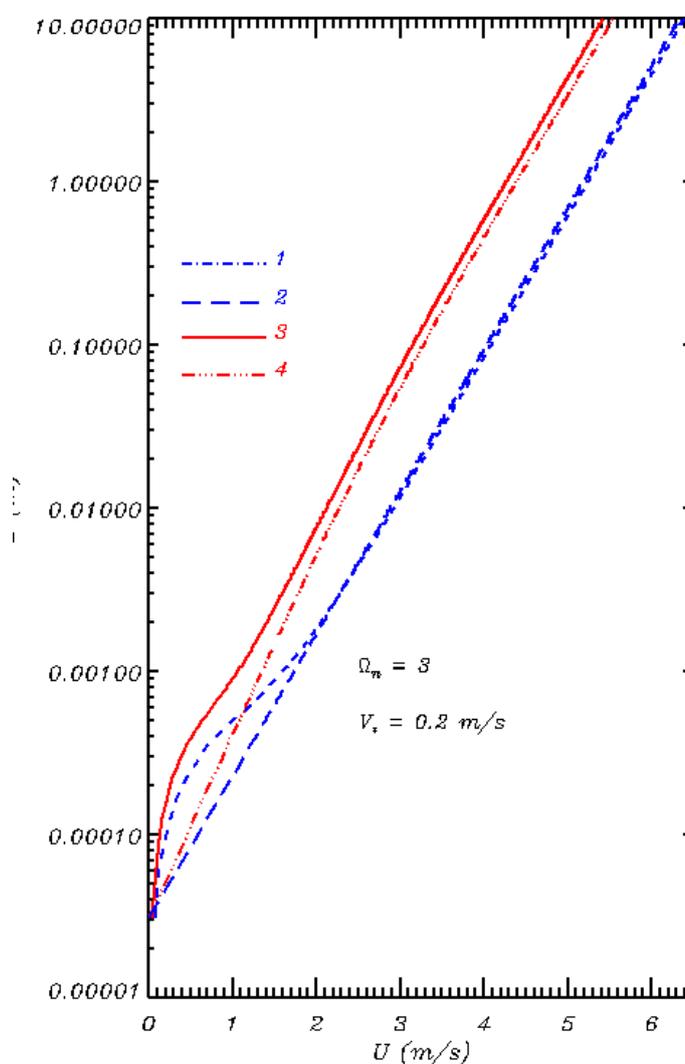


Рисунок 1. Вертикальные профили скорости ветра по двум моделям без учёта волнового потока

Из рис. 1 уже можно сделать вывод о том, что добавление волновых потоков вносит значительные вклад как в распределение скорости ветра, так и в расчет коэффициента сопротивления. Количественная оценка будет приведена в следующем разделе.

Вначале были получены соотношения между параметрами моделей по выражениям (3.1.3-3.1.5). Результаты расчетов представлены в таблице 1.

Таблица 1. Соотношение между параметрами моделей при  $\delta = 0$

$a_v$	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6,0
$m_v$	0,221	0,212	0,204	0,196	0,188	0,181	0,174	0,167	0,160	0,154
$a_v$	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7,0
$m_v$	0,148	0,142	0,137	0,131	0,126	0,121	0,116	0,112	0,108	0,103

Анализ данных, представленных в таблице 1, показывает, что связь между эмпирическими параметрами и аналитическими зависимостями далеко не всегда оказывается однозначной. Хотя классически рекомендуемый диапазон значений параметра  $m_v=0,09\div 0,13$ , предложенный Никурадзе, считается стандартом при описании сопротивления динамически гладкой поверхности, его применимость ограничивается довольно узким диапазоном параметра  $a_v$ . Проведённое сопоставление показывает, что соответствие между указанными величинами достигается только при  $a_v$  в интервале 6,5–7, что заметно сужает рекомендованный в научной литературе диапазон значений. За пределами этого диапазона наблюдаются устойчивые расхождения между теоретически выведенными и экспериментально подобранными значениями. Это может свидетельствовать о необходимости пересмотра универсальности приведённых эмпирических коэффициентов при переносе их в контексты, отличающиеся от условий лабораторных труб или идеализированных потоков.

На рисунке 2 приведены данные расчетов для различных размеров начального вихря.

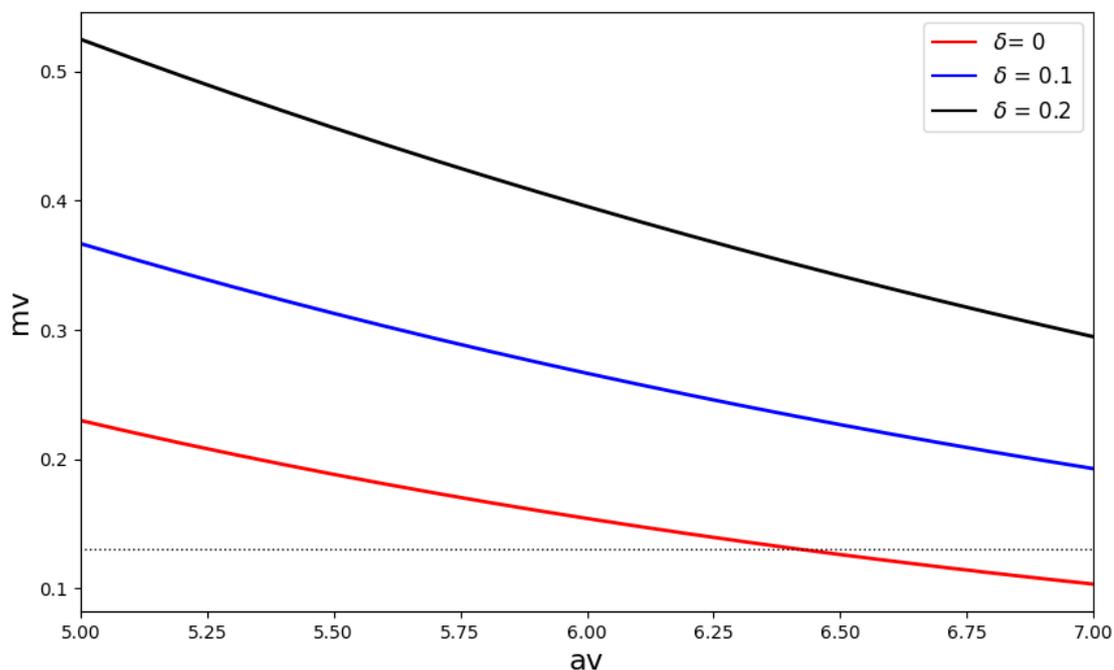


Рисунок 2. Зависимость безразмерной шероховатости динамически гладкой поверхности  $m_v$  от безразмерной толщины вязкого подслоя  $av$  при различных размерах начального вихря смещения

Как видно из рисунка 1, даже небольшое отклонение от нуля оказывает заметное влияние на профильсогласованные значения констант. Однако до настоящего времени отсутствуют однозначные экспериментальные данные, позволяющие точно определить масштаб начального турбулентного вихря на границе вязкого слоя. Предположения Майлса, использованные в модели, допускают ненулевое значение, но оставляют открытым вопрос о его характерной величине.

Можно заключить, что размер начального вихря, по-видимому, ограничен сверху значением постоянной фон Кармана  $k \approx 0,4$ , поскольку выход за этот предел приводит к систематическим расхождениям с эмпирически подтверждёнными значениями сопротивления. Более того, уже при предположении, что начальная длина перемешивания составляет порядка

5–10 % от толщины вязкого слоя, теоретически полученные значения  $m_v$  начинают выходить за границы диапазона, определённого Никурадзе.

Этот факт может указывать на то, что вблизи поверхности, несмотря на наличие нестационарных флуктуаций, турбулентность остаётся слабой и не оказывает заметного влияния на формирование профиля скорости. Вполне вероятно, что структура потока в этой зоне определяется конкуренцией между вязким и потенциально турбулентным режимами, где даже небольшие смещения точки старта перемешивания приводят к выраженному изменению интегральных характеристик.

Тем не менее, интерпретировать это как опровержение выводов Никурадзе было бы некорректно. Скорее, речь идёт о том, что предложенные им значения справедливы для строго определённого класса задач — в частности, для устойчивых потоков в трубах и каналах с фиксированной геометрией стенок. При переносе этих оценок в атмосферные задачи, необходимо учитывать различие как в геометрии, так и в механизмах возбуждения турбулентности.

В целом из рис. 1 видно, что при уменьшении параметра  $a_v$ ,  $m_v$  возрастает по зависимости близкой к линейной. Увеличение предполагаемых размеров первоначального турбулентного вихря так же приводит к примерно линейному росту  $m_v$ .

Особенно важно это учитывать при переходе от одной модели к другой — например, при использовании модели 2 для оперативных расчётов, когда модель 1 применяется как эталон при валидации. В таких случаях несогласованность между  $a_v$  и  $m_v$  может привести к систематическим ошибкам в расчёте коэффициента сопротивления и, как следствие, некорректному воспроизведению потоков импульса и энергии на границе атмосферы и океана.

Представленные расчёты позволяют сделать вывод о том, что связь между параметрами моделей далеко не тривиальна и требует отдельного

внимания при каждом новом применении. Универсализация констант без их адаптации к условиям расчёта может исказить результаты, особенно в зоне у поверхности, где влияние начальных условий может быть особенно ощутимо. Исходя из этого в последующих экспериментах авторы ограничились именно этим диапазоном констант для  $a_v$  и  $\delta$ .

#### 4.1 Моделирование с учетом волнового потока

Итак, вначале оценим воздействие степени развития волнения на профиль ветра. Для первого эксперимента будем использовать рекомендованное значение константы  $m_v = 0,11$ . На рисунках 1 и 2 приведены профили ветра для развитого волнения и молодых волн соответственно. Здесь и далее красной линией обозначается модель с явным моделированием вязкости, а синей линией – параметризация.  $u_* = 0.2$  м/с.

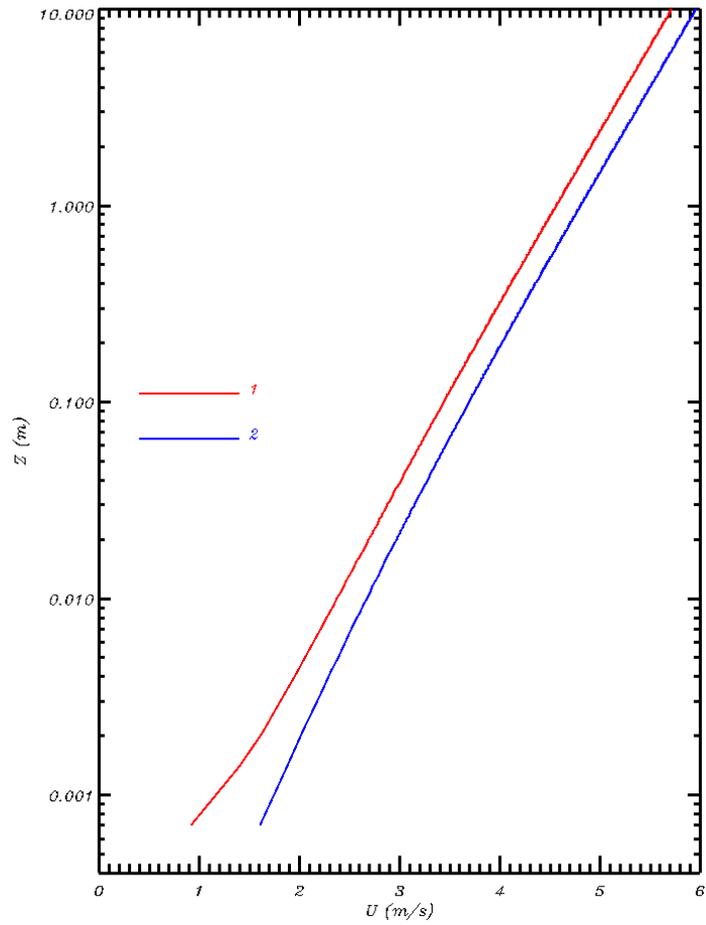


Рисунок 3. Профили ветра для развитого волнения при рекомендованной константе  $m_v$  (красная - явное моделирование вязкости, синяя - параметризация)

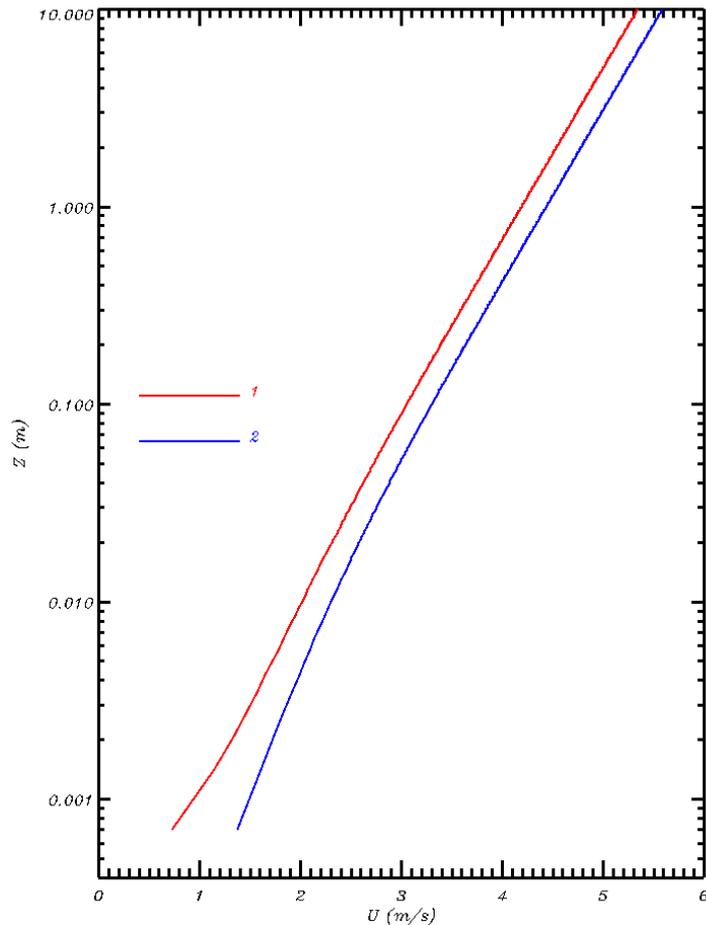


Рисунок 4. Профили ветра для молодых волн при рекомендованной константе  $m_v$  (красная - явное моделирование вязкости, синяя - параметризация)

Из рис. 1, рис. 3 и рисунка 4 видно, что добавление волн значительно сказывается на значениях скорости ветра на различных высотах. Так, на высоте 10 метров отличие составляет до 0,6 м/с. И хотя в абсолютном значении это немного, но относительно скорости ветра в 5 м/с это ошибка более чем в 10%.

Рассмотрим теперь влияние возраста волны. Сравнивая рис. 1 и рис. 3 становится ясно, что зрелые волны оказывают наибольшее влияние на профиль ветра. Именно для таких волн разница составляет 0,5-0,6 м/с.

Ближе всего к безволновому к профилю ветра (рис.1) находится профиль для самых молодых волн (обратный возраст волны 5)

При этом нетрудно заметить различия и между самим моделями. По рисункам 1 и 2 видно, что в случае молодых волн модель с параметризацией

завышает значения скорости ветра на 0,3 м/с. При развитом волнении завывшение 0,1 м/с.

На рисунке 5 представлено значение коэффициента сопротивления взволнованной морской поверхности при рекомендованном значении  $m_v$ . Красным цветом так же обозначены случаи, когда вязкость рассчитывалась явно, синим – параметризация. Линии 1 и 4 (монотонно убывающие, близкие по значениям линии) показывают случай в отсутствии волн. Линии 2 и 5 (тонкая сплошная и тонкая пунктирная) показывают расчеты при молодых волнах. Линии 3 и 6 (жирная сплошная и жирная пунктирная. – для зрелого волнения.

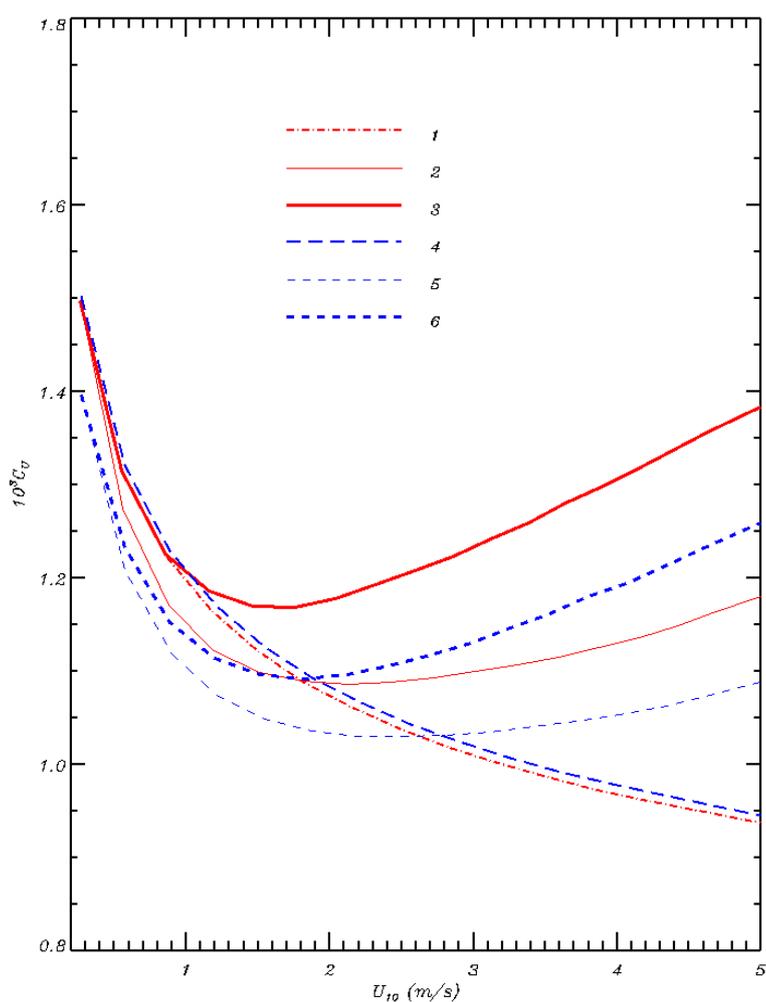


Рисунок 5. Коэффициент сопротивления для различных случаев при рекомендованном  $m_v$  (1, 4 - без волн; 2, 5 - молодые волны; 3, 6 - развитые волны; красные линии - явное моделирование вязкости; синие - параметризация)

Нетрудно заметить, что добавление волн значительно изменяет вид зависимости коэффициента сопротивления. Без волнового потока коэффициент сопротивления монотонно убывает. При наличии волн начиная со скорости примерно 2 м/с он начинает расти. Причем значения  $C_d$  для молодых волн меньше, чем для развитых. Это логично, поскольку молодые волны обладают большей фазовой скоростью и как бы обгоняют поток воздуха, соответственно и сопротивление в таком случае будет меньше. Кроме того становится очевидно, что в данном случае введение параметризации без согласования констант приводит к значительным ошибкам в расчете коэффициента сопротивления, около 20%.

Для следующего эксперимента произведем эмпирический подбор константы  $m_v$  при  $a_v = 7, u_* = 0.2$  м/с. На рисунках 5 и 6 приводятся аналогичные профили в случае согласования констант.

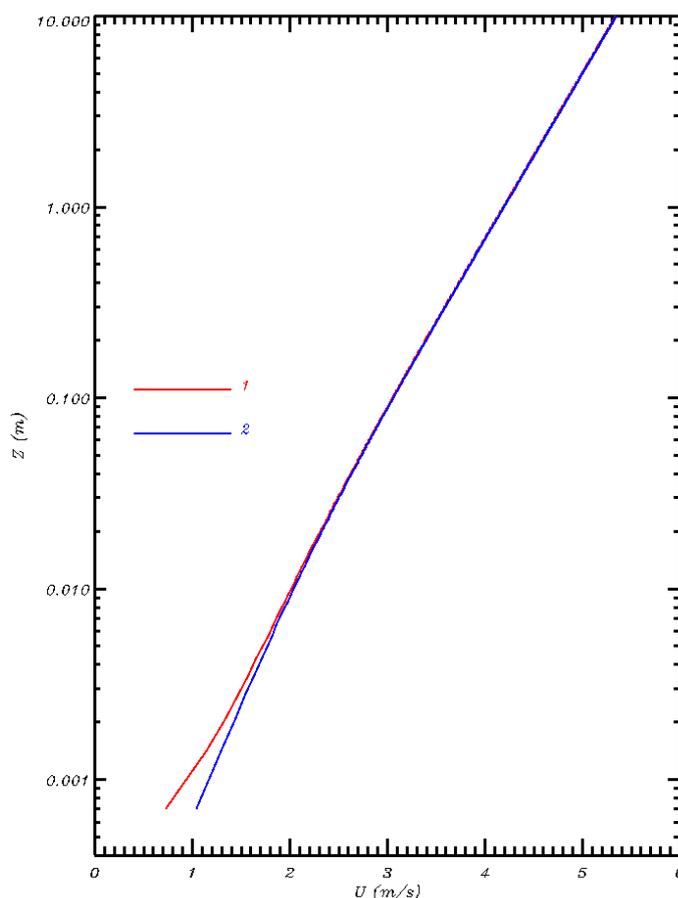


Рисунок 6. Профили ветра для развитого волнения при подобранной  $m_v$  (красная - явное моделирование вязкости, синяя - параметризация)

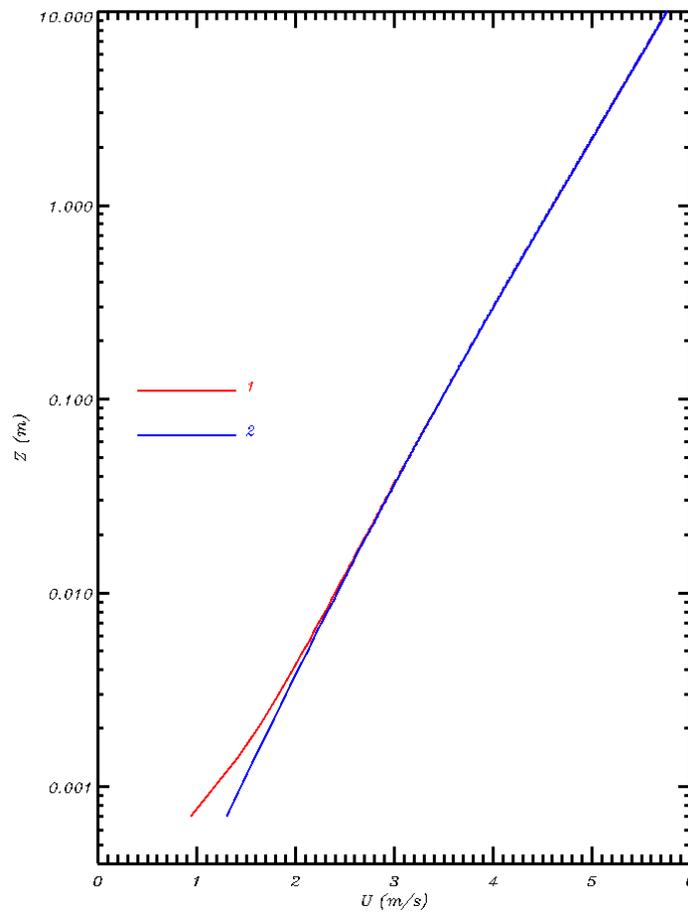


Рисунок 7. Профили ветра для молодых волн при подобранной  $m_p$  (красная - явное моделирование вязкости, синяя - параметризация)

Из рис. 6 и 7 видно, что подбор константы эмпирическим путем позволяет почти полностью сопоставить профили ветра для обеих моделей.

Модель с параметризацией больше не завышает значения и легко проследить уменьшение скорости ветра при развитии волн: от молодых волн с обратным возрастом 5 (рис.7) до зрелых с обратным возрастом 1(рис.6). Стоит также отметить, что итерационно подобранное значение константы в данном случае значительно отличается от теоретического значения для случая без волн (таблица 1).

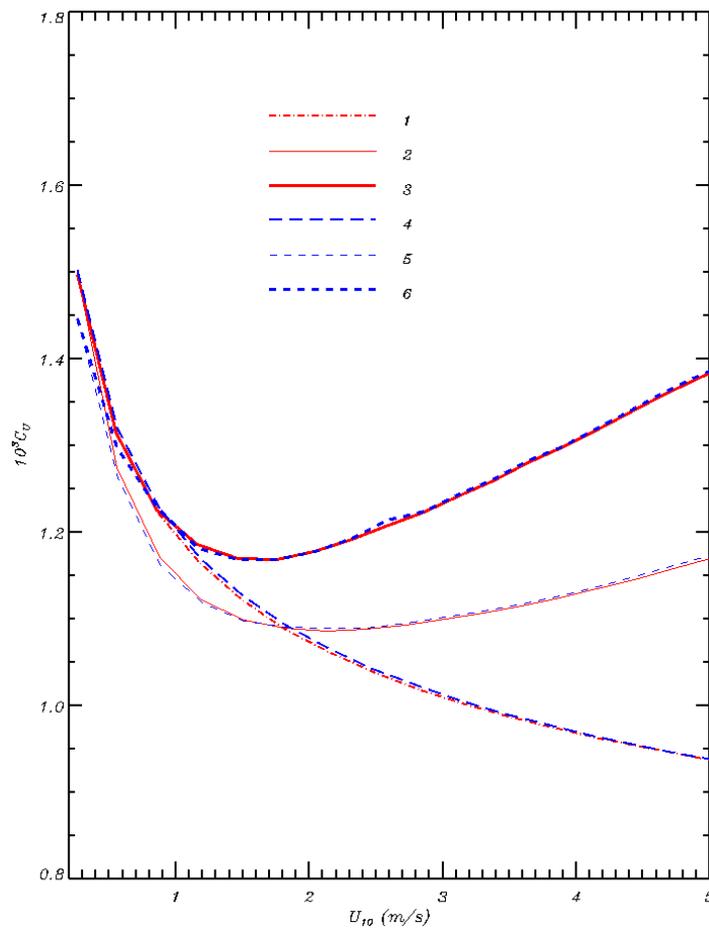


Рисунок 8. Коэффициент сопротивления для различных случаев при подобранной  $t_v$  (1, 4 - без волн; 2, 5 - молодые волны; 3, 6 - развитые волны; красные линии - явное моделирование вязкости; синие - параметризация)

На рис. 8 легко заметить, как все случаи теперь сходятся. Соответственно можно сделать вывод о том, что подбор констант был оправдан и точность параметризации значительно возросла. Так же теперь проще оценить вклад волн в значения коэффициента сопротивления. Даже при самых низких скоростях ветра ( $< 2$  м/с) различие составляет до 20%.

Однако, после этого меняется не только характер изменения, но и ошибка в прогнозе. При скорости ветра около 5 м/с разница достигает 30-60%, в зависимости от стадии развития волн.

Именно в рамках данного эксперимента была построена аппроксимационная модель, позволяющая выразить зависимость параметра шероховатости от трех параметров  $t_v(u_*, \Omega, a_v)$ . Построение такой модели

оказалось необходимым с одной стороны для перехода от ресурсоёмких итерационных расчётов к быстрому определению  $m_v$ , при заданных условиях; а с другой стороны позволило получить эмпирическую зависимость для предсказаний, выходящих за рамки данного исследования.

Для повышения интерпретируемости и сохранения физического смысла аппроксимации, обученной нейросетевой модели было наложено явное ограничение на форму выходной зависимости. В частности, допускалось использование полиномиальной функции третьей степени по переменным  $u_*$  и  $\Omega$ , при этом зависимость от  $a_v$  должна выражаться в виде линейной поправки. Такой подход позволил сохранить простоту результирующего уравнения, одновременно учитывая нелинейный характер взаимосвязи между переменными.

В итоге было получено следующее уравнение:

$$m_v(u_*, \Omega, a_v) = 0,119 - 0,512u_* + 0,05\Omega + 10,254u_*^2 + 0,273u_*\Omega - 0,017\Omega^2 - 29,360u_*^3 + 0,915u_*^2\Omega - 0,058u_*\Omega^2 + 0,002\Omega^3 + 0,01 \cdot (7 - a_v)$$

Полученная функциональная зависимость описывает  $m_v$  как совокупный результат действия указанных параметров и может быть использована для предварительной оценки шероховатости без необходимости запуска полной модели. Важно подчеркнуть, что модель была обучена на выборке, охватывающей физически осмысленный и практически релевантный диапазон значений:

$$- 0,01 \leq u_* \leq 0,2 \text{ м/с}$$

$$- 5,5 \leq \Omega \leq 6$$

$$- 6,7 \leq a_v \leq 7$$

Таким образом, в дальнейших экспериментах модель будет протестирована в условиях, отличающихся от обучающей выборки, для оценки её прогностических способностей и устойчивости к варьированию входных данных.

В следующем эксперименте оценим эффективность уравнения (4.1.1). Рассмотрим случай выходящий за пределы обучающей выборки по  $a_v$  и по  $\Omega \cdot a_v = 6,5$  (как предельно возможное и согласующееся с эмпирическими данными без волнового потока),  $\Omega = 1$  или 5.

На рисунках 9-14 показаны результаты моделирования при использовании коэффициентов рассчитанных по формуле (4.1.1). На этих рисунках красные линии по-прежнему отображает явный учет вязкости, то есть тот профиль к которому должна стремиться модель с параметризацией (синяя линия).

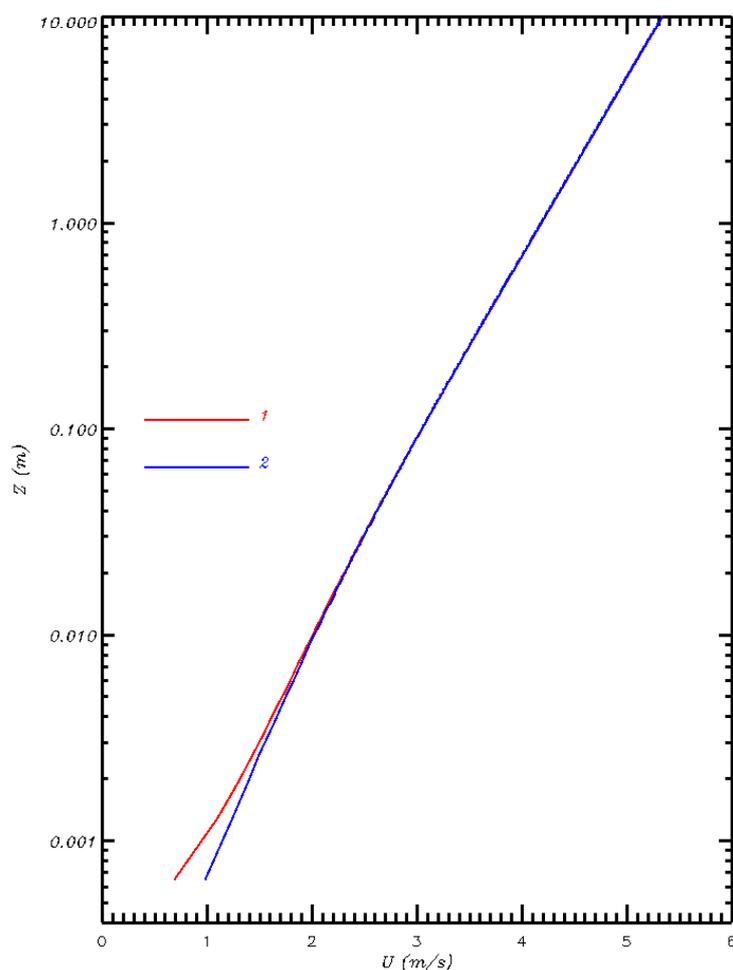


Рисунок 9.Профили ветра для развитого волнения при рассчитанной (4.1.1)  $m_v$  (красная - явное моделирование вязкости, синяя - параметризация);  $a_v =$

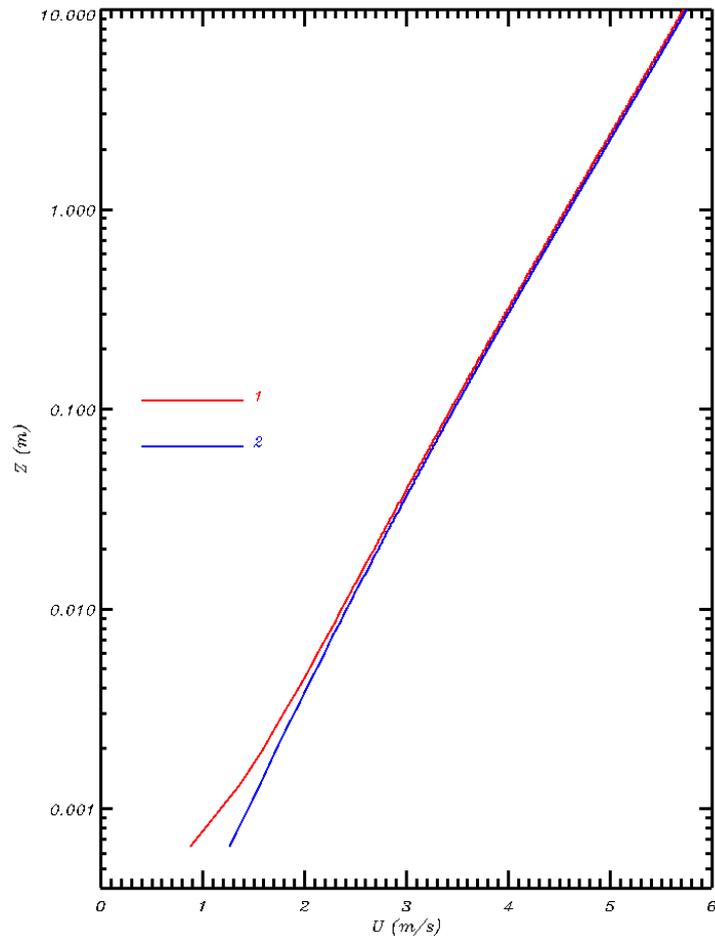


Рисунок 10. Профили ветра для молодых волн при рассчитанной  $m_v$  (4.1.1) (красная - явное моделирование вязкости, синяя - параметризация);  $a_v = 6.5$

По рис. 9 и 10 уже можно сделать предварительные выводы о том, что построенная аппроксимационная модель (4.1.1) дает достаточно точные результаты. Разница в скорости ветра на высоте 10 м не превышает  $10^{-3}$  м/с.

В остальном наблюдаются те же закономерности. Чем более развитое волнение, тем меньше скорость ветра во всем слое воздуха.

На рис. 11 представлены значения коэффициента сопротивления.

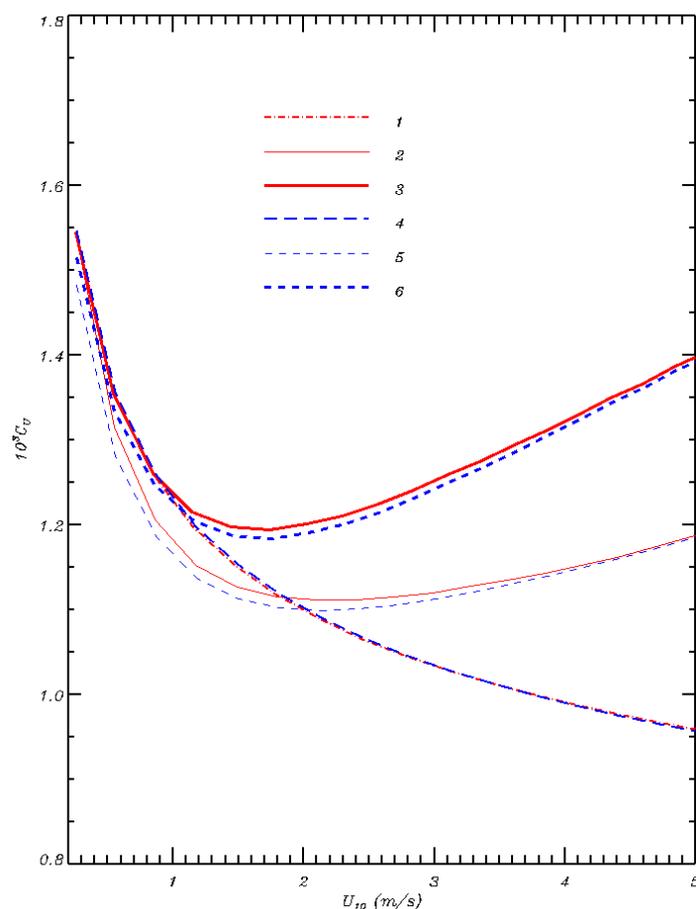


Рисунок 11. Коэффициент сопротивления для различных случаев при рассчитанной  $m_v$  (1, 4 - без волн; 2, 5 - молодые волны; 3, 6 - развитые волны; красные линии - явное моделирование вязкости; синие - параметризация);  $a_v = 6.5$

Из рис. 11 видно, что для параметра  $a_v = 6.5$ , аппроксимационная модель дает достаточно точные результаты. По ней профиль  $C_d$  воспроизводится достаточно точно, хотя заметны отклонения при самых низких скоростях ветра. Модель с параметризацией, как уже было отмечено, завышает скорость и, соответственно, занижает коэффициент сопротивления.

Наконец для финального эксперимента было решено взять значение  $a_v$  значительно выходящее за достоверный интервал показанный в таблице 1.  $a_v = 5$ ,  $\Omega = 1$  или 5.

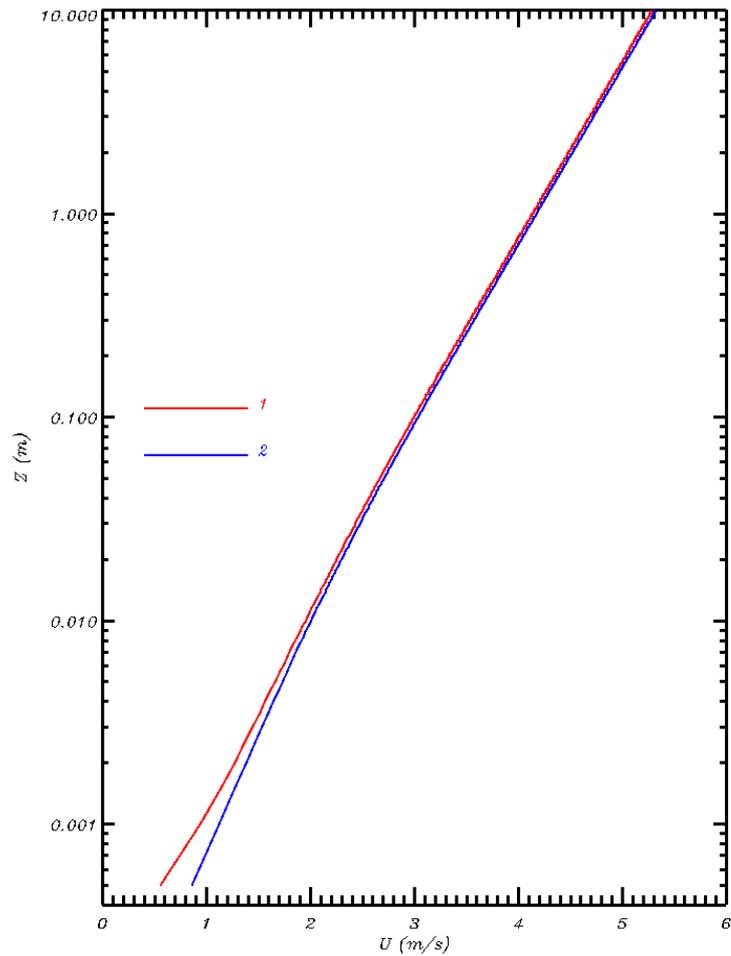


Рисунок 12. Профили ветра для развитого волнения при рассчитанной (4.1.1)  $m_v$  (красная - явное моделирование вязкости, синяя - параметризация)  $a_v = 5$

По рис. 12 видно, что при развитом волнении для константы  $a_v = 5$  модель дает незначительное отклонение. Однако, как будет показано дальше, даже такое отклонение приводит к заметным ошибкам в определении  $C_d$ . По всей видимости это связано с обучающей выборкой.

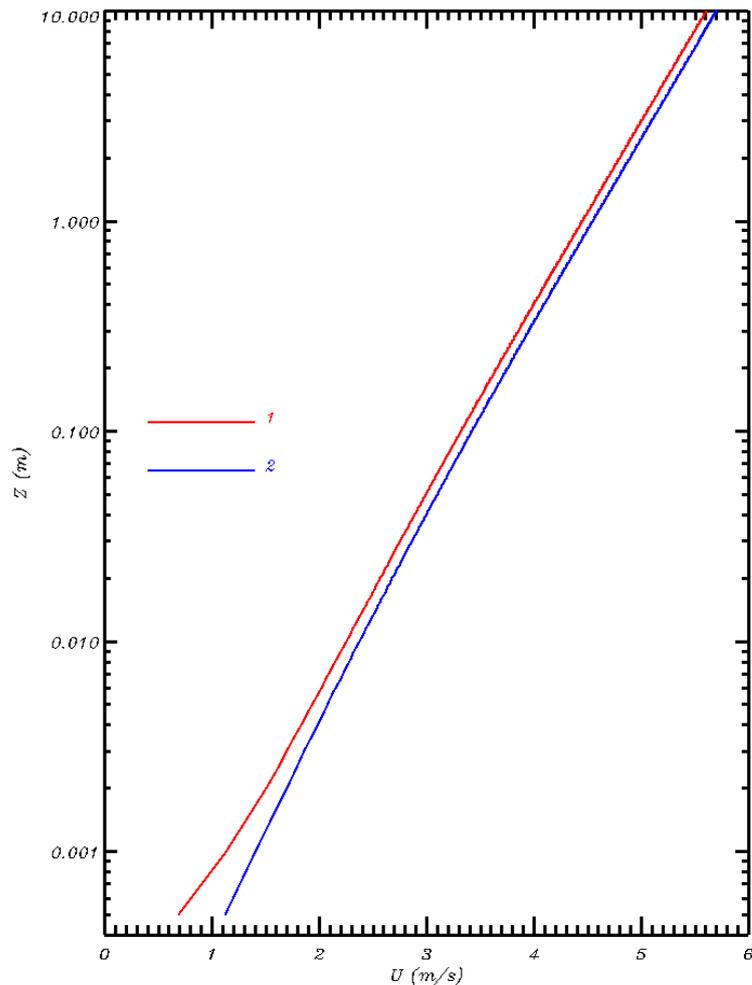


Рисунок 13. Профили ветра для молодых волн при рассчитанной (4.1.1)  $m_v$  (красная - явное моделирование вязкости, синяя - параметризация)  $a_v = 5$

Из рис. 13 Видно, что для молодых волн аппроксимация выполнена достаточно точно. Однако, скорости выборки в данном случае несколько завышены по сравнению с развитым волнением. То есть, несмотря на то что обучающая выборка содержала параметры молодого волнения, в случае когда  $a_v$  значительно выходит за пределы указанный в разделе 4.1, именно для молодых волн наблюдается наибольшее отклонение. Скорее всего это связано с тем, что параметр  $a_v$  в уравнении (4.1.1) задавался в качестве линейной поправки, тогда как в реальности эта зависимость носит более сложный характер.

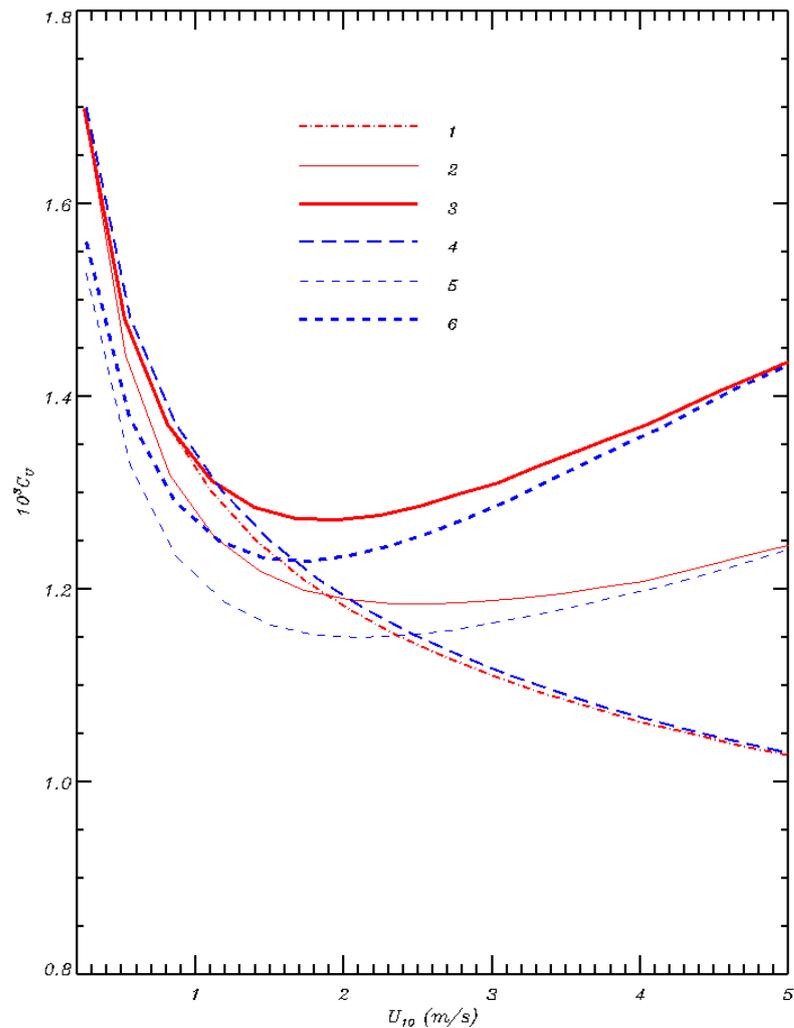


Рисунок 14. Коэффициент сопротивления для различных случаев при рассчитанной  $m_v$  (1, 4 - без волн; 2, 5 - молодые волны; 3, 6 - развитые волны; красные линии - явное моделирование вязкости; синие - параметризация);  $a_v = 5$

Из рис. 14 становится видно, что хотя по уравнению (4.1.1) и можно достаточно точно воспроизвести характер изменений как скорости ветра, так и коэффициента сопротивления, но количественно сохраняются значительные ошибки в 10% при низких скоростях ветра. Чем выше скорость ветра, тем соответственно меньше ошибка.

По итогам численных экспериментов можно сделать несколько общих выводов.

Волновой поток импульса вносит значительный вклад не только в конечное числовое значение коэффициента сопротивления, но и в сам

характер зависимости его распределения при разных скоростях ветра на высоте 10 м. При этом волны закономерно снижают наблюдаемые значения скорости ветра, вследствие затрат энергии собственно на их образование.

Ошибки в определении скорости ветра приводят к значительным отклонениям при расчете коэффициента сопротивления.

Необходимость учета волнового вклада очевидна, например, из рисунка 8. Коэффициент сопротивления при развитом волнении примерно в 1,5 больше, чем коэффициент спокойной поверхности, рассчитанный по классическому логарифмическому профилю.

Вклад вязкости также оказался достаточно значимым. Для скоростей ветра параметризация по рекомендованным в литературе значениям может приводить к ошибке в 5-10% при расчете скорости ветра или ошибка до 20% для коэффициента сопротивления.

## 6 Заключение

Проведённые расчёты позволяют всесторонне оценить влияние параметров волнового эффекта на формирование вертикального профиля скорости ветра в приповерхностном слое атмосферы. В частности, сопоставление результатов, полученных для различных моделей учёта вязкости и волнового потока, показало, что даже при близких значениях вводимых констант отклонения в профиле скорости могут достигать 0,6 м/с на высоте 10 м, что эквивалентно относительной ошибке более 10% при типичных значениях ветра порядка 5 м/с.

Важным результатом является выявленная зависимость точности воспроизведения профиля от стадии развития волн. Зрелое волнение вызывает наибольшее снижение скорости ветра во всем подслое, что согласуется с физическим представлением о более эффективной передаче импульса от воздуха к воде за счёт усиленного взаимодействия с поверхностными волнами. В отличие от зрелых, молодые волны демонстрируют меньший вклад в сопротивление, что, вероятно, обусловлено их высокой фазовой скоростью и, как следствие, меньшим тормозящим эффектом на воздушный поток.

Сравнение двух подходов — явного моделирования вязкости и параметризации — показывает, что без предварительного согласования модельных коэффициентов параметризация приводит к ощутимым ошибкам в определении как скорости ветра, так коэффициента сопротивления. При этом характер этих искажений зависит от возраста волны: для зрелых волн ошибка немного больше, чем для молодого волнения. Это подтверждает необходимость строгой настройки параметрических моделей при переходе от эталонных расчётов к более оперативным.

Проведённый эмпирический подбор констант показал, что при соответствующей настройке возможно достичь высокого уровня согласования между двумя типами моделей и, соответственно, уточнить

значение параметра шероховатости для низких скоростей ветра. Однако следует подчеркнуть, что значения, обеспечивающие наилучшее совпадение с эталонным решением, существенно отличаются от рекомендуемых в классической литературе. Скорее всего это связано со специфическими условиями проведения натурных исследований, поскольку эмпирические значения констант были получены задолго до того, как численное моделирование стало достаточно эффективным инструментом исследований.

Одним из ключевых этапов работы стало построение аппроксимационной модели, выражающей зависимость коэффициента шероховатости от скорости ветра, обратного возраста волны и параметра  $\delta$ , характеризующего относительную толщину вязкого подслоя. Полученное выражение носит полиномиальный характер по двум переменным, с линейной поправкой по третьей. Подобный подход обеспечивает не только вычислительную эффективность, но и позволяет сохранить физическую интерпретируемость модели.

Результаты валидации аппроксимационной формулы показывают, что в диапазоне параметров, охватывающем обучающую выборку, расхождения между моделями не превышают 0,1–0,2 м/с, а коэффициент сопротивления воспроизводится с точностью до 5–10%. Это делает полученное уравнение удобным инструментом для оперативных расчётов, особенно в задачах, где запуск полной модели сопряжён с высокими вычислительными затратами.

При выходе за пределы обучающего диапазона точность модели снижается, особенно при крайне низких скоростях ветра ( $< 2$  м/с). В этих условиях погрешности в оценке коэффициента сопротивления могут достигать 10–15%, что связано, вероятно, с тем, что именно в этом диапазоне наиболее существенно влияние нестабильных начальных условий и нелинейных эффектов, не полностью учтённых в аппроксимации. Тем не менее, даже в этих случаях воспроизводится общая форма зависимости и динамика изменений, что свидетельствует о корректной структуре построенного выражения.

В случае значений параметра  $a_v$ , выходящих за пределы рекомендованных и, наблюдаются значительные расхождения между результатами параметрической модели и эталонного решения. Это подчёркивает ограниченность области применимости универсальных эмпирических коэффициентов, особенно в задачах, где структура потока существенно отличается от каналов и труб, для которых эти параметры были первоначально выведены.

Учет волнового потока импульса критически важен для точной реконструкции вертикального профиля скорости ветра и расчета аэродинамического сопротивления на границе атмосферы и океана.

Параметризация вязкости требует настройки, особенно при варьировании возраста волн или изменении характеристик приграничного слоя. Универсальные значения констант недостаточны без калибровки.

Построенная аппроксимационная модель демонстрирует высокую эффективность в пределах заданного диапазона, при этом структура её выражения позволяет делать обоснованные прогнозы вне обучающей выборки.

Результаты указывают на сложный характер взаимосвязей между параметрами волнения и характеристиками вязкого слоя, что требует дополнительных исследований в этой области.

При численном моделировании вертикальной структуры приводного слоя атмосферы над динамически гладкой поверхностью морского волнения представляется целесообразным использовать упрощённый подход, основанный на исключении из расчётной области нижележащих слоёв — вязкого и переходного (буферного) — при условии их параметрического учёта. В частности, влияние этих слоёв может быть компенсировано посредством введения эквивалентного значения коэффициента

шероховатости, отражающего интегральный эффект микромасштабных процессов на формирование турбулентной структуры над поверхностью.

Однако такая редукция возможна лишь при строго соблюдаемом соответствии между безразмерными величинами, характеризующими соотношение между внутренним масштабом (толщиной вязкого подслоя и интенсивностью начального перемешивания) и внешними условиями — в первую очередь стадией развития поверхностного волнения. Эти параметры выступают связующим звеном между микрофизикой процессов во внутренней области и динамикой течений во внешнем турбулентном подслое, а потому не могут быть выбраны произвольно. Кроме того встает вопрос о возможной необходимости пересмотра устоявшихся констант или по крайней мере оценка их применимости при численном моделировании.

В дальнейшем планируется верифицировать значения полученные в данной работе по лабораторным наблюдениям.

## Список использованной литературы

1. Charnock H. Wind stress on a water surface // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 1955. Vol. 81. P. 639–640.
2. Large W.G., Pond S. Open ocean momentum flux measurements in moderate to strong winds // *Journal of Physical Oceanography*. 1981. Vol. 11. P. 324–336.
3. Belcher S.E., Hunt J.C.R. Turbulent flow over hills and waves // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1998. Vol. 30. P. 507–538.
4. Janssen P.A.E.M. Quasi-linear theory of wind-wave generation applied to wave forecasting // *Journal of Physical Oceanography*. 1991. Vol. 21. P. 1631–1642.
5. Smith S.D., Hasse L., Anderson R.J. et al. Sea surface wind stress and drag coefficients: The HEXOS results // *Boundary-Layer Meteorology*. 1992. Vol. 60. P. 109–142.
6. Fairall C.W., Bradley E.F., Godfrey J.S. et al. Cool-skin and warm-layer effects on sea surface temperature // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1996. Vol. 101, No. C1. P. 1295–1308.
7. Fairall C.W., Bradley E.F., Hare J.E. et al. Bulk parameterization of air–sea fluxes: Updates and verification for the COARE algorithm // *Journal of Climate*. 2003. Vol. 16. P. 571–591.
8. Sullivan P.P., McWilliams J.C., Moeng C.-H. Simulation of turbulent flow over idealized water waves // *Journal of Fluid Mechanics*. 2000. Vol. 507. P. 143–178.
9. Sullivan P.P., McWilliams J.C., Melville W.K. Surface gravity wave effects in the oceanic boundary layer: Large-eddy simulation with vortex force and stochastic breakers // *Journal of Fluid Mechanics*. 2007. Vol. 593. P. 405–452.
10. Kudryavtsev V., Makin V. Impact of swell on the marine atmospheric boundary layer // *Journal of Physical Oceanography*. 2004. Vol. 34. P. 934–949.
11. Kudryavtsev V., Makin V. Modulation of surface wind by long surface waves // *Boundary-Layer Meteorology*. 2007. Vol. 125. P. 289–303.

12. Edson J.B., Crawford T.L., Crescenti G.H. et al. Vertical structure of wind stress drag coefficient and turbulence over the open ocean // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2004. Vol. 109, C10. C10S08.
13. Edson J.B., Jampana V., Weller R.A. et al. On the exchange of momentum over the open ocean // *Journal of Physical Oceanography*. 2013. Vol. 43. P. 1589–1610.
14. Csanady G.T. *Air-Sea Interaction: Laws and Mechanisms*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. 239 p.
15. Kukulka T., Brunner K., Hara T. et al. Observations of vertical profiles of wind stress and surface wave effects using high-resolution lidar // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. 2011. Vol. 28. P. 1223–1232.
16. Högström U., Smedman A.-S., Sahlee E. et al. A unifying theory for the drag coefficient over the ocean in all wind conditions // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2015. Vol. 72. P. 989–1032.
17. Монин А.С., Яглом А.М. *Статистическая гидромеханика. Том 1.* — М.: Наука, 1965. — 639 с.
18. Зилитинкевич С.С. *Динамика пограничного слоя атмосферы.* — Л.: Гидрометеоиздат, 1970. — 292 с.
19. Katsaros, K. B., M. A. Donelan, and W. M. Drennan, 1993: Flux measurements from a Swath ship in SWADE. *J. Mar. Syst.*, **4**, 117–132.
20. Dupuis, H., C. Guerin, D. Hauser, A. Weill, P. Nacass, W.M. Drennan, S. Cloché, and H. C. Graber, 2003: Impact of flow distortion corrections on turbulent fluxes estimated by the inertial dissipation method during the FETCH experiment on R/V *L'Atalante*. *J. Geophys. Res.*, **108**.8064, doi:10.1029/2001JC001075.
21. Kudryavtsev, V., D. Hauser, G. Caudal, and B. Chapron, A semiempirical model of the normalized radar cross-section of the sea surface, 1, Background model, *J. Geophys. Res.*, 108(C3), 8054, doi:[10.1029/2001JC001003](https://doi.org/10.1029/2001JC001003), 2003.

22. Sullivan, P. P., McWilliams, J. C., & Melville, W. K. (2014). *Ocean surface wave-breaking and the turbulent boundary layer*. Annual Review of Fluid Mechanics, 46, 247–273. <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-011212-140403>
23. Webster, P. J., C. A. Clayson, and J. A. Curry, 1996: Clouds, Radiation, and the Diurnal Cycle of Sea Surface Temperature in the Tropical Western Pacific. J. Climate, 9,1712–1730,  
[https://doi.org/10.1175/1520-0442\(1996\)009<1712:CRATDC>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0442(1996)009<1712:CRATDC>2.0.CO;2).
24. Sullivan, P. P., J. C. McWilliams, and E. G. Patton, 2025: An Investigation of Coupled Atmospheric and Oceanic Boundary Layers Using Large-Eddy Simulation. J. Atmos. Sci., 82, 829–846, <https://doi.org/10.1175/JAS-D-24-0149.1>.
25. Mellor, G. L., and T. Yamada, 1982: Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Rev. Geophys.*, **20**, 851–875.
26. Andreas, E. L., Persson, P. O. G., & Hare, J. E. (2008). A bulk turbulent air–sea flux algorithm for high-wind, spray conditions. Journal of Physical Oceanography, 38(7), 1581–1596.
27. Donelan, MA & Haus, Brian &Reul, Nicolas & Plant, William &Stiassnie, Michael & Graber, H. & Brown, Otis & Saltzman, E.. (2004). On the limiting aerodynamic roughness of the ocean in very strong winds. Geophys. Res. Lett.. 31. L18306, doi:10.1029/2004GL019460, 2004. 10.1029/2004GL019460.
28. BELCHER, S. E., NEWLEY, T. M. J. & HUNT, J. C. R. 1993 The drag on an undulating surface induced by the flow of a turbulent boundary layer. J. Fluid Mech. 249, 557-596.
29. Kraus, E. B., and J. A. Businger, *Atmosphere-Ocean Interaction*, 2nd Edition, Oxford University Press 1994, 362 pp.
30. Дружинин, О. А.,Динамика дрейфового течения в приповерхностном водном слое под воздействием турбулентного ветра. *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*, 57(6), 739–752, 2021
31. Donelan, M. A., 1990: Air–seainteraction. *The Sea*, B. LéMehauté and D. Hanes, Eds., Vol. 9A, Wiley, 239–292.

32. U. Piomelli: Large-eddy simulation: achievements and challenges, *Progress in Aerospace Sciences*, Volume 35, Issue 4, 1999, Pages 335-362, [https://doi.org/10.1016/S0376-0421\(98\)00014-1](https://doi.org/10.1016/S0376-0421(98)00014-1).
33. Donelan, M. A., 1997: Air-water exchange processes. *Physical Limnology*, J. Imberger, Ed., *Coastal Estuar. Studies*, Amer. Geophys. Union, in press.
34. Bala Subrahmanyam, D. and Ramachandran, R.: Wind Speed dependence of Air-Sea Exchange parameters over the Indian Ocean during INDOEX, IFP-99, *Ann. Geophys.*, 21, 1667–1679, <https://doi.org/10.5194/angeo-21-1667-2003>, 2003.
35. Sutherland, P., and W. K. Melville, 2015: Field Measurements of Surface and Near-Surface Turbulence in the Presence of Breaking Waves. *J. Phys. Oceanogr.*, 45, 943–965, <https://doi.org/10.1175/JPO-D-14-0133.1>.
36. Nikuradse J. 1933 Strömungsgesetze in rauhenRohren // Tech. Rep. 361. *Forsch. Arb. Ing.Wes.*, English transl. Laws of flow in rough pipes, NACA TM 1292
37. KUNDU, P. K.; COHEN, I. M.; DOWLING, D. R.; TRYGGVASON, G. *Fluid mechanics*. Sixth Editioned. Amsterdam Boston Heidelberg London: Elsevier, Academic Press, 2016.
38. Viterbo, P., and A. C. M. Beljaars, 1995: An Improved Land Surface Parameterization Scheme in the ECMWF Model and Its Validation. *J. Climate*, 8, 2716–2748, [https://doi.org/10.1175/1520-442\(1995\)008<2716:AILSPS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-442(1995)008<2716:AILSPS>2.0.CO;2).
39. Untergasser A, Cutcutache I, Koressaar T, Ye J, Faircloth BC, Remm M, Rozen SG. Primer3--new capabilities and interfaces. *Nucleic Acids Res.* 2012 Aug;40(15):e115. doi: 10.1093/nar/gks596. Epub 2012 Jun 22. PMID: 22730293; PMCID: PMC3424584.
40. Powell, Mark & Vickery, Peter & Reinhold, Timothy. (2003). Reduced drag coefficient for high wind speeds in tropical cyclones. *Nature*. 422. 279-83. [10.1038/nature01481](https://doi.org/10.1038/nature01481).

41. Gao, Z., Zhou, S., Zhang, J., Zeng, Z., & Bi, X. (2021). Parameterization of Sea Surface Drag Coefficient for All Wind Regimes Using 11 Aircraft Eddy-Covariance Measurement Databases. *Atmosphere*, 12(11), 1485. <https://doi.org/10.3390/atmos12111485>mdpi.com
42. Ayala, M., Sadek, Z., Ferčák, O., Cal, R. B., Gayme, D., & Meneveau, C. (2024). A Moving Surface Drag Model for LES of Wind Over Waves. *Boundary-Layer Meteorology*, 190, 39. <https://doi.org/10.1007/s10546-024-00884-8>
43. Aiyer, A. K., Deike, L., & Mueller, M. E. (2021). A Sea Surface-Based Drag Model for Large Eddy Simulation of Wind-Wave Interaction. *arXiv preprint arXiv:2112.06783*. <https://arxiv.org/abs/2112.06783>arxiv.org
44. Polnikov, V. G. (2010). The Role of Wind Waves in Dynamics of the Air-Sea Interface. *arXiv preprint arXiv:1006.4016*. <https://arxiv.org/abs/1006.4016>arxiv.org
45. Takagaki, N., Komori, S., Suzuki, N., & Kuwahara, Y. (2012). Laboratory Observations of the Drag Coefficient at High Wind Speeds. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 117(C11). <https://doi.org/10.1029/2012JC008377>
46. Black, P. G., D'Asaro, E. A., Drennan, W. M., French, J. R., Niiler, P. P., Sanford, T. B., ... & Zhang, J. A. (2007). Air–Sea Exchange in Hurricanes: Synthesis of Observations from the Coupled Boundary Layer Air–Sea Transfer Experiment. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 88(3), 357–374. <https://doi.org/10.1175/BAMS-88-3-357>
47. Walsh, E. J., Hock, T. F., Black, P. G., & Powell, M. D. (2010). Constraints on Drag and Exchange Coefficients at Extreme Wind Speeds. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 115(C12). <https://doi.org/10.1029/2009JC005876>agupubs.onlinelibrary.wiley.com
48. Johnson, H. K., Højstrup, J., Vested, H. J., & Larsen, S. E. (1998). On the Dependence of Sea Surface Roughness on Wind Waves. *Journal of Physical Oceanography*, 28(9), 1702–1716.

49. Китайгородский С.А. Физика взаимодействия атмосферы и океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1970. 280 с.
50. Булгаков К.Ю., Фокина К.В. Моделирование приводного слоя с параметризацией стратификации и элементов влияния ветрового волнения // Фундаментальная и прикладная гидрофизика 2021. Т. 14, № 2. С. 3–16. doi:10.7868/S2073667321020015
51. Reichardt H. Vorträge aus dem Gebiet der Aero- und Hydrodynamik. Über das Messen turbulenter Längs- und Querschwankungen // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1938. Vol. 18. P. 358–361.
52. Reichardt H. Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1951. Vol. 31. N 7. P. 208–219. doi:10.1002/zamm.19510310704
53. Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow // Natl. Advisory Comm. Aeronaut. Tech. Repts. 2954. 1954.
54. Rotta J. Das in Wandnähe gültige Geschwindigkeitsgesetz turbulenter Strömungen // Ingenieur-Archiv. 1950. Vol. 18. P. 277–280. doi:10.1007/BF00536743
55. Miles J.W. A note on the interaction between surface waves and wind profiles // Journal of Fluid Mechanics. 1965. Vol. 22, N 4. P. 823–827. doi:10.1017/S0022112065001167
56. Филлипс О.М. Динамика верхнего слоя океана / Пер. с англ. М.: МИР, 1969. 267 с.
57. Miles J.W. On the velocity profile for turbulent flow near a smooth wall // Journal of the Aeronautical Sciences. 1957. Vol. 24, N 9. P. 704.
58. Hince I.O. Turbulence. Moscow, Physmatgiz, 1963. 680 p. (in Russian).
59. Chalikov D., Rainchik S. Coupled numerical modelling of wind and waves and the theory of the wave boundary layer. Boundary-Layer Meteorology. 2010, 138(1), 1–41. doi:10.1007/s10546-010-9543-7

60. Pierson W.J., Moscovitz L. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii. *Journal of Geophysical Research*. 1964, 69(24), 5181–5190. doi:10.1029/JZ069i024p05181
61. Kudryavtsev, V., and B. Chapron, 2016: On Growth Rate of Wind Waves: Impact of Short-Scale Breaking Modulations. *J. Phys. Oceanogr.*, 46, 349–360, <https://doi.org/10.1175/JPO-D-14-0216.1>.
62. Katsafados, P., Papadopoulos, A., Korres, G., and Varlas, G.: A fully coupled atmosphere–ocean wave modeling system for the Mediterranean Sea: interactions and sensitivity to the resolved scales and mechanisms, *Geosci. ModelDev.*, 9, 161–173, <https://doi.org/10.5194/gmd-9-161-2016>, 2016.
63. S. Aranuvachapun, Parameters of JONSWAP spectral model for surface gravity waves—I. Monte Carlo simulation study, *Ocean Engineering*, Volume 14, Issue 2, 1987, Pages 89-100, ISSN 0029-8018, [https://doi.org/10.1016/0029-8018\(87\)90071-0](https://doi.org/10.1016/0029-8018(87)90071-0).
64. Hasselmann K., Barnett R.P., Bouws E. et al. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint Sea Wave Project (JONSWAP). *Deutsches Hydrogr. Inst.* 1973. 95 p.
65. Caudal, G., A physical model for the narrowing of the directional sea wave spectra in the short gravity to gravity-capillary range, *J. Geophys. Res.*, 107(C10), 3148, doi:10.1029/2000JC000437, 2002.
66. Кузнецова, А.М., Досаев, А.С., Байдаков, Г.А., Сергеев, Д.А., &Троицкая, Ю.И. (2020). Адаптация параметризации нелинейного переноса энергии для случая коротких разгонов в модели прогноза волнения WAVEWATCH III, *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*, 2020, Т. 56, № 2, стр. 224-233.
67. Li, Long&Mémin, Étienne&Chapron, Bertrand. (2025). A Stochastic Ekman-Stokes Model for Coupled Ocean-Atmosphere-Wave Dynamics. 10.48550/arXiv.2504.07632.
68. Breivik, Oyvind & Mogensen, Kristian & Bidlot, Jean & Balmaseda, Magdalena & Janssen, Peter. (2015). Surface Wave Effects in the NEMO Ocean

Model: Forced and Coupled Experiments \*. Journal of Geophysical Research: Oceans. 10.1002/2014JC010565.

69. Burden R.L., Faires J.D. **Numerical Analysis**. — Brooks/Cole, 2011.

70. Thomas, J.W. (1995) Numerical Partial Differential Equations: Finite Difference Methods. Springer-Verlag, New York. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7278-1> Springer, 1995.

71. Pedregosa, Fabian &Varoquaux, Gael &Gramfort, Alexandre & Michel, Vincent &Thirion, Bertrand & Grisel, Olivier & Blondel, Mathieu & Prettenhofer, Peter & Weiss, Ron &Dubourg, Vincent &Vanderplas, Jake & Passos, Alexandre &Cournapeau, David & Brucher, Matthieu & Perrot, Matthieu & Duchesnay, Edouard & Louppe, Gilles. (2012). Scikit-learn: Machine Learning in Python. Journal of Machine Learning Research. 12.

72. Kingma, Diederik & Ba, Jimmy. (2014). Adam: A Method for Stochastic Optimization. International Conference on Learning Representations.