

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

***А.Д. ЕГОРОВ, И.А. ПОТАПОВА, Ю.Б. РЖОНСНИЦКАЯ,  
Н.А. САНОЦКАЯ***

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
АТМОСФЕРНОГО АЭРОЗОЛЯ**

Монография



Санкт-Петербург  
2012

**ББК**  
**УДК 551.510.7**

Егоров А.Д., Потапова И.А., Ржонсницкая Ю.Б., Саноцкая Н.А.  
Математическое моделирование оптических характеристик  
атмосферного аэрозоля. Монография. – СПб.: изд. РГГМУ, 2012, – 83 с.

**ISBN 978-5-86813-318-3**

*Рецензент: Л.С.Ивлев*, доктор физико-математических наук, профессор

Систематизируются и обобщаются итоги оригинальных исследований в области математического моделирования оптических характеристик, оптической спектрометрии атмосферного аэрозоля с целью повышения достоверности аэрозольной информации. Исследование направлено на совершенствование оптических технических средств, предназначенных для оптического мониторинга загрязнения атмосферы.

The results of original research are systematized and summarized in the field of mathematical modelling of optical characteristics and optical spectrometry of atmospheric aerosols made in order to improve reliability of aerosol information. The study is aimed at improving the optical hardware designed for optical monitoring of air pollution.

Табл. 14. Ил. 70. Библиогр.: 36

**ISBN 978-5-86813-318-3**

- © Егоров А.Д., Потапова И.А., Ржонсницкая Ю.Б., Саноцкая Н.А., 2012
- © Российский гидрометеорологический университет, (РГГМУ), 2012

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
1. ЗАДАЧА ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ СПЕКТРОМЕТРИИ АТМОСФЕРНОГО АЭРОЗОЛЯ .....	7
2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ СВЕТА ЧАСТИЦАМИ АТМОСФЕРНОГО АЭРОЗОЛЯ .....	12
2.1. Рассеяние и ослабление излучения неоднородной частицей .....	12
2.2. Особенности расчётных алгоритмов .....	20
3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК МИКРОСТРУКТУРЫ АТМОСФЕРНОГО АЭРОЗОЛЯ .....	28
3.1. Результаты анализа данных оптических измерений характеристик атмосферного аэрозоля .....	28
3.2. Результаты моделирования направленного рассеяния .....	37
3.3. Результаты моделирования рассеяния и ослабления .....	65
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	81
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	81

## CONTENTS

INTRODUCTION .....	5
1. THE PROBLEM OF DATA INTERPRETATION OF ATMOSPHERIC AEROSOL SPECTROMETRY .....	7
2. MODELLING THE CHARACTERISTICS OF LIGHT SCATTERING BY PARTICLES OF ATMOSPHERIC AEROSOLS .....	12
2.1. Scattering and attenuation of radiation by non-uniform particles .....	12
2.2. Features of computational algorithms .....	20
3. RESULTS OF DETERMINATION OF THE MICROSTRUCTURE CHARACTERISTICS OF ATMOSPHERIC AEROSOLS .....	28
3.1. The results of optical data measurement analysis of atmospheric aerosol characteristics .....	28
3.2. The simulation results of directional scattering .....	37
3.3. The simulation results of scattering and attenuation .....	65
CONCLUSIONS .....	81
REFERENCES .....	81

## ВВЕДЕНИЕ

Методы оптического мониторинга атмосферы интенсивно разрабатываются в нашей стране и за рубежом. В большой степени это вызвано необходимостью контроля уровня загрязнения воздушного бассейна. Разработка оптических методов тесно связана с решением задачи моделирования рассеяния излучения атмосферным аэрозолем. Существенный вклад в решение этой задачи внесли работы ряда авторов, среди которых выделяются работы К.С.Шифрина, ушедшего из жизни летом 2011 года. 90-летию юбилею К.С.Шифрина посвящена книга под редакцией Я.С. Шифрина «Кусиель Соломонович Шифрин. Ученый, Учитель и Человек» (2008 г. изд.), включающая, в том числе, воспоминания о нем, его избранные работы. В ней отмечено, что К.С.Шифрин опубликовал свыше 400 работ по самым разным направлениям науки. В настоящей монографии для объяснения экспериментальных результатов использованы положения только двух из них. Этого оказалось достаточным для лучшего понимания очень непростых атмосферных процессов.

Речь идет, прежде всего, о хорошо известной классической монографии «Рассеяние света в мутной среде» (1951 г. изд.), в которой суммирован ряд полученных К.С.Шифриным наиболее значимых результатов. Трудности объяснения процессов взаимодействия излучения с атмосферным аэрозолем обусловлены значительной изменчивостью характеристик рассеяния аэрозольных частиц, не укладывающейся в рамки теории рассеяния света однородной частицей.

В этой связи важно отметить еще одну работу К.С.Шифрина «Рассеяние света на двухслойных частицах», опубликованную в «Известиях АН СССР» (серия Геофизическая, 1952 г., №2). По аналогии с двухслойными частицами можно рассматривать рассеяние света на многослойных частицах. Можно также рассматривать рассеяние света на двухслойных частицах, в которых однородное ядро покрыто неоднородной оболочкой. Принципиального различия здесь нет.

В настоящей работе используется вторая из указанных возможностей. Разрабатывается оптическая модель частицы, адекватно описывающая результаты сравнения размеров частиц, определенных оптическим счетчиком и фильтровым аспирационным устройством. Особенность измерений размера оптическим счетчиком состоит в том, что размер определяется по излучению, рассеянному частицей. Однако рассеяние света зависит не только от размера частицы, но и от ее свойств. Слабо рассеивающая крупная частица может оказаться по результатам измерений меньше сильно рассеивающей мелкой частицы. Имеются случаи, когда погрешность оптических измерений достигает сотен процентов. Именно для таких случаев разработать оптическую модель частицы,

адекватно описывающую результаты сравнения размеров частиц, определенных оптическим счетчиком и фильтровым аспирационным устройством, достаточно сложно. Именно разработке оптической модели для таких случаев, в первую очередь, посвящена настоящая монография.

## 1. ЗАДАЧА ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ СПЕКТРОМЕТРИИ АТМОСФЕРНОГО АЭРОЗОЛЯ

В настоящее время для аэрозольных исследований применяют различные оптические технические средства, включая нефелометры, трансмиссометры, лидары. В практике определения концентрации аэрозоля, загрязняющего атмосферу, используются, в основном, контактные методы измерений. Для измерения параметров аэрозоля применяют оптические счетчики частиц и фильтровые аспирационные устройства. Использование оптических методов позволяет автоматизировать процесс измерений. Недостаток оптических методов состоит в том, что они не дают возможности непосредственного определения характеристик аэрозольного загрязнения атмосферы. В работе анализируются, в первую очередь, результаты измерений аэрозольных спектров оптическими счетчиками частиц (Соколов, Сергеев, 1970; Беляева и др., 1981) и фильтровыми аспирационными устройствами (Егоров, Ионин, 1981).

Разработка оптических методов аэрозольной спектроскопии приобретает особую актуальность в связи с известными трудностями решения проблемы, отмеченными во введении. Отмеченные трудности негативно сказываются на точности определения параметров аэрозольных частиц. В результате, имеются случаи, когда получаемая оптическая информация позволяет лишь качественно характеризовать атмосферный аэрозоль (Егоров, Ионин, 1980; Егоров, 1993; Yegorov, Perelman et al., 1997; Yegorov et al., 1998; Yegorov et al., 2008).

Следовательно, на современном этапе создания технологий мониторинга аэрозоля приоритетным является решение проблемы получения достоверной количественной информации оптическими методами аэрозольной спектроскопии.

Мониторинг атмосферного аэрозоля оптическими методами относится к наиболее активно развиваемым направлениям геофизики. Важные для решения проблемы мониторинга атмосферного аэрозоля результаты получены многими исследователями (Willeke, Whitby, 1975; Whitby, 1978; Беляева и др., 1981; Massoli, Lazzaro, 1998). Существенный вклад в решение задачи моделирования рассеяния излучения атмосферным аэрозолем внесли работы ряда авторов, среди которых целесообразно отметить работы (Шифрин, 1951; Шифрин, 1952; Хюлст, 1961; Kerker, 1969; Bohren, Huffman, 1983; Перельман, 1995; Perelman, 1996; Перельман, Зиновьева, 2002).

Неучтенные особенности ослабления и рассеяния излучения в атмосфере, её пространственно-временная неоднородность существенно искажают результаты измерений, обесценивают базирующиеся на них выводы модельных исследований. Ведется работа по минимизации

влияния искажающих факторов на результаты оптических измерений с целью повышения их точности, предлагается одновременное спектральное определение характеристик света, рассеянного под разными углами (Hasekamp, Landgraf, 2007; Kokhanovsky et al., 2010).

Результаты исследования точностных характеристик оптических методов спектromетрии атмосферного аэрозоля показывают существенную зависимость этих характеристик от структуры аэрозольных частиц (Егоров, Ионин, 1981; Yegorov et al., 2008). Отмеченный факт, найденный теоретическим путем, согласуется с данными натурных измерений характеристик атмосферного аэрозоля. Тем не менее, его следует рассматривать в качестве одной из возможных гипотез. Необходимы дальнейшие исследования для ответа на возникающие в этой связи вопросы. Необходимо исследование алгоритмов для моделирования оптических характеристик атмосферного аэрозоля и моделирование характеристик направленного рассеяния и ослабления излучения неоднородной частицей. Должно быть выполнено дополнительное сравнение результатов моделирования рассеяния и ослабления излучения неоднородной частицей с результатами измерений с целью установления адекватности модели в плане ее дальнейшего использования.

В настоящей работе исследование направлено на повышение достоверности результатов интерпретации спектromетрической информации об атмосферном аэрозоле на основе учета особенностей методов оптической спектromетрии атмосферного аэрозоля, особенностей измерительной аппаратуры и применения алгоритмов обработки экспериментальных результатов, базирующихся на теории рассеяния света. Рассматривается зависимость направленного рассеяния излучения частицей от структуры частицы. Выделяются приведенные размеры частиц порядка единицы и значительно превышающие единицу.

Для экологической оценки состояния атмосферы достаточно оперативно характеристики атмосферного аэрозоля определяются по результатам измерений оптическими счетчиками частиц. Вместе с тем, для интерпретации результатов определения аэрозольной микроструктуры по данным измерений оптических параметров атмосферного аэрозоля необходимо использовать оптико-микроструктурные связи. Задача установления этих связей достаточно сложна из-за существования различных аэрозольных фракций, различающихся по размеру, химическому составу, оптическим характеристикам (Willeke, Whitby, 1975; Whitby, 1978). Концентрация частиц аккумулятивной фракции, источником которых являются промышленные и транспортные выбросы, определяет оптические свойства аэрозоля. Концентрация более крупных частиц, источником которых является подстилающая поверхность, определяет массовую концентрацию аэрозоля. Этим объясняются известные особен-

ности сезонной изменчивости коэффициента ослабления и массовой концентрации частиц (Егоров и др., 1988; Yegorov et al., 1992; Yegorov et al., 1998).

Среди других факторов, усложняющих задачу, можно выделить значительную изменчивость рассеивающих характеристик частиц. Индикатриса направленного рассеяния может существенно изменяться при изменении структуры аэрозольной частицы, в частности, при её обводнении. В связи с этим актуален теоретический анализ оптико-микроструктурных связей аэрозольных частиц, найденных экспериментальным путем, и моделирование их оптических свойств на этой основе. Определению оптико-микроструктурных связей атмосферного аэрозоля посвящено много работ (Charlson, 1969; Ensor, Pilat, 1971; Зуев, Ивлев, Кондратьев, 1973; Massoli, Lazzaro, 1998; Borovoi et al., 2001; Фарафонов, Всемирова, 2001). Актуально выполнение теоретического анализа этих связей, их моделирование.

Моделирование процесса рассеяния электромагнитных волн облучаемыми аэрозольными частицами основано на решении системы уравнений Максвелла относительно векторов напряженностей электрического и магнитного полей и предполагает учет экспериментальных данных (Егоров, Ионин, 1981; Yegorov et al., 2008).

С учетом экспериментальных данных рассматривается модель частицы с радиально изменяющимся показателем преломления в оболочке, покрывающей однородное ядро.

Решение уравнений Максвелла для сферической модели включает введение потенциалов Дебая. Его можно найти в работах (Шифрин, 1951; Шифрин, 1952; Хюлст, 1961; Kerker, 1969; Bohren, Huffman, 1983). Наиболее исследованными являются случаи неоднородных облучаемых структур, имеющих разрывы. В случае радиального распределения комплексного показателя преломления как разрывного, так и непрерывного для учета экспериментальных данных также можно ввести потенциалы Дебая. Уравнения, которыми описываются введенные потенциалы, решаются методом разделения переменных. Они переходят в уравнение Гельмгольца при постоянном показателе преломления.

Каждое из уравнений разделяется на три обыкновенных дифференциальных уравнения. При этом вместо дифференциальных уравнений Бесселя получаются дифференциальные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Они интегрируются численно для неоднородной оболочки, покрывающей однородное ядро и находящейся в однородной среде, и переходят в уравнение Бесселя при постоянном показателе преломления.

На поверхностях раздела ядро-оболочка, оболочка-среда задаются граничные условия, вытекающие из непрерывности тангенциальных

составляющих векторов напряженностей полей. Заданные граничные условия допускают возможность решения разрывных задач в случае, когда показатель преломления – функция, разрывная на поверхности раздела.

Таким образом, имеется возможность решения как разрывных, так и непрерывных задач моделирования процесса рассеяния электромагнитных волн для неоднородных облучаемых структур.

Другая возможность учета поправки, связанной с радиальным показателем преломления аэрозольных частиц рассмотрена в работах (Перельман, 1995; Pegelman, 1996; Перельман, Зиновьева, 2002). Пусть показатель преломления

$$\begin{aligned} m(\rho) &= M(\rho), 0 \leq \rho < R \\ m(\rho) &= M, R < \rho \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $M(\rho)$  – любая кусочно-непрерывная функция ( $\rho$  – дифракционный диаметр,  $\rho = R$  соответствует дифракционному диаметру частицы). Предполагается, что показатель преломления среды  $m > 0$  постоянен, то есть аэрозольная частица погружена в однородную, непоглощающую среду. Проблема решается методом кусочно-непрерывной гиперболической аппроксимации. В качестве модели показателя преломления аэрозоля рассматривается кусочно-непрерывная гипербола

$$\begin{aligned} m(\rho) &= m_0, 0 \leq \rho < \rho_0 \\ m(\rho) &= x_i m(x_i) \rho^{-1}, \rho_{i-1} \leq \rho < \rho_i, i = 1, \dots, k \end{aligned} \quad (1.2)$$

с однородным прозрачным или поглощающим ядром произвольного малого дифракционного диаметра  $\rho_0$ . Здесь числа  $\rho_i$  определяют произвольное разбиение дифракционным радиусом частицы  $a$ , величины  $x_i$ , соответствуют любым значениям  $c$  внутри интервалов  $(\rho_{i-1}, \rho_i)$  (обычно  $x_i = S(\rho_{i-1} + \rho_i)$ ),

$$\rho_0 < x_1 < \rho_1 < x_2 < \rho_2 < \dots < \rho_{k-1} < x_k < \rho_k = R \quad (1.3)$$

Порядок аппроксимации  $k$  зависит от относительной ширины промежуточного слоя аэрозоля

$$\delta = \frac{R - \rho_0}{R} \cdot 100\% \quad (1.4)$$

и определяется стандартным способом. Типичные значения  $k = k(\delta)$  приведены в работе (Перельман, Зиновьева, 2002).

Метод позволяет оценить с большой точностью обобщённые коэффициент Ми  $A_n^{-1}(E\text{-волна})$  и  $A_n^{-2}(H\text{-волна})$  для любой модели. Характерной особенностью метода является тот факт, что основные дифференциальные уравнения для парциальных потенциалов Дебая внутри промежуточного слоя:

$$Y''(\rho) - 2\beta \cdot m'(\rho) \cdot m^{-1}(\rho) \cdot Y'(\rho) + [m^2(\rho) - n(n+1)\rho^{-2}]Y(\rho) = 0 \quad (1.5)$$

приводится к уравнениям Эйлера. Именно эта особенность метода является причиной простоты и эффективности этого метода. С точностью до множителя, зависящего от  $n$ , обобщённые коэффициенты Ми равны

$$A_n^j = -[B_n^j(\zeta)]^{-1} B_n^j(\psi), \quad j = 1, 2 \quad (1.6)$$

где  $\psi, \zeta$  – функции Риккати - Бесселя, операторы  $B_n^j$  зависят от величин (1.2), (1.3) и

$$\nu = \left[ (n + 0,5)^2 - [x_i M(x_i)]^2 \right]^{0,5}. \quad (1.7)$$

В настоящей работе используется первая из имеющихся возможностей, поскольку для произвольной модели частицы с радиально изменяющимся показателем преломления в оболочке используется численное решение уравнений Максвелла. В этом случае не требуется предварительного решения уравнений Эйлера.

Таким образом, целесообразно выполнение анализа численного решения уравнений Максвелла для модели неоднородной частицы, моделирование характеристик рассеяния света аэрозольными частицами с учетом данных эксперимента.

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ СВЕТА ЧАСТИЦАМИ АТМОСФЕРНОГО АЭРОЗОЛЯ

### 2.1. Рассеяние и ослабление излучения неоднородной частицей

Для измерения характеристик аэрозоля используются различные оптические приборы. Оптические счетчики частиц дают возможность определять дисперсный состав аэрозоля. Лидары позволяют найти пространственное распределение аэрозольных частиц в атмосфере. Преимущество оптических методов – оперативность измерений, недостаток – зависимость результатов измерений от микрофизических свойств аэрозольных частиц.

В настоящей работе рассматриваются особенности аэрозоля, учет которых способствует повышению достоверности результатов определения аэрозольных характеристик за счет уменьшения их зависимости от свойств частиц.

Важной особенностью является необходимость знания оптико-микроструктурных связей частиц для интерпретации результатов определения аэрозольной микроструктуры по данным измерений оптических параметров среды. Задача нахождения этих связей особенно сложна в условиях загрязненной атмосферы крупных городов. При её решении следует учитывать существование различных источников частиц атмосферного аэрозоля. Среди факторов, усложняющих задачу, можно выделить значительную изменчивость характеристик рассеяния микроструктур. В связи с этим актуально математическое моделирование оптических свойств аэрозольных частиц, учитывающее данные натуральных измерений.

Моделирование рассеяния частицей электромагнитных волн с круговой частотой  $\omega = kc$  и напряженностями электрического  $E \exp(it)$  и магнитного  $H \exp(it)$  полей основано на решении относительно векторов  $E$ ,  $H$  системы уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} H &= ikm^2 E, \\ \operatorname{rot} E &= -ikH, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $k$  – волновое число,  $c$  – скорость света,  $m = n - i\chi$ , – комплексный показатель преломления частицы.

Для анализа данных натуральных измерений рассматривается модель неоднородной частицы с радиально изменяющимся показателем преломления в оболочке, покрывающей однородное ядро (Yegorov et al., 1998; Yegorov et al., 2008).

Обозначим через  $r_0$  радиус ядра частицы,  $r_1$  радиус частицы,  $r$  - расстояние от центра,  $\rho = kr$  - волновое расстояние,  $\rho_0 = kr_0$  - приведенный радиус ядра частицы,  $\rho_1 = kr_1$  - приведенный радиус частицы,  $m_0$  - показатель преломления ядра,  $m_1$  - показатель преломления атмосферы.

Показатель преломления  $m(\rho)$  частицы задается функцией от  $\rho$  ( $0 \leq \rho \leq \rho_1$ ):

$$\begin{aligned} m(\rho_0) &= m_0 & 0 \leq \rho \leq \rho_0 \\ m(\rho) & & \rho_0 < \rho \leq \rho_1 \\ m(\rho_1) &= m_1 & \rho > \rho_1 \end{aligned} \quad (2.2)$$

В сферической системе координат  $\rho, \theta, \varphi$ , уравнения Максвелла (2.1) с учетом известного равенства

$$\begin{aligned} \text{rot}(F_r \mathbf{i}_r + F_\theta \mathbf{i}_\theta + F_\varphi \mathbf{i}_\varphi) &= \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} (F_\varphi \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \varphi} F_\theta \right) \mathbf{i}_r + \\ &+ \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} F_r - \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) \right) \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} F_r \right) \mathbf{i}_\varphi \end{aligned}$$

перепишутся в виде:

$$\begin{aligned} im^2 E_r &= \frac{1}{\rho \sin \theta} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} (H_\varphi \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \varphi} H_\theta \right), \\ im^2 E_\theta &= \frac{1}{\rho \sin \theta} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} H_r - \frac{\partial}{\partial \rho} (H_\varphi \rho \sin \theta) \right), \\ im^2 E_\varphi &= ((\rho H) - H), \\ -iH_r &= \frac{1}{\rho \sin \theta} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} (E_\varphi \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \varphi} E_\theta \right), \\ -iH_\theta &= \frac{1}{\rho \sin \theta} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} E_r - \frac{\partial}{\partial \rho} (E_\varphi \rho \sin \theta) \right), \\ -iH_\varphi &= \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} E_r \right). \end{aligned} \quad (2.3)$$

С целью решения этой системы уравнений для моделирования рассеяния плоских волн частицей вводятся потенциалы Дебая  $D, B$ , с которыми компоненты напряженностей, электрического и магнитного полей в сферической системе координат связаны соотношениями

$$E_r = i \left( D + \frac{\partial}{\partial \rho} (D \rho' / m^2) \right) \cos \varphi,$$

$$\begin{aligned}
E_{\theta} &= (B/\sin \theta + i D''_{\rho\theta} / m^2) \rho^{-1} \cos \varphi , \\
E_{\varphi} &= - ( B_{\theta}' + i D_{\rho}' / m^2 \sin \theta) \rho^{-1} \sin \varphi , \\
H_r &= i ( B m^2 + D''_{\rho\rho} ) \sin \varphi , \\
H_{\theta} &= (D/\sin \theta + B''_{\rho\theta} ) \rho^{-1} \sin \varphi , \\
H_{\varphi} &= (D_{\theta}' + i B_{\rho}' / \sin \theta) \rho^{-1} \cos \varphi ,
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Уравнения, которыми описываются потенциалы  $D, B$ , можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
\frac{D}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (D_{\theta}' \sin \theta) &= \rho^2 (m^2 D + m^2 \frac{\partial}{\partial \rho} (D_{\rho}' / m^2)), \\
\frac{B}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (B_{\theta}' \sin \theta) &= \rho^2 (m^2 B + \frac{\partial^2 B}{\partial \rho^2}).
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Уравнения (2.5) получаются из уравнений (2.3) подстановкой в них соотношений (2.4), причем лишь для радиальных направлений. Остальные уравнения в результате подстановки обращаются в тождества.

Уравнения (2.5) решаются методом разделения переменных:

$$\begin{aligned}
D &= \sum_1^{\infty} D_j(\rho) P_j^1(\cos \theta), \\
B &= \sum_1^{\infty} B_j(\rho) P_j^1(\cos \theta),
\end{aligned} \tag{2.6}$$

где  $P_j^1(\cos \theta)$  – присоединенная функция Лежандра, удовлетворяющая уравнению

$$\sin^2 \theta \frac{d^2 P_j^1}{d\theta^2} + \sin \theta \cos \theta \frac{dP_j^1}{d\theta} + (j(j+1) \sin^2 \theta - 1) P_j^1 = 0,$$

функции  $D_j(r), B_j(r)$  удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned}
m^2 \frac{d}{d\rho} (D_j' / m^2) + (m^2 - j(j+1) \rho^{-2}) D_j &= 0, \\
B_j'' + (m^2 - j(j+1) \rho^{-2}) B_j &= 0.
\end{aligned} \tag{2.7}$$

В работе находятся численные решения уравнений (2.7), что позволяет рассмотреть достаточно общий случай моделирования рассеяния аэрозольными частицами. Эти уравнения решаются для неоднородной оболочки, и используется представление потенциалов плоской волны.

Потенциалы Дебая  $D$ ,  $B$  плоской волны можно записать в виде:

$$D(\rho_l) = G \cos, B(\rho_l) = -G \sin \quad (2.8)$$

где  $G$  – величина, определяющаяся выражением:

$$G = E_0 [ \exp(i\rho_l \cos \theta) - 0,5 (1 + \cos \theta) \exp(i\rho_l) - 0,5 (1 - \cos \theta) \exp(-i\rho_l) ] / k \sin \theta .$$

В этом можно убедиться непосредственной подстановкой формул (2.8) в соотношения (2.4).

Потенциалы Дебая могут быть разложены в ряд следующего вида:

$$D = \sum_{j=0}^{\infty} [-0,5 \alpha_{j0} P_j(\cos \theta) + \sum_{l=1}^j P_j^l(\cos \theta) (\alpha_{jl} \cos(m\varphi) + \beta_{jl} \sin(m\varphi))$$

где

$$\alpha_{jl} = \frac{2j+1}{2\pi} \frac{(j-l)!}{(j+1)!} \int_0^{2\pi} \cos(l\varphi) \int_0^{\pi} DP_j^l(\cos \theta) \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$\beta_{jl} = \frac{2j+1}{2\pi} \frac{(j-l)!}{(j+1)!} \int_0^{2\pi} \sin(l\varphi) \int_0^{\pi} DP_j^l(\cos \theta) \sin \theta d\theta d\varphi .$$

В результате, получается следующее разложение:

$$G = \frac{E_0}{k\rho} \sum_{j=1}^{\infty} i^{j-1} \frac{2j+1}{j(j+1)} \psi_j(\rho) P_j^1(\cos \theta) .$$

Решение уравнений (2.5) отыскиваются методом разделения переменных в виде разложения в ряд, коэффициенты в котором определяются из граничных условий на поверхности частицы атмосферного аэрозоля и на поверхности ядра частицы и слоев, если частица имеет слоистую структуру.

На поверхностях раздела: ядро – оболочка, оболочка – среда задаются граничные условия, вытекающие из тангенциальных составляющих векторов напряженностей полей. Для их непрерывности с учетом соот-

ношений (2.3), достаточна непрерывность функций

$$D_j(\rho), D_j'(\rho)/m^2(\rho), B_j(\rho), B_j'(\rho), \quad (2.9)$$

что приводит к равенствам:

$$D_j(\rho_0) = c_j \psi_j(m_0 \rho_0),$$

$$D_j'(\rho_0) = c_j \psi_j'(m_0 \rho_0) m^2(\rho_0) / m_0$$

$$\alpha_j \psi_j(m_l \rho_l) + a_j \zeta_j(m_l \rho_l) = D_j(\rho_l),$$

$$\alpha_j \psi_j'(m_l \rho_l) + a_j \zeta_j'(m_l \rho_l) = D_j'(\rho_l) m_l / m^2(\rho_l),$$

$$B_j(\rho_0) = d_j \psi_j(m_0 \rho_0),$$

$$B_j'(\rho_0) = d_j m_0 \psi_j'(m_0 \rho_0),$$

$$\beta_j \psi_j(m_l \rho_l) + b_j \zeta_j(m_l \rho_l) = B_j(\rho_l),$$

$$\beta_j \psi_j'(m_l \rho_l) + b_j \zeta_j'(m_l \rho_l) = B_j'(\rho_l) / m_l,$$

где

$$a_j = (-i)^j E_0, \quad \beta_j = \frac{1}{m_1} \alpha_j$$

$c_j, d_j$  – постоянные коэффициенты поля в ядре, в котором отсутствует волна,  $D_j(\rho), B_j(\rho)$  – решения уравнений (2.7) в оболочке,  $a_j, b_j$  – коэффициенты в рассеянной волне, - амплитуда вектора электрического поля облучающей волны,

$$\zeta_j = \psi_j + i \chi_j. \quad (2.11)$$

Функции  $\psi_j(\rho), \chi_j(\rho)$  удовлетворяют рекуррентным соотношениям следующего вида:

$$\psi_{j+1}(m\rho) = \frac{2j+1}{m\rho} \psi_j(m\rho) - \psi_{j-1}. \quad (2.12)$$

Производные этих функций выражаются через сами функции. Для обеих функций имеет место формула:

$$\psi_j'(m\rho) = \psi_{j-1} - \frac{j}{m\rho} \psi_j(m\rho). \quad (2.13)$$

При этом

$$\begin{aligned}
 \psi_{-1}(m\rho) &= \cos(m\rho), \\
 \psi_0(m\rho) &= \sin(m\rho), \\
 \chi_{-1}(m\rho) &= -\sin(m\rho), \\
 \chi_0(m\rho) &= \cos(m\rho).
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

Для решения уравнений (2.7) для потенциалов  $D$ ,  $B$  их можно преобразовать введением функций

$$\begin{aligned}
 Y_j(\rho) &= \frac{1}{m^2(\rho)} \frac{D'_j(\rho)}{D_j(\rho)}, \\
 Z_j(\rho) &= \frac{B'_j(\rho)}{B_j(\rho)},
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

в дифференциальные уравнения Риккати:

$$\begin{aligned}
 Y'_j(\rho) &= -m^2(\rho) Y_j^2(\rho) + \frac{j(j+1)}{\rho^2 m^2(\rho)} - 1, \\
 Z'_j(\rho) &= -Z_j^2(\rho) + \frac{j(j+1)}{\rho^2} - m^2(\rho).
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

Функции, находятся путем численного решения дифференциальных уравнений (2.16).

Эти уравнения решаются для неоднородной оболочки ( $\rho_0 \leq \rho \leq \rho_1$ ). При этом задаются начальные условия:

$$\begin{aligned}
 Y_j(\rho_0) &= \frac{1}{m_0} \frac{\Psi'_j(m_0\rho_0)}{\Psi_j(m_0\rho_0)}, \\
 Z_j(\rho_0) &= m_0 \frac{\Psi'_j(m_0\rho_0)}{\Psi_j(m_0\rho_0)},
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

учитывающие, что величина  $m(\rho_0 - 0)$  - показатель преломления ядра, может не совпадать со значением  $m(\rho_0)$ , где  $\rho_0$  - приведенный радиус ядра частицы атмосферного аэрозоля.

В рамках другого метода находится решение систем уравнений:

$$\begin{aligned}
 D'_j(\rho) &= m^2(\rho) U_j(\rho), \\
 U'_j(\rho) &= \left( \frac{j(j+1)}{\rho^2 m^2(\rho)} - 1 \right) D_j(\rho), \\
 B'_j(\rho) &= V_j(\rho),
 \end{aligned}
 \tag{2.18}$$

$$V'_j(\rho) = \left( \frac{j(j+1)}{\rho^2} - m^2(\rho) \right) B_j(\rho)$$

с начальными условиями:

$$D_j(\rho_0) = B_j(\rho_0) = \psi_j(m_0 \rho_0)$$

$$U_j(\rho_0) = \frac{1}{m_0} \psi'_j(m_0 \rho_0)$$

$$V_j(\rho_0) = m_0 \psi'_j(m_0 \rho_0)$$

При этом

$$\begin{aligned} Y_j &= U_j / D_j, \\ Z_j &= V_j / B_j. \end{aligned}$$

Исходные для параметров рассеянной волны коэффициенты  $a_j$ ,  $b_j$  находятся по формулам

$$\begin{aligned} a_j &= -\alpha_j \frac{m_1 Y_j(\rho_1) \Psi_j(m_1 \rho_1) - \Psi'_j(m_1 \rho_1)}{m_1 Y_j(\rho_1) \xi_j(m_1 \rho_1) - \xi'_j(m_1 \rho_1)}, \\ b_j &= -\beta_j \frac{Z_j(\rho_1) \Psi_j(m_1 \rho_1) - m_1 \Psi'_j(m_1 \rho_1)}{Z_j(\rho_1) \xi_j(m_1 \rho_1) - m_1 \xi'_j(m_1 \rho_1)}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

которые получаются с учетом граничных условий. При этом значение  $m_1 - m(\rho_1 + 0)$  - показатель преломления среды, который может не совпадать со значением  $m(\rho_1)$ ,  $\rho_1$  - внешний приведенный радиус оболочки.

В атмосфере  $m_1 = 1$ , поэтому вместо формул (2.19) можно использовать формулы:

$$\begin{aligned} a_j &= (-1)^{j-1} \frac{Y_j(\rho_1) \Psi_j(\rho_1) - \Psi'_j(\rho_1)}{Y_j(\rho_1) \xi_j(\rho_1) - \xi'_j(\rho_1)}, \\ b_j &= (-1)^{j-1} \frac{Z_j(\rho_1) \Psi_j(\rho_1) - \Psi'_j(\rho_1)}{Z_j(\rho_1) \xi_j(\rho_1) - \xi'_j(\rho_1)}, \end{aligned}$$

где учитывается, что представляют интерес относительные величины.

Кроме этого, рассматриваются следующие преобразования:

$$\begin{aligned} a_j &= \frac{Y_j(\rho_1) \rho_1 - \tau_j(\rho_1)}{Y_j(\rho_1) \rho_1 - \tau_j(\rho_1) + i \varphi_j(\rho_1) (Y_j(\rho_1) \rho_1 - \kappa_j(\rho_1))}, \\ b_j &= \frac{Z_j(\rho_1) \rho_1 - \tau_j(\rho_1)}{Z_j(\rho_1) \rho_1 - \tau_j(\rho_1) + i \varphi_j(\rho_1) (Z_j(\rho_1) \rho_1 - \kappa_j(\rho_1))}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

где

$$\tau_j = \rho_1 \phi_j' / \phi, \quad \kappa_j = \rho_1 \chi_j' / \chi, \quad \varphi_j = \chi_j / \phi_j,$$

причем справедливы формулы:

$$\tau_j = -j + \rho_1^2 / (j - \tau_{j-1}),$$

$$\kappa_j = -j + \rho_1^2 / (j - \kappa_{j-1}),$$

$$\varphi_j = \varphi_{j-2} + (2j-1)(\varphi_{j-1} - \varphi_{j-2}) / (j - \tau_{j-1}),$$

$$\tau_0 = \rho_1 \operatorname{ctg} \rho_1, \quad \kappa_0 = -\rho_1 \operatorname{tg} \rho_1, \quad \varphi_0 = \operatorname{ctg} \rho_1, \quad \varphi_{-1} = -\operatorname{tg} \rho_1.$$

Для  $\operatorname{Re} a_j, \operatorname{Re} b_j$  имеют место равенства:

$$\operatorname{Re} a_j = \frac{B_0 \rho_1 \operatorname{Im} Y_j(\rho_1) + B_1 B_2}{B_0^2 + B_1^2},$$

$$B_0 = \rho_1 \operatorname{Im} Y_j(\rho_1) + (\rho_1 \operatorname{Re} Y_j(\rho_1) - \kappa_j) \varphi_j,$$

$$B_1 = B_2 - \varphi_j \rho_1 \operatorname{Im} Y_j(\rho_1),$$

$$B_2 = \rho_1 \operatorname{Re} Y_j(\rho_1) - \tau_j,$$

$$\operatorname{Re} b_j = \frac{C_0 \rho_1 \operatorname{Im} Z_j(\rho_1) + C_1 C_2}{C_0^2 + C_1^2},$$

$$C_0 = \rho_1 \operatorname{Im} Z_j(\rho_1) + (\rho_1 \operatorname{Re} Z_j(\rho_1) - \kappa_j) \varphi_j,$$

$$C_1 = C_2 - \varphi_j \rho_1 \operatorname{Im} Z_j(\rho_1),$$

$$C_2 = \rho_1 \operatorname{Re} Z_j(\rho_1) - \tau_j.$$

Аналогичные соотношения получаются для  $\operatorname{Im} a_j, \operatorname{Im} b_j$ .

Для расчёта коэффициента направленного рассеяния, зависящего от вектора Пойнтинга, с учётом соотношения (2.3) вводится сумма  $(i_1 + i_2)$ , пропорциональная этому коэффициенту, где

$$i_1 = \left| \sum_1^{\infty} \frac{2j+1}{j(j+1)} (a_j S_j + b_j Q_j) \right|^2, \quad (2.21)$$

$$i_2 = \left| \sum_1^{\infty} \frac{2j+1}{j(j+1)} (a_j Q_j + b_j S_j) \right|^2, \quad (2.22)$$

$S_j, Q_j$  - угловые функции, связанные с присоединёнными функциями Лежандра:

$$Q_j = P_j^1 / \sin \theta, \quad S_j = -\sin \theta \frac{dP_j^1}{d\theta}.$$

Для их вычисления используются рекуррентные соотношения:

$$S_{j+1} = \frac{(j+1)^2 Q_{j+2} - (j+2)^2 Q_j}{2j+3},$$

$$Q_{j+2} = \frac{(2j+3)Q_{j+1} \cos \theta - (j+2)Q_j}{j+1}, \quad (2.23)$$

$$Q_1 = 1, \quad Q_2 = 3 \cos \theta, \quad S_1 = \cos \theta.$$

Факторы эффективности ослабления и рассеяния находятся по формулам

$$k = 2(\operatorname{Re} \sum_1^{\infty} (2j+1)a_j + \operatorname{Re} \sum_1^{\infty} (2j+1)b_j) / \rho_1^2. \quad (2.24)$$

$$k_s = 2(\sum_1^{\infty} (|a_j|^2 + |b_j|^2)(2j+1)) / \rho_1. \quad (2.25)$$

Таким образом, в разделе рассмотрена модель частицы атмосферного аэрозоля с показателем преломления, радиально изменяющимся в оболочке, покрывающей однородное ядро, базирующаяся на данных натуральных экспериментов, причем имеется возможность решения как разрывных, так и непрерывных задач моделирования процесса рассеяния электромагнитных волн.

## 2.2 Особенности расчетных алгоритмов

Интегрирование уравнений (2.7) с шагом  $\rho$  выполняется различными методами, в частности, методом Эйлера с использованием для уравнений

$$u' = f(\rho, u, v), \quad v' = g(\rho, u, v)$$

схемы

$$\begin{aligned} u_{k+1} &= u_k + k_2, \\ v_{k+1} &= v_k + q_2, \\ k_2 &= f(\rho_k + \Delta \rho / 2, u_k + k_1 / 2, v_k + q_1 / 2) \Delta \rho, \\ q_2 &= g(\rho_k + \Delta \rho / 2, u_k + k_1 / 2, v_k + q_1 / 2) \Delta \rho, \\ k_1 &= f(\rho_k, u_k, v_k), \\ q_1 &= g(\rho_k, u_k, v_k) \end{aligned} \quad (2.26)$$

где

$$u = Y_j(\rho),$$

$$f = -m^2(\rho) Y_j^2(\rho) + \frac{j(j+1)}{\rho^2 m^2(\rho)} - 1,$$

$$v = Z_j(\rho),$$

$$g = -Z_j^2(\rho) + \frac{j(j+1)}{\rho^2} - m^2(\rho)$$

и методом Рунге-Кутты третьего порядка с использованием схемы

$$W_{k+1} = W_k + (K_1 + 3K_2 + K_3)/4,$$

$$K_1 = F(\rho_k, W_k) \Delta \rho,$$

$$K_2 = F(\rho_k + \Delta \rho/3, W_k + K_1/3) \Delta \rho,$$

$$K_3 = F(\rho_k + 2\Delta \rho/3, W_k + 2K_2/3) \Delta \rho \quad (2.27)$$

для уравнения  $W' = F(\rho, W)$ .

Таблица 2.1

**Результаты численного интегрирования уравнений (2.16), (2.18)**

$\rho$	$DD_1(\rho)$	$U_1(\rho)$	$U_1(\rho)D_1^{-1}$	$Y_1(\rho)$
10,80	0,8667	-0,3488	-0,4024	-0,4024
11,20	0,4965	-0,6249	-1,259	-1,258
11,50	0,1396	-0,7203	-5,158	-5,154
11,56	0,06614	-0,7264	-10,98	-10,90
11,60	0,01732	-0,7280	-42,03	-36,90
11,62	-0,006987	-0,7282	-104,2	-285,2

В табл. 2.1 в качестве примера приводятся результаты численного интегрирования уравнений (2.16), (2.18). Интегрирование выполнялось с шагом  $\Delta \rho = 0,02$  методом Рунге-Кутты третьего порядка. Анализ результатов, представленных в табл. 2.1, показывает наличие существенных

Таблица 2.2а

**Значения функции  $Y_j(\rho)$  для линейного распределения показателя преломления в слое  $r \in [30,31]$ ;  $m(r)$  линейно меняется от 1.82-0.64i до  $m_1 = 1$ . Результаты сравнения двух методов расчета функции**

j	Метод Пикара		Метод Эйлера	
	$\text{Re}Y_j(\rho_1)$	$\text{Im}Y_j(\rho_1)$	$\text{Re}Y_j(\rho_1)$	$\text{Im}Y_j(\rho_1)$
1	-0.242568	0.806486	-0.242571	0.806477

2	-0.241920	0.805401	-0.241923	0.805392
3	-0.240947	0.803774	-0.240949	0.803765
4	-0.239643	0.801609	-0.239646	0.801600
5	-0.238006	0.798907	-0.238009	0.798898
6	-0.236030	0.795673	-0.236831	0.796153
7	-0.233709	0.791909	-0.233712	0.791900
8	-0.231037	0.787621	-0.231039	0.787613
9	-0.228004	0.782816	-0.228006	0.782808
10	-0.224602	0.777498	-0.224604	0.777490
11	-0.220822	0.771677	-0.220824	0.771669
12	-0.216654	0.765359	-0.216655	0.765352
13	-0.212085	0.758555	-0.212086	0.758548
14	-0.207105	0.751275	-0.207106	0.751268
15	-0.201701	0.743530	-0.201702	0.743523
16	-0.195861	0.735333	-0.195861	0.735326
17	-0.189571	0.726697	-0.189572	0.726690
18	-0.182819	0.717638	-0.182819	0.717631
19	-0.175590	0.708171	-0.175591	0.708165
20	-0.167872	0.698314	-0.167872	0.698308
21	-0.159651	0.688085	-0.159652	0.688080
22	-0.150915	0.677505	-0.150914	0.677500
23	-0.141649	0.666595	-0.141649	0.666590
24	-0.131842	0.655377	-0.131842	0.655372
25	-0.121483	0.643876	-0.121482	0.643871
26	-0.110560	0.632115	-0.111396	0.631737
27	-0.099064	0.620123	-0.099066	0.620119
28	-0.086985	0.607926	-0.086984	0.607922
29	-0.074316	0.595552	-0.074315	0.595549

j	Метод Пикара		Метод Эйлера	
	$\text{Re}Y_j(\rho_1)$	$\text{Im}Y_j(\rho_1)$	$\text{Re}Y_j(\rho_1)$	$\text{Im}Y_j(\rho_1)$
30	-0.061050	0.583032	-0.061049	0.583029
31	-0.047184	0.570397	-0.047183	0.570394
32	-0.032712	0.557677	-0.032711	0.557674
33	-0.017635	0.544905	-0.017634	0.544902
34	-0.001952	0.532114	-0.001951	0.532111
35	0.0143348	0.519337	0.014336	0.519334
36	0.0312207	0.506608	0.031222	0.506605
37	0.0486994	0.493960	0.048701	0.493960
38	0.0667622	0.481428	0.066764	0.481426
39	0.0853981	0.469045	0.085400	0.469043
40	0.1045940	0.456845	0.104595	0.456843
41	0.1243340	0.444860	0.124335	0.444858
42	0.1446000	0.433123	0.144601	0.433121

*Таблица 2.26*

**Результаты сравнения двух методов расчета функции  $Z_j(\rho_1)$**

j	Метод Пикара		Метод Эйлера	
	$\text{Re}Z_j(\rho_1)$	$\text{Im}Z_j(\rho_1)$	$\text{Re}Z_j(\rho_1)$	$\text{Im}Z_j(\rho_1)$
1	0.342348	1.13556	0.3423394	1.1355603
2	0.343095	1.13426	0.34308656	1.1342631
3	0.344218	1.13231	0.34420866	1.1323113
4	0.345718	1.12971	0.34570842	1.1297124
5	0.347599	1.12647	0.34758965	1.1264653
6	0.349865	1.12257	0.34985551	1.1225692
7	0.35252	1.11803	0.35251136	1.118026
8	0.355571	1.11284	0.35556162	1.112836

9	0.359024	1.107	0.35901498	1.1070012
10	0.362885	1.10052	0.36287616	1.1005216
11	0.367163	1.0934	0.36715463	1.0933996
12	0.371867	1.08564	0.37185913	1.0856373
13	0.377007	1.07724	0.37699867	1.0772353
14	0.382593	1.0682	0.38258403	1.0681969
15	0.388636	1.05853	0.3886274	1.0585258
16	0.395148	1.04823	0.3951403	1.0482241
17	0.402144	1.0373	0.40213619	1.0372956
18	0.409637	1.02575	0.4096289	1.0257451
19	0.417641	1.01358	0.4176339	1.0135772
20	0.426174	1.0008	0.42616607	1.0007975
21	0.43525	0.987413	0.43524282	0.98741172
22	0.444889	0.973429	0.44488182	0.97342796
23	0.455108	0.958855	0.45510099	0.95885322
24	0.465926	0.943698	0.46591966	0.94369628
25	0.477365	0.92797	0.47735836	0.92796816
26	0.489445	0.911681	0.48943826	0.9116795
27	0.502187	0.894845	0.50218095	0.89484276
28	0.515615	0.877474	0.51560909	0.87747208
29	0.529752	0.859585	0.52974632	0.85958325
30	0.544621	0.841196	0.54461621	0.8411935
31	0.560248	0.822324	0.5602433	0.82232148
32	0.576658	0.802992	0.57665342	0.80298917
33	0.593877	0.783223	0.59387193	0.78322003
34	0.611929	0.763043	0.61192461	0.7630402
35	0.630842	0.742481	0.6308375	0.74247808
36	0.65064	0.721568	0.65063639	0.72156575

j	Метод Пикара		Метод Эйлера	
	$\text{Re}Z_j(\rho_l)$	$\text{Im}Z_j(\rho_l)$	$\text{Re}Z_j(\rho_l)$	$\text{Im}Z_j(\rho_l)$
37	0.67135	0.70034	0.67134662	0.70033743
38	0.692997	0.678834	0.69299323	0.67883162
39	0.715603	0.657092	0.71559984	0.65708969
40	0.739192	0.63516	0.73918868	0.63515736
41	0.763783	0.613087	0.76378021	0.61308395
42	0.789394	0.590926	0.7893917	0.59092299

расхождений между функциями  $U_l(\rho)D_l^{-1}$  и  $Y_l(\rho)$  вблизи нуля функции  $D_l(\rho)$ . Многократное уменьшение шага расчета позволяет заметно уменьшить ошибку усечения, например,  $Y_l(\rho) = -42,02$  для  $\rho = 11,60$ , где  $U_l(\rho)D_l^{-1} = -42,03$ , при шаге  $\Delta\rho = 0,002$ .

В табл. 2.2 приводятся результаты сравнения двух методов расчета функции  $Y_j(\rho_l)$ ,  $Z_j(\rho_l)$  для линейного распределения показателя преломления в слое  $\rho \in [30, 31]$ ;  $m(\rho)$  линейно меняется от 1.82-0.64i до  $m_l = 1$ . Можно отметить их удовлетворительное согласие.

Таблица 2.3

**Результаты расчета характеристики рассеяния  $\mathbf{I} = \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2$**

$\rho_l$	$(i_1 + i_2)_1$	$(i_1 + i_2)_2$	$n(\rho_l)$	$\chi(\rho_l)$	Распределение
30	64.36	64.3642	1,82	0,64	$\rho_l = \rho_0$
31	41.9	41.9217	1,0	0	Линейное
32	18.09	18.0948	1,0	0	Линейное
32	10.31	10.3065	1,33	0	Линейное
31	4.98	4.96558	1,33	0.01	Гиперболическое
32	3.17	3.1667	1,0	0.01	Гиперболическое
32	37.31	37.2948	1,33	0.01	Гиперболическое
10	7.916	7.80934	1,82	0,64	$\rho_l = \rho_0$
12	0.9096	0.909434	1,33	0.01	Гиперболическое

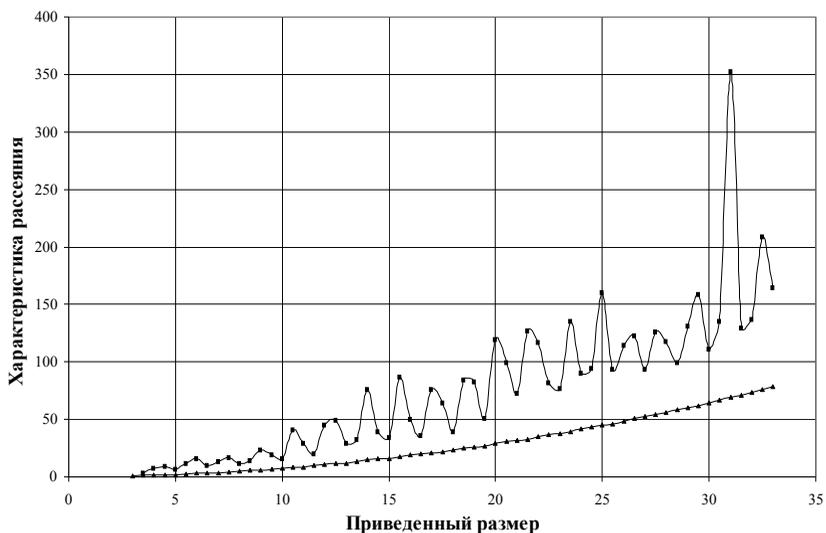


Рисунок 2.1. Зависимость характеристики рассеяния  $I = i_1 + i_2$  от приведенного размера частицы

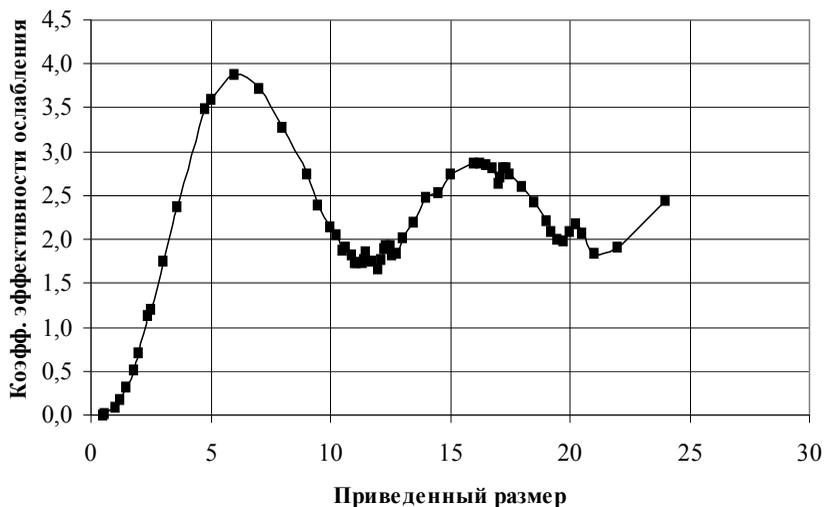


Рисунок 2.2. Зависимость фактора эффективности ослабления от приведенного размера частицы

В табл. 2.3 приводятся результаты сравнения двух методов расчета суммы  $(i_1 + i_2)$ .

В первом из них использованы формулы (2.20), во втором - соотношения (2.19) для линейного и гиперболического распределения показателя

теля преломления в оболочке.

На рис. 2.1 представлены результаты расчетов характеристики рассеяния  $I = i_1 + i_2$  в зависимости от приведенного размера частицы, выполненные двумя способами. Сплошная кривая – расчет выполнен для однородной частицы с использованием специальных функций. Маркерами отмечены результаты расчетов для частиц, составленных из ядра и оболочки с одинаковыми показателями преломления: квадратный маркер -  $m = 1,62$ , треугольный маркер -  $m = 1,82 - 0,64i$ . Расчет в оболочке выполнен с использованием решения дифференциального уравнения. Можно отметить хорошее согласие представленных результатов расчетов.

На рис. 2.2 представлены результаты расчетов фактора эффективности ослабления от приведенного размера частицы водного аэрозоля в сравнении с известными результатами - сплошная кривая (Шифрин, 1951). Можно отметить хорошее согласие сравниваемых результатов.

Таким образом, установлена достаточная точность рассмотренных в разделе алгоритмов расчета параметров рассеянной волны и коэффициента ослабления дисперсной среды для модели частицы с показателем преломления, радиально изменяющимся в оболочке, покрывающей однородное ядро.

### **3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК МИКРОСТРУКТУРЫ АТМОСФЕРНОГО АЭРОЗОЛЯ**

#### **3.1 Результаты анализа данных оптических измерений характеристик атмосферного аэрозоля**

Для целей определения характеристик микроструктуры аэрозоля по найденному коэффициенту ослабления или коэффициенту рассеяния необходимо знание оптико-микроструктурных связей аэрозольных частиц. Задача установления оптико-микроструктурных связей аэрозольных частиц достаточно сложна из-за существования различных аэрозольных фракций и изменчивости характеристик рассеяния света частицами. В связи с этим осуществляется моделирование свойств атмосферного аэрозоля на основе уравнений, сформулированных в разделе 2, и с учетом данных аэрозольных измерений.

В результате выполнения совместных нефелометрических, трансмиссометрических, лидарных, фотоэлектрических и фильтровых измерений, в частности, (Charlson, 1969; Ensor, Pilat, 1971; Waggoner, Weiss, 1980; Егоров, Ионин, 1981; Егоров и др., 1986; Егоров и др., 1988) была установлена корреляция между коэффициентом ослабления и концентрацией частиц. Найденную связь можно использовать для определения содержания аэрозоля в воздухе. Для объяснения факта существования этой связи рассматривается оптическая модель частиц, основанная на данных экспериментов (Егоров, Ионин, 1981; Егоров и др., 1986; Егоров и др., 1988), и полученное в них распределение частиц по размерам, т.е. факторы, которыми определяются оптические характеристики аэрозоля. При этом принимается во внимание, что между результатами, полученными фотоэлектрическим и фильтровым методами, не всегда имело место удовлетворительное согласие. Было установлено существенное различие этих результатов в п. Воейково, расположенном в 13 км от восточной границы С.-Петербурга в условиях прозрачной атмосферы (Егоров, Ионин, 1981).

Удовлетворительное согласие результатов имело место в Репетеке в аридной зоне вблизи восточной границы Туркмении в эксперименте ГАРЭКС-77 (Кондратьев и др., 1980) и в Абастумани в горной области Грузии вблизи границы с Турцией в эксперименте АФАЭКС-79 (Егоров и др., 1986). Аналогичный результат был получен в п. Воейково, но лишь в условиях замутненной атмосферы.

Результаты сравнения данных, полученных фотоэлектрическим и фильтровым методами, представлены на рис. 3.1.

В экспериментах для оценки точности измеренных параметров микроструктуры аэрозольных частиц одновременно находились спектры

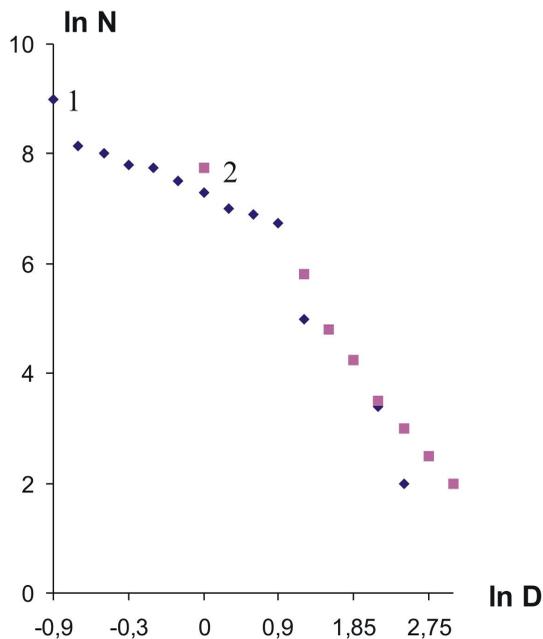


Рисунок 3.1а. Спектры размеров частиц в Репетеке  
1 - данные счетчика АЗ-5, 2 - данные устройства АУ

размеров частиц фотоэлектрическим счетчиком АЗ-5, за исключением эксперимента в Абастумани, и путем отбора проб на фильтр с использованием аспирационного устройства (АУ) с последующим просветлением и микроскопическим анализом. В процессе измерений счетчик частиц АЗ-5, а в Абастумани - счетчик Ройко располагался в непосредственной близости от устройства АУ. Следует обратить внимание на удовлетворительное согласие результатов, полученных двумя различными методами на рис. 3.1а – 3.1в, на факт существенного различия этих результатов в условиях прозрачной атмосферы в п. Воейково, а также на форму представления результатов, при введении которой это согласие установлено.

Для интерпретации полученных результатов следует учесть, что фотоэлектрический счетчик градуируется частицами определенного сорта, например, латэксами полистирола. Если оптические свойства градуировочных частиц соответствуют свойствам натуральных частиц, то результаты измерений двумя рассматриваемыми методами окажутся согласующимися.

Такое соответствие имеет место, например, в случае аридного аэрозоля, если учесть, что показатель преломления аридного аэрозоля равен 1,5, а показатель преломления полистирола равен 1,62.

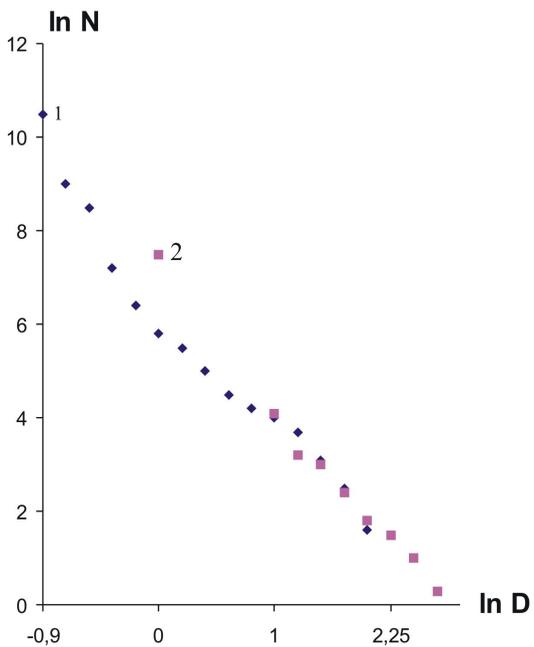


Рисунок 3.16. Спектры размеров частиц в Абастумани  
 1 - данные счетчика Ройко, 2 - данные устройства АУ

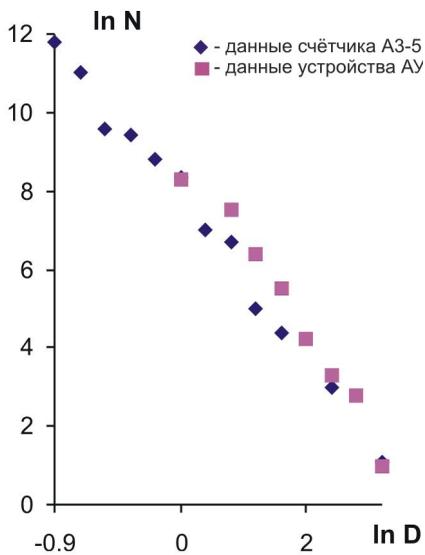
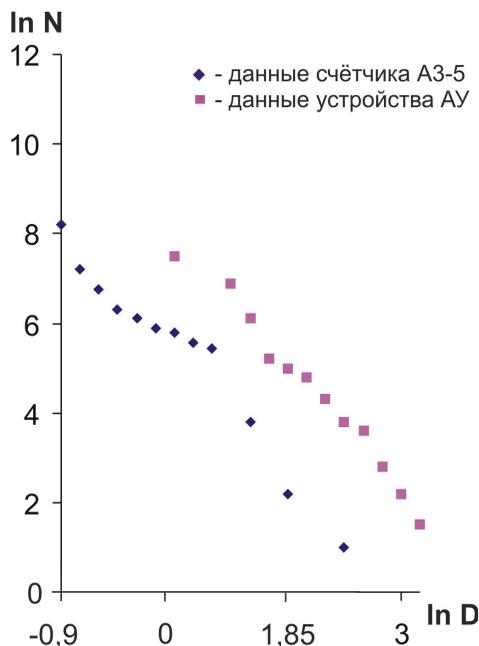


Рисунок 3.17. Спектры размеров частиц в п. Воейково  $\sigma=0,6 \text{ км}^{-1}$



полненного анализа. Интегральная характеристика  $N$  предпочтительна по сравнению с ее производной.

Интересно отметить, что в Репетке найденный спектр приближенно описывается двойной степенной зависимостью интегральной концентрации от размера частиц

$$N(D) = \begin{cases} a_1 D^{-b_1}, & D \leq 2 \text{ мкм}, \\ a_2 D^{-b_2}, & D > 2 \text{ мкм}, \end{cases} \quad (3.1)$$

причем  $b_1 \approx 1$ ,  $b_2 \approx 2$ .

Данный факт не был установлен, когда использовалась не характеристика  $N$ , а производная  $dN/dD$ .

Для анализа распределения частиц по размерам вводится величина

$$\begin{aligned} \delta/N = \ln(N_{i,j}) - \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t \ln(N_{i,j}) \\ - \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \ln(N_{i,j}) + \frac{1}{pt} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^t \ln(N_{i,j}) \end{aligned}$$

где  $N_{ij} = N_{ij}(D)$  - число частиц в единичном объеме с размерами, превышающими  $D$  ( $D < 1$  мкм),  $i, j$  - номера спектральных интервалов и их распределений по размерам, соответственно,  $i = 1, 2, \dots, p$ ;  $j = 1, 2, \dots, t$ . Относительное среднее квадратичное отклонение введенной величины, характеризующее вариации спектров счетной концентрации, в условиях конкретных измерений не превышают 20%. Таким образом, распределение числа частиц по размерам сравнительно стабильно.

Наряду с микроструктурными характеристиками аэрозольных частиц в экспериментах в Репетке и Абастумани находилась прозрачность воздуха по данным нефелометрических измерений. С помощью широкополосного нефелометра (Полевицкий и др., 1977) в Репетке определялся коэффициент рассеяния в спектральном участке с центром 0,55 мкм, где он близок к коэффициенту ослабления.

Оказалось, что существует тесная связь между коэффициентом ослабления и интегральной счетной концентрацией частиц  $N_*$ , размеры которых превышают  $D_* = 0,4$  мкм:

$$\sigma = \sigma_* N_* \quad (3.2)$$

Значение сечения ослабления  $\sigma_*$  в эксперименте ГАРЕКС-77 составило:  $(11 \pm 2)$  мкм<sup>2</sup>.

Удалось установить и другие оптико-микроструктурные связи, наличие которых обусловлено стабильностью спектра размеров и свойств

аэрозольных частиц в условиях проведения эксперимента.

Коэффициент ослабления  $\sigma \text{ км}^{-1}$  в эксперименте ГАРЕКС-77 удалось связать с массовой концентрацией частиц  $M \text{ мг/м}^3$ , которая определялась путем взвешивания фильтров до и после отбора пробы;  $\sigma = (0,6 \pm 0,1) M$ . Этот параметр связан и с интегральной концентрацией, причем для различных размеров частиц. К удовлетворительным результатам привели расчеты по формуле, определяющей значение коэффициента ослабления полидисперсной среды

$$\sigma = -\frac{\pi}{4} \int_{D_0}^{D_k} D^2 K_*(\rho) dN, \quad (3.3)$$

где  $D_0, D_k$  - граничные размеры частиц рассматриваемого спектрального интервала: 0,4 мкм – 10 мкм для счетчика АЗ-5, 1,0 мкм – 33 мкм для устройства АУ,

$K_*$  - фактор эффективности,  
 $\rho = \pi D/\lambda$  - приведенный размер,  
 $\lambda$  - длина волны излучения.

При вычислении интеграла в формуле (3.3) целесообразно применять интерполяционные алгоритмы, учитывающие характер интерполируемых зависимостей.

Таким образом, на отрезке  $[D_p, D_{i+1}]$  следует, имея в виду зависимость (3.1), записать выражение

$$\ln N = \ln N_i + \frac{\ln N_{i+1} - \ln N_i}{\ln D_{i+1} - \ln D_i} (\ln D - \ln D_i) \quad (3.4)$$

где введено обозначение:  $N_i = N(D_i)$ .

Принимая во внимание формулы (3.3), (3.4), для вычисления коэффициента ослабления по экспериментально найденному спектру размеров частиц можно получить алгоритм:

$$\sigma = -\frac{\pi}{4} \sum_{i=0}^{K-1} \left\{ \frac{[D_{i+1} K_*(\rho_i) - D_i K_*(\rho_{i+1})] (N_{i+1} D_{i+1}^2 - N_i D_i^2)}{\ln(N_{i+1} D_{i+1}^2) - \ln(N_i D_i^2)} + \frac{[K_*(\rho_{i+1}) - K_*(\rho_i)] (N_{i+1} D_{i+1}^3 - N_i D_i^3)}{\ln(N_{i+1} D_{i+1}^3) - \ln(N_i D_i^3)} \right\} \frac{\ln N_{i+1} - \ln N_i}{\ln D_{i+1} - \ln D_i} \quad (3.5)$$

При выводе этой формулы применялась линейная интерполяция фактора эффективности

$$K_*(\rho) = K_*(\rho_i) + \frac{K_*(\rho_{i+1}) - K_*(\rho_i)}{D_{i+1} - D_i} (D - D_i) \quad (3.6)$$

Расчеты коэффициента ослабления проводились по формуле (3.5) для сферических частиц с показателем преломления 1,5. Сравнение результатов расчетов с данными нефелометрических измерений в эксперименте ГАРЕКС-77 показало, что их различие не превышало 20%.

Результаты аналогичного сравнения, выполненного в эксперименте АФАЭКС-79, можно найти в работе (Yegorov et al., 2008).

Выше отмечено удовлетворительное согласие результатов измерений, выполненных двумя приборами: счетчиком частиц АЗ-5 и устройством АУ в условиях Репетека. Эти же два прибора использовались для аэрозольных измерений в п.Воейково 1978 г.

Типичные результаты измерений приведены на рис. 3.1в, 3.1г где также прослеживается составная степенная зависимость интегральной счетной концентрации частиц от их размеров.

Следует подчеркнуть удовлетворительное согласие данных двух приборов в условиях существования сравнительно плотной дымки, как это показано на рис. 3.1в, когда значение коэффициента ослабления по трансмиссометру М-37 составило  $0,6 \text{ км}^{-1}$ . В случае более прозрачной атмосферы с коэффициентом ослабления  $\sigma = 0,1 \text{ км}^{-1}$  устройство АУ зарегистрировало частицы, значительно более крупные по сравнению с частицами, зарегистрированными фотоэлектрическим счетчиком АЗ-5, как это показано на рис. 3.1г.

Вместе с тем, анализ данных эксперимента в п.Воейково выявил существование той же связи (3.2), которая характерна для аэрозоля пустыни. Значение сечения ослабления  $\sigma_*$  оказалось равным  $(8 \pm 1) \text{ мкм}^2$ . Единственное различие состоит в том, что в рассматриваемом случае размер  $D_*$  известен с заметно большей погрешностью, как это вытекает из анализа данных рисунка 3.1г.

В период проведения советско-американского фонового аэрозольного эксперимента АФАЭКС-79 спектры размеров частиц измерялись одновременно фотоэлектрическим счетчиком Ройко и устройством АУ. Результаты сравнения данных этих приборов характеризуются отмеченной выше спектральной особенностью. В основном, в эксперименте имелось удовлетворительное согласие данных, полученных двумя различными методами.

Аналогичными рассмотренным выше результатам оказались результаты оптико-микроструктурных измерений. Эти измерения выполнялись с помощью комплекса аппаратуры, включавшего в себя ряд устройств, в том числе интегрирующий нефелометр. Анализ результатов микрофизических нефелометрических аэрозольных измерений выявил существование той же корреляционной связи (3.2). Было установлено, что сечение ослабления  $\sigma_*$  в рассматриваемый период составляло величину:  $(8 \pm 2) \text{ мкм}^2$ .

Существует и аналогичная связь коэффициента ослабления с массовой концентрацией субмикронной фракции частиц атмосферного аэрозоля. В частности, в эксперименте АФАЭК-79 величина  $s$  оказалась пропорциональной массовой концентрации частиц с размерами в пределах 1 мкм по данным нефелометрических и фильтровых измерений. Коэффициент пропорциональности имел большой разброс по сравнению с сечением т.к. определился с привлечением фильтровых, а не фотоэлектрических измерений размера частиц и составил  $(5 \pm 2) \text{ м}^2/\text{г}$ .

Таким образом, существуют факторы как усложняющие, так и упрощающие проблему интерпретации данных оптических измерений характеристик аэрозольной микроструктуры. В частности, возможны значительные ошибки при определении спектра размеров частиц оптическими методами. С другой стороны, перспективными могут оказаться измерения интегральной концентрации аэрозольных частиц, размеры которых превышают несколько десятых микрометра.

В таблице 3.1 для сравнения представлены результаты расчетов отношений размеров частиц  $D(OC)$ ,  $D(\Phi Y)$ , найденных, соответственно, оптическим счетчиком  $OC$  и фильтровым устройством  $\Phi Y$  при различных коэффициентах ослабления. Вычисления выполнялись по формуле

$$\frac{D(OC)}{D(\Phi Y)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{D(OC)}{D(\Phi Y)} \right\}_i$$

где  $n = pt$ ,  $p$  - число спектральных интервалов,  $t$  - число измеренных распределений.

Расчеты выполнялись с учетом соотношений

$$N(D(OC)) = N(D(\Phi Y)) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (3.7)$$

при условии  $D(\Phi Y) > 1$  мкм, где  $N = N(D)$  - концентрация частиц с размерами, превышающими  $D$ .

Таблица 3.1

**Результаты сравнительного анализа размеров частиц**

Репетек $\sigma$	0.03	0.04	0.06	0.08	случайная погр. <0.2
$D(OC)/D(\Phi Y)$	0.8	0.8	0.7	0.8	
Воейково $\sigma$	0.1	0.2	0.3	0.6	случайная погр. =0.1
$D(OC)/D(\Phi Y)$	0.3	0.4	0.6	0.7	
Абастумани $\sigma$	0.04	0.06	0.08	0.12	случайная погр. <0.3
$D(OC)/D(\Phi Y)$	0.7	1.1	0.9	1.2	

Здесь коэффициент ослабления на длине волны 0,55 мкм приведен в обратных километрах.

Представленные результаты показывают количественную сопоставимость данных измерений концентраций частиц и их размеров двумя методами в Репетеке, Абастумани. В п. Воейково использовались те же методы, расхождение полученных данных можно объяснить расхождением измеренных размеров, которое достигало 3 раз. Для наглядности, на рисунке 3.1д представлено отношение  $D(OC)/D(ФУ)$  определенное в п. Воейково. При этом размеры частиц, полученные оптическим счетчиком, меньше размеров, полученных фильтровым аспирационным устройством. Это означает, что индикатриса рассеяния под прямым углом, пропорциональная квадрату размера частицы, у натуральных частиц меньше индикатрисы рассеяния градуировочных частиц, причем различие, достигая, в среднем, порядка величины, может значительно превышать порядок величины. Следует обратить внимание на то, что этот факт относится, в основном, к частицам грубодисперсной фракции, размеры которых существенно превышают 1 мкм.

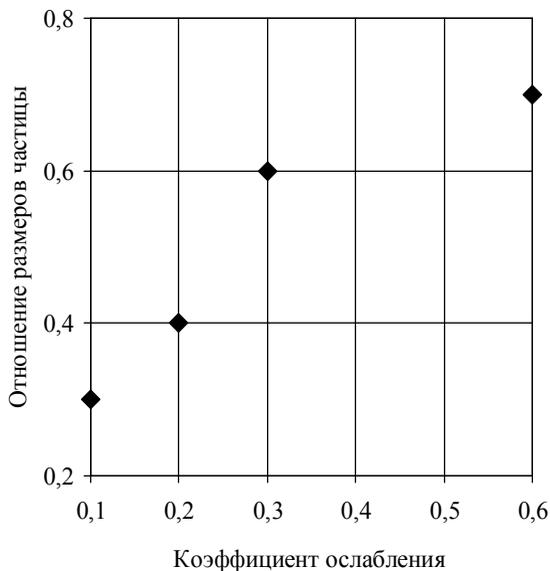


Рисунок 3.1д. Результаты сравнительного анализа размеров частиц, измеренных ОС, ФУ

Следует обратить внимание ещё на то, что расхождение размеров, измеренных двумя методами в п. Воейково тем больше, чем выше прозрачность атмосферы. При снижении прозрачности это расхождение

уменьшается и исчезает. Это можно объяснить увлажнением структурированных частиц с изменением их рассеивающих свойств.

### 3.2 Результаты моделирования направленного рассеяния

Для объяснения экспериментальных результатов предлагается (Yegorov et al., 1998) модель частицы с радиально изменяющимся показателем преломления  $m(R)$  в оболочке, покрывающей однородное ядро, т.е. модель, включающая однородное ядро с неоднородным покрытием. Показатель преломления  $m(\rho)$  частицы задается действительной или комплексной функцией от приведенного радиуса  $\rho$ . Частица находится в непоглощающей атмосфере и освещается источником, формирующим плоские волны.

С помощью модели частицы, состоящей лишь из однородного ядра, не удалось объяснить существование найденных значительных вариаций индикатрисы рассеяния. Для сравнения на рис. 3.2 представлено отношение индикатрисы рассеяния для частиц сажи и частиц полистирола, которые используются при градуировке оптических счетчиков.

Изменчивость индикатрисы рассеяния для частиц грубодисперсного аэрозоля по данным эксперимента значительно превышает изменчивость за счет различий материала ядра частицы, поэтому была рассмотрена модель частицы из ядра с однородным покрытием (Егоров, Степаненко, 1979). Использование рассмотренной модели показало возможность существования значительных вариаций индикатрисы рассеяния.

Вместе с тем, была установлена зависимость индикатрисы рассеяния от толщины покрытия в виде колебаний относительно средней величины, вариации которой недостаточны для адекватного описания данных эксперимента. В связи с этим предложена модель частицы из ядра с неоднородным покрытием (Yegorov et al., 1998).

Результаты анализа направленного рассеяния излучения под углом рассеяния  $1,57$ , выполненного с использованием предложенной модели (Yegorov et al., 1998; Егоров и др., 2009; Егоров и др., 2010), представлены на рис. 3.3. При моделировании выбран угол рассеяния, использующийся в оптических аэрозольных спектрометрах. Для разработки модели, адекватно описывающей экспериментальные результаты, рассматриваются сферически неоднородные увлажненные частицы сажи. В действительности, аэрозольные частицы являются значительно более сложными образованиями, чем рассматриваемые в работе. В настоящее время не представляется возможности выполнить моделирование рассеяния такими сложными образованиями. Однако модель, адекватно описывающую экспериментальные результаты, можно использовать для совершенствования оптических технологий аэрозольных измерений.

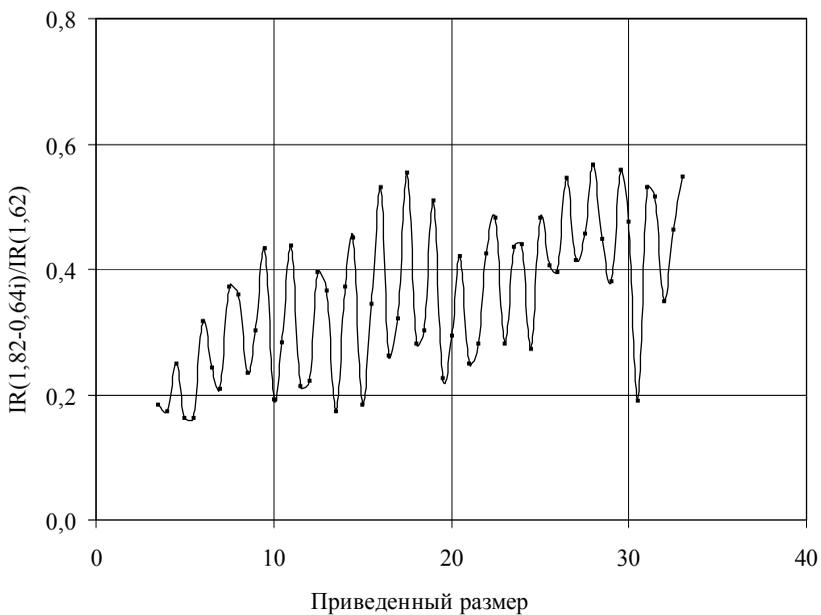


Рисунок 3.2. Отношение индикатрис рассеяния для однородных частиц сажи и частиц полистирола

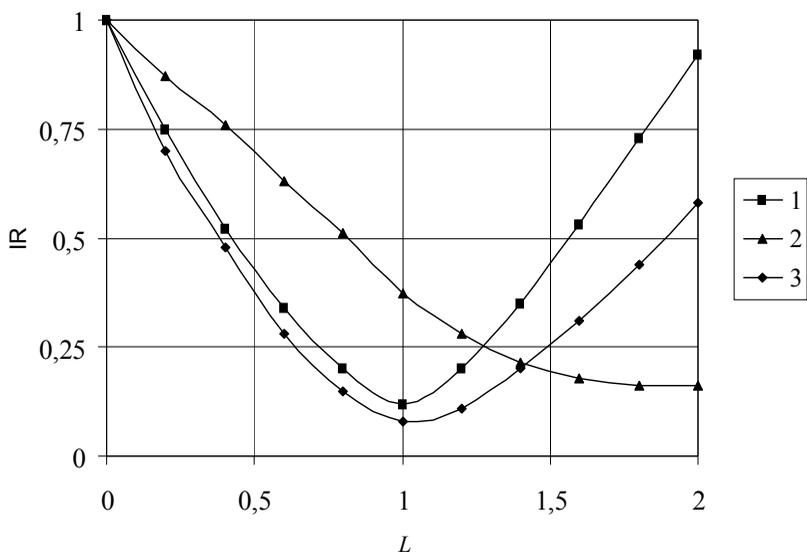


Рисунок 3.3а. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведённой толщины покрытия  $\rho = 30$ , 1 -  $IR_0$ , 2 -  $IR_1$ , 3 -  $IR_2$

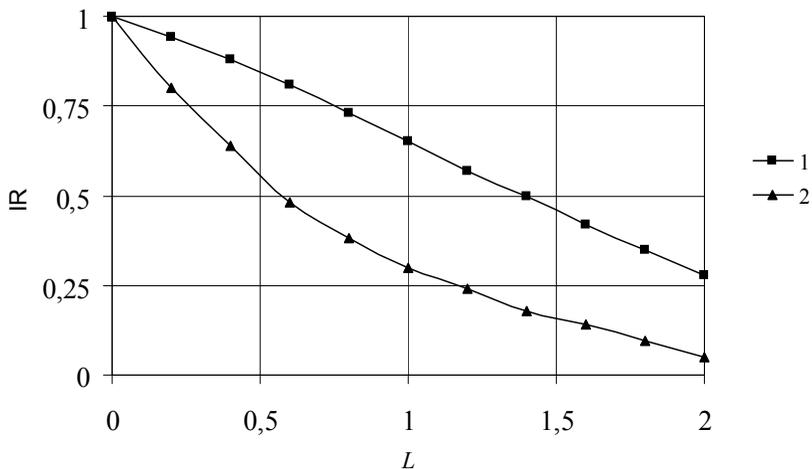


Рисунок 3.3б. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведенной толщины покрытия  
 $\rho = 30, 1 - IR_3, 2 - IR_4$

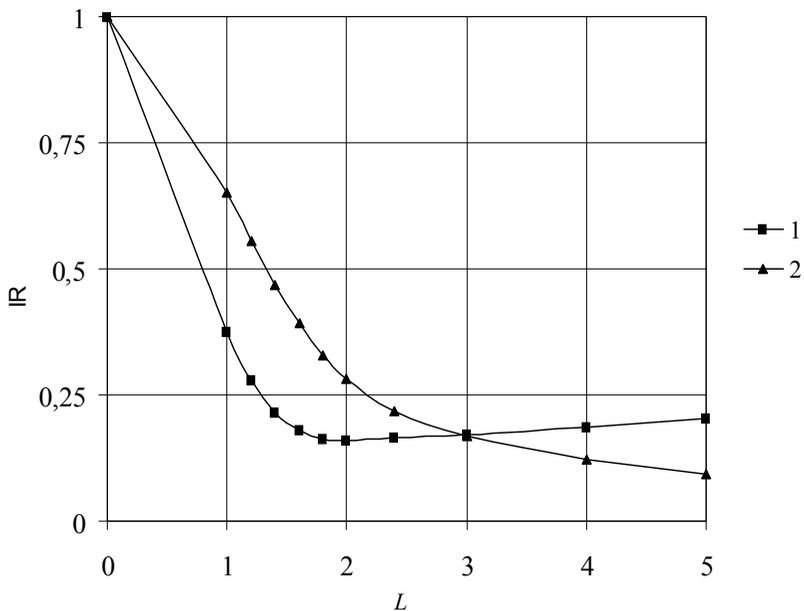


Рисунок 3.3в. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведенной толщины покрытия  
 $\rho = 30$ , линейное распределение  $m$ :  
 1-  $m_0 - (0,82-0,64i)d$ , 2 -  $m_0 - (0,49-0,64i)d$

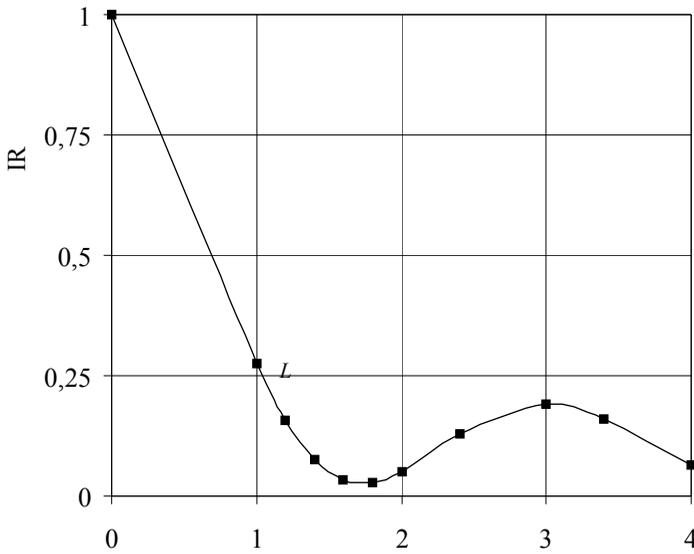


Рисунок 3.3г - Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведенной толщины покрытия  $\rho = 30$ ,  $m_0 = 1.82 - i 0.64$ ,  $m_1 = 1 - i 0.01$  гиперболическое распределение:  $n(\rho) = (\rho_0 - a) 1.82 / (\rho - a)$   
 $\chi(\rho) = (\rho_0 - b) 0.64 / (\rho - b)$

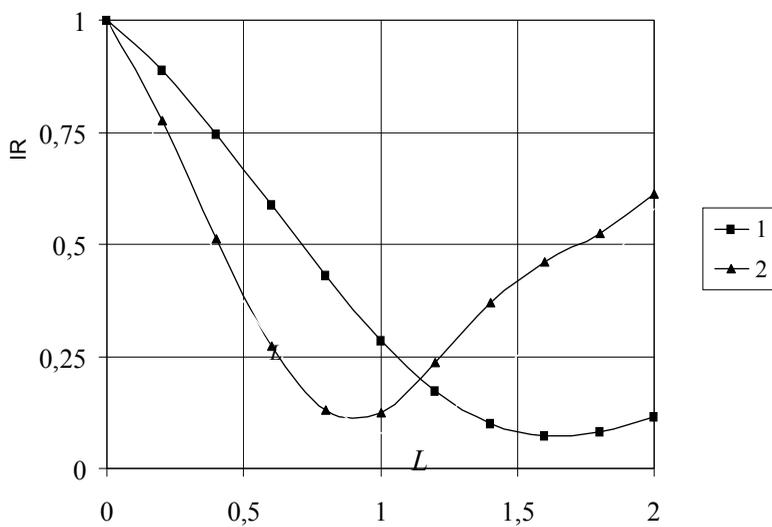


Рисунок 3.3д - Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведенной толщины покрытия, гиперболическое распределение,  $\rho = 10$   
 1 -  $m_0 = 1.82 - i 0.64$ ,  $m_1 = 1 - i 0.01$ ; 2 -  $m_0 = 1.82 - i 0.64$ ,  $m_1 = 1.33 - i 0.01$

Моделирование выполняется с учётом, что показатель преломления в ядре из сажи  $m(\rho_0) = 1,82 - 0,64i$ . На рис.3.3 приведенный размер грубодисперсной частицы равен 30, т.е. рассматривается частица с размером, приблизительно, 5 мкм для длины волны 0,5 мкм.

Здесь:  $L = k(\rho_1 - \rho_0)$  - приведённая толщина покрытия;  $k$  - волновое число;  $IR$  - индикатриса рассеяния, отнесённая к её значению для  $L = 0$ ,  $j = 0, \dots, 4$  - индекс модельного рассеивающего центра ( $j = 0, 1, 2$  означает присутствие воды в оболочке,  $j = 3, 4$  - её отсутствие).

Перечень характеристик рассеивающего центра представлен в табл.3.2, где  $d = (\rho - \rho_0)/(\rho_1 - \rho_0)$ .

Таблица 3.2

**Характеристики рассеивающего центра**

$j$	$m(\rho)$
0	1,33
1	$m_0 - (0,49 - 0,64i)d$
2	$(0,98 - 1,28i)/(1+d) + 0,84 + 0,64i$
3	$m_0 - (0,82 - 0,64i)d$
4	$(1,64 - 1,28i)/(1+d) + 0,18 + 0,64i$

Как следует из рассмотрения рис. 3.3, индикатриса направленного рассеяния может существенно изменяться при изменении структуры аэрозольной частицы, в частности, при её обводнении. На рис. 3.3в, 3.3г представлены аналогичные результаты для большей толщины покрытия для прежней величины  $\rho = 30$ . На рисунке 3.3д представлены результаты для меньшей величины  $\rho = 10$ . Характер зависимости индикатрисы рассеяния от модельных изменений структуры рассеивающего центра на рис. 3.3, в основном, соответствует экспериментальным результатам (Yegorov et al., 1998), однако остается вопрос, касающийся зависимости индикатрисы рассеяния от толщины покрытия в виде колебаний относительно средней величины.

В связи с этим представляется интересным сравнение индикатрисы рассеяния для различных модельных частиц, в частности, неоднородной частицы сажи с покрытием, не содержащим воду, и частицы полистирола. На рис. 3.4 представлены результаты расчетов относительной величины  $IR(1)/IR(1,62)$ . Данная величина представляет собой отношение индикатрисы рассеяния для неоднородной частицы сажи с покрытием, не содержащим воду, когда  $m_1 = 1$ , к индикатрисе рассеяния для однородной частицы полистирола, когда  $m_0 = 1,62$ . Она приведена для разных величин  $\rho$  при заданном отношении  $g = (\rho_1 - \rho_0)/\rho_0$ .

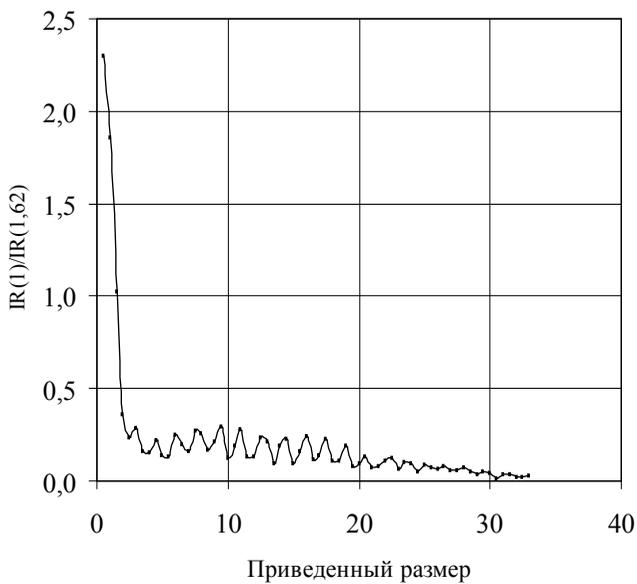


Рисунок 3.4а. Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.04$

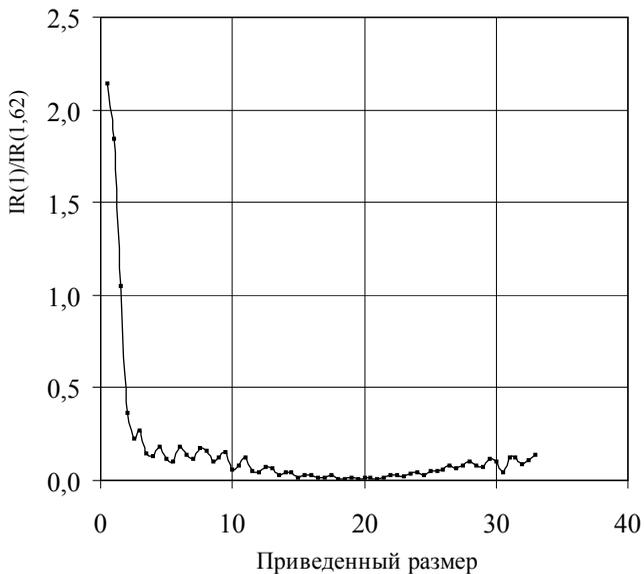


Рисунок 3.4б. Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.08$

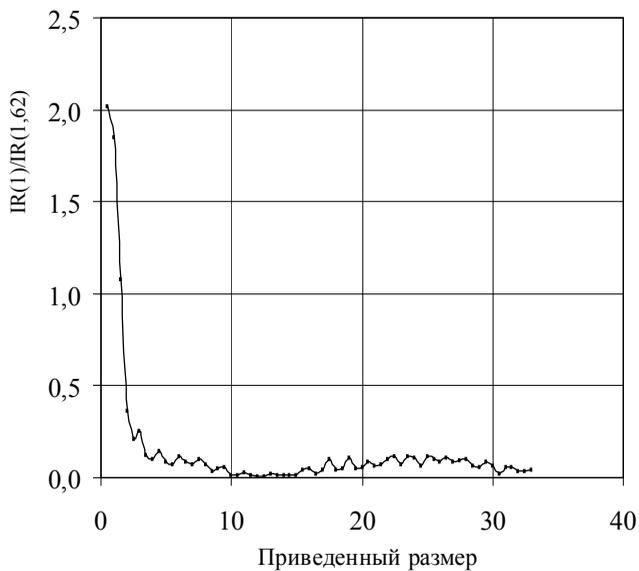


Рисунок 3.4в. Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.12$

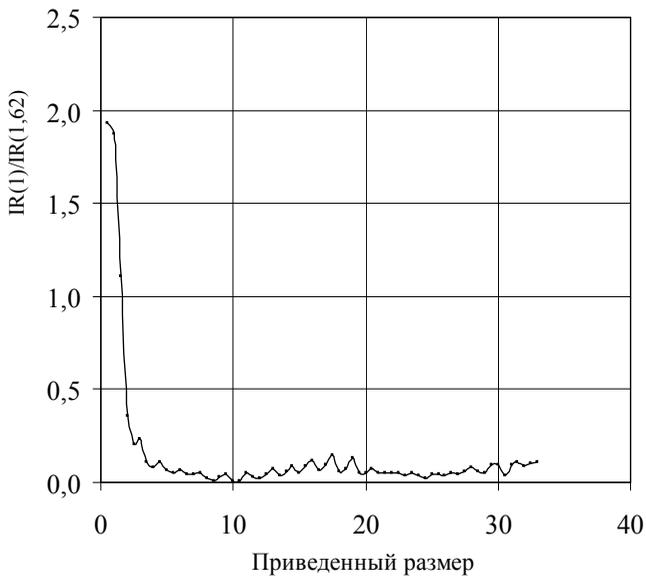


Рисунок 3.4г. Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.16$

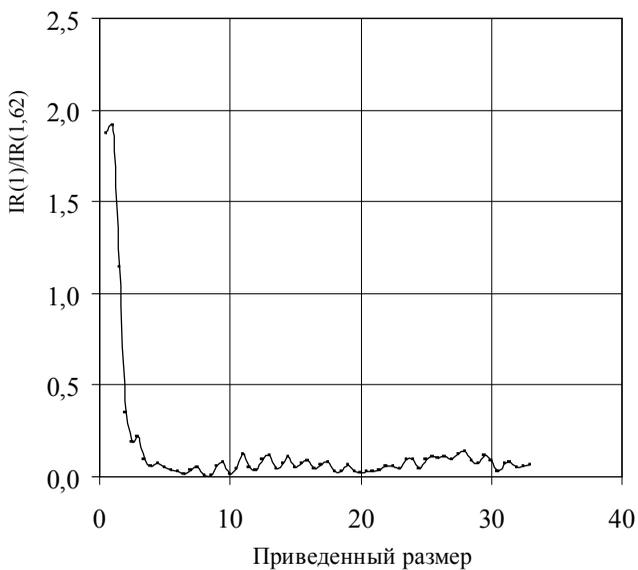


Рисунок 3.4д Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.2$

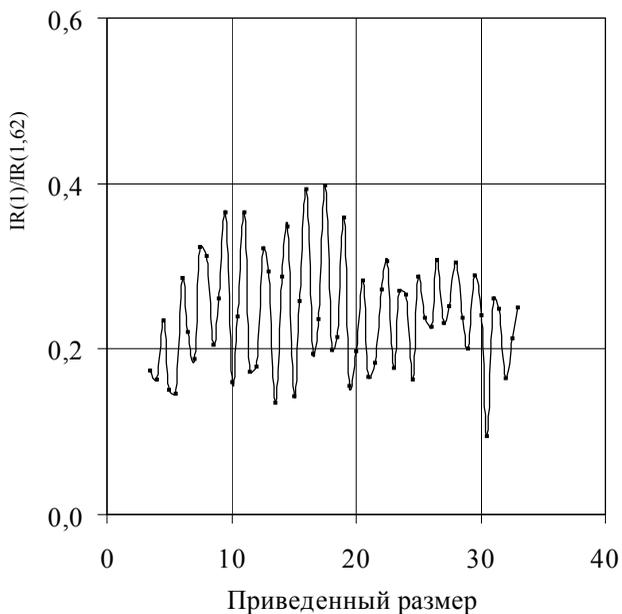


Рисунок 3.4е Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.02$

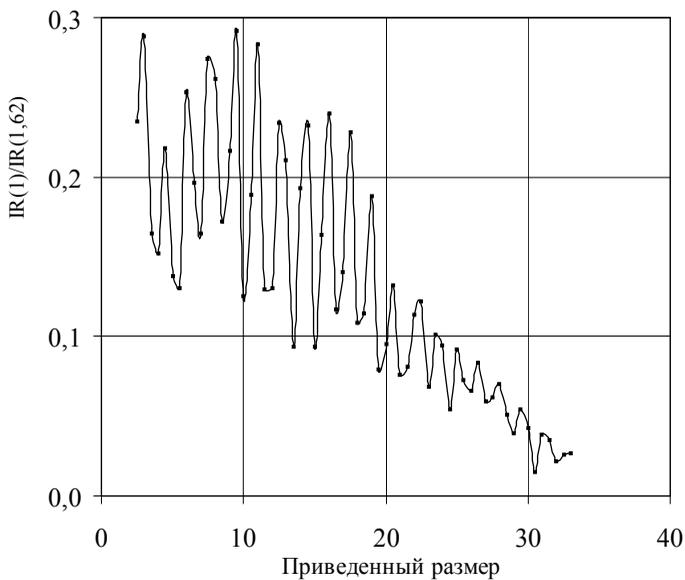


Рисунок 3.4ж Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.04$

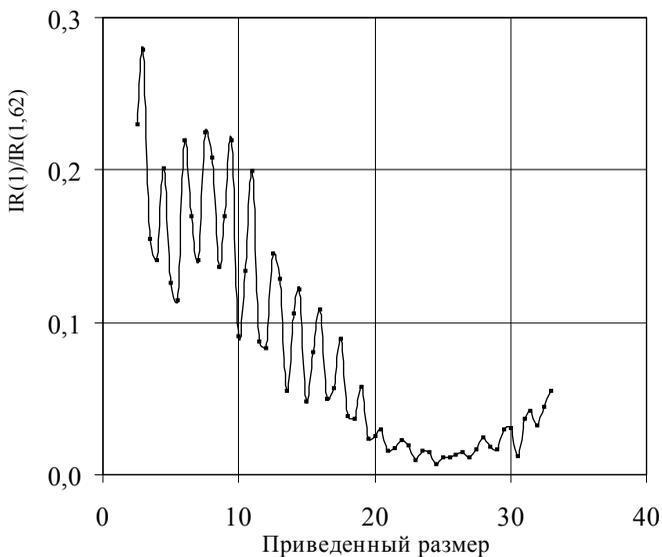


Рисунок 3.4з Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.06$

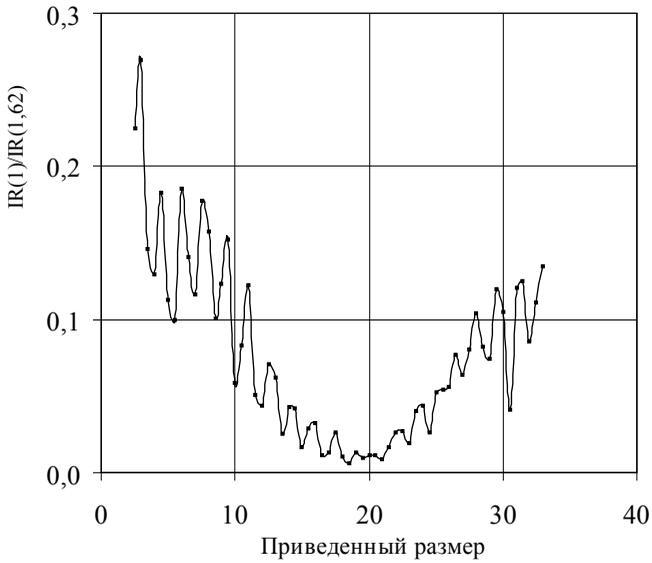


Рисунок 3.4и Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.08$

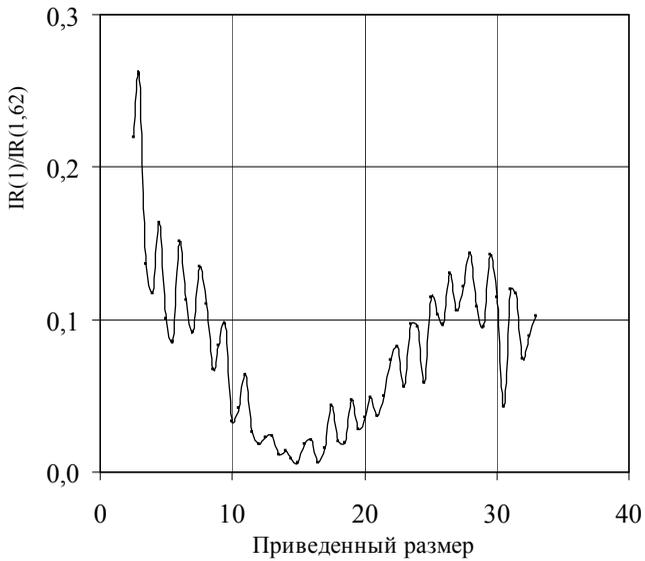


Рисунок 3.4к Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.10$

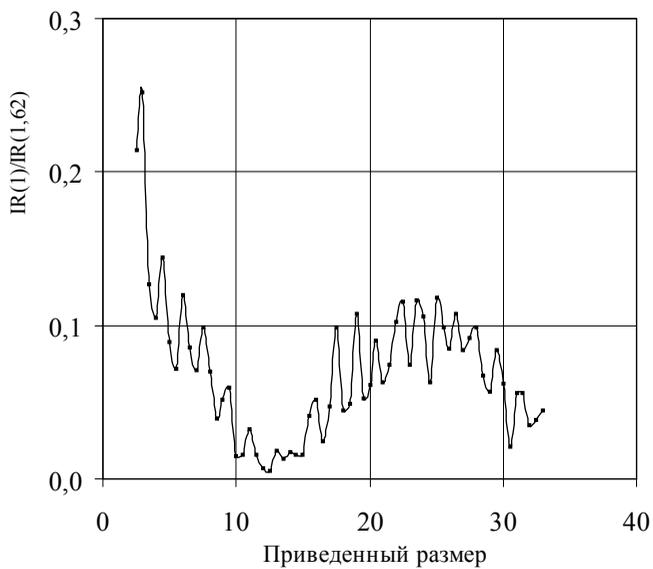


Рисунок 3.4л Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.12$

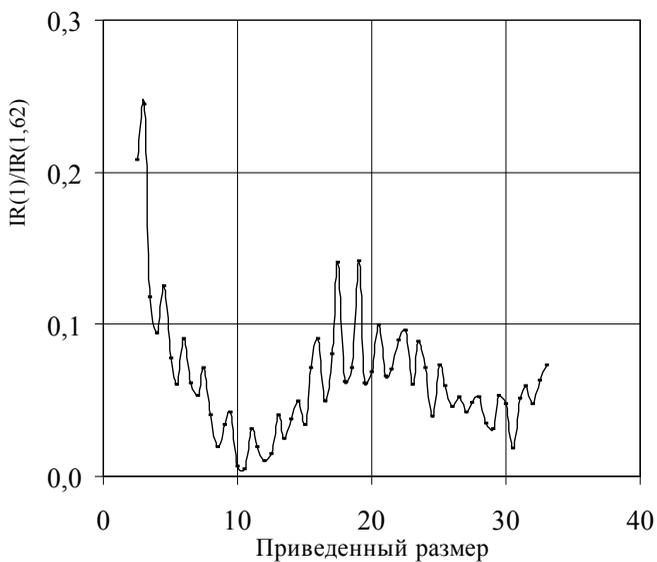


Рисунок 3.4м. Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.14$

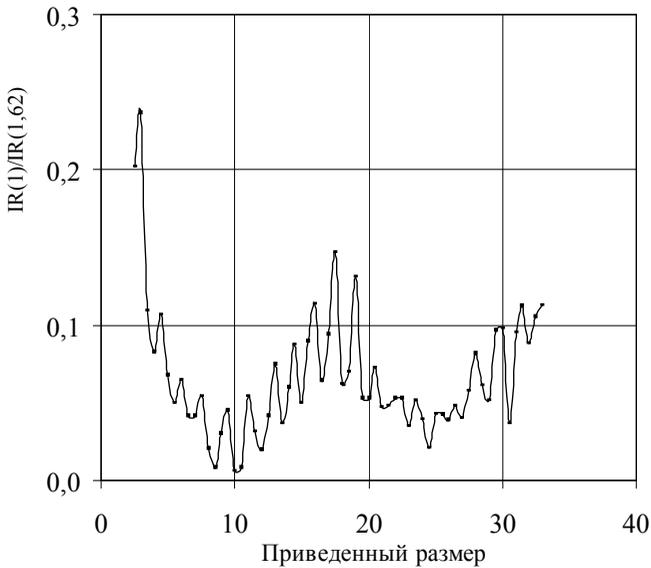


Рисунок 3.4н Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола,  $g=0.16$

Следует отметить, что изменчивость величины  $IR$  за счет неоднородности покрытия из сажи может быть достаточно значительной. Исключение составляют частицы минимальных размеров. Все это соответствует экспериментальным данным. Для удобства анализа на рисунке результаты представлены в двух диапазонах приведенных размеров: начиная с 0,5, и 2,5; для удобства количественной оценки результаты представлены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

**Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной частицы сажи и однородной частицы полистирола**

$\rho$	$g=0.04$	$g=0.08$	$g=0.12$	$g=0.16$	$g=0.2$
0,5	2,3013895	2,1406784	2,020865653	1,93329835	1,87162432
1	1,85866494	1,84437761	1,850740713	1,87589007	1,91853091
1,5	1,0227541	1,047713657	1,077094223	1,11020866	1,14628223
2	0,36136907	0,362772686	0,361639061	0,35787159	0,35136525
2,5	0,23498402	0,224889867	0,21387012	0,20176771	0,18868978
3	0,2883515	0,26960004	0,252287726	0,23613441	0,22133011
3,5	0,16488163	0,14567327	0,127066483	0,10934024	0,09307011
4	0,1522715	0,129246289	0,105380397	0,08191809	0,06011671
4,5	0,21840788	0,182603435	0,144318505	0,10673116	0,07355388
5	0,1381046	0,113254371	0,088805166	0,06739614	0,05272997

$\rho$	$g=0.04$	$g=0.08$	$g=0.12$	$g=0.16$	$g=0.2$
5,5	0,13029705	0,099742209	0,072094546	0,05008726	0,03672631
6	0,25359884	0,18500822	0,119502545	0,06510615	0,02781689
6,5	0,19658109	0,141159848	0,08582142	0,0412199	0,01609947
7	0,16484473	0,115956944	0,070709354	0,04090545	0,03584677
7,5	0,27403112	0,177861894	0,098441899	0,05454706	0,05290215
8	0,26118701	0,157022703	0,070211758	0,019829	0,00814508
8,5	0,17255371	0,100771892	0,039660155	0,00789587	0,01073561
9	0,21661576	0,123575724	0,051455194	0,03011485	0,05964332
9,5	0,29190946	0,152503555	0,059346739	0,04485905	0,08055313
10	0,12575303	0,058903903	0,015213692	0,00573774	0,01702725
10,5	0,18844892	0,083405174	0,015377879	0,00795136	0,04314403
11	0,28367695	0,122108554	0,03242203	0,05423374	0,12502928
11,5	0,12961803	0,050964245	0,016010217	0,03117977	0,0521733
12	0,13028988	0,044045995	0,007411796	0,01881545	0,03888077
12,5	0,23360324	0,071086508	0,005508241	0,04135818	0,09802008
13	0,21097808	0,062192333	0,018554084	0,07433854	0,11803845
13,5	0,09390965	0,025534015	0,013121562	0,0368599	0,04536655
14	0,19293544	0,042730796	0,017465169	0,05981516	0,07644436
14,5	0,23204216	0,042360803	0,016118869	0,08724091	0,11230882
15	0,09374979	0,016671165	0,015598368	0,05023019	0,05256011
15,5	0,1640407	0,028451922	0,04091566	0,0892921	0,07632216
16	0,24012698	0,032155855	0,051534133	0,11357123	0,08568667
16,5	0,11702435	0,010945481	0,024881357	0,06371355	0,04638263
17	0,1400796	0,013520337	0,047176493	0,09334982	0,06324486
17,5	0,22796351	0,026289529	0,098615189	0,1473575	0,08380854
18	0,10901632	0,01014596	0,04446687	0,06177793	0,0270941
18,5	0,11419393	0,00635559	0,049116058	0,0696217	0,02979438
19	0,18836333	0,013180243	0,107548608	0,13145079	0,06309969
19,5	0,07908094	0,009248463	0,052429376	0,05223509	0,02576962
20	0,09543098	0,01129868	0,061514107	0,05274984	0,02404978
20,5	0,1316216	0,011794308	0,090489877	0,0729145	0,03250113
21	0,07593635	0,00913124	0,063244586	0,04743425	0,02704749
21,5	0,08110871	0,016273324	0,074117677	0,04780997	0,0397059
22	0,11391364	0,02644601	0,10200036	0,05287798	0,05815175
22,5	0,122038	0,026853668	0,115123529	0,05285323	0,05636724
23	0,06867503	0,018890556	0,074451823	0,03470204	0,04091817
23,5	0,1008892	0,039852268	0,116565623	0,05169264	0,09196632
24	0,09411312	0,043604577	0,105889415	0,0394485	0,09509274
24,5	0,0543298	0,026086257	0,06277192	0,02065849	0,04694965
25	0,091844	0,05266728	0,1181903	0,0430456	0,09525232
25,5	0,07311622	0,054237019	0,098969194	0,04185496	0,10982095
26	0,06563669	0,056133	0,085206653	0,03875182	0,10239058
26,5	0,08329715	0,076630677	0,107398147	0,04820375	0,10943355
27	0,05949913	0,063994069	0,083848895	0,04062046	0,09179655
27,5	0,06180654	0,080813411	0,091481313	0,0577855	0,12329154

При уменьшении толщины покрытия зависимость на рис. 3.4 приближается к зависимости на рис. 3.2. Для сравнения на рисунке 3.4е представлены данные в формате рис. 3.2. Соответствующие результаты представлены также в табл.3.4.

Таблица 3.4

**Отношение индикатрис рассеяния для неоднородной и однородной частицы сажи и однородной частицы полистирола**

$\rho$	$IR(1,82-0,64i)/IR(1,62)$	$IR(1)/IR(1,62)$
3	0,30929	0,298482588
3,5	0,18464	0,174690646
4	0,17329	0,163101411
4,5	0,24953	0,234646189
5	0,16242	0,150320002
5,5	0,16199	0,146083137
6	0,31726	0,286523677
6,5	0,24313	0,221381356
7	0,21004	0,188106078
7,5	0,37185	0,323410299
8	0,35974	0,312506714
8,5	0,23426	0,205702958
9	0,30185	0,261294687
9,5	0,43459	0,364849739
10	0,19192	0,160353835
10,5	0,28431	0,240096235
11	0,43748	0,365281403
11,5	0,21353	0,172959641
12	0,22236	0,178526416
12,5	0,39672	0,321423992
13	0,3651	0,293293759
13,5	0,17328	0,135202462
14	0,37257	0,286999029
14,5	0,44991	0,348880484
15	0,18496	0,142540699
15,5	0,34417	0,25809099
16	0,53211	0,392551934
16,5	0,26319	0,194856139
17	0,32078	0,236428376

17,5	0,55361	0,397892358
18	0,28185	0,198703858
18,5	0,30329	0,213843924
19	0,51093	0,35898558
19,5	0,22692	0,155835941
20	0,29351	0,19725896
20,5	0,42136	0,282186986
21	0,24964	0,166656872
21,5	0,28164	0,184175114
22	0,42634	0,272402929
22,5	0,4821	0,305814297
23	0,28093	0,177571513
23,5	0,43573	0,270353616
24	0,44008	0,266514013
24,5	0,2721	0,16301299
25	0,48178	0,287321701
25,5	0,40542	0,237756167
26	0,39536	0,226192393
26,5	0,54553	0,307699529
27	0,41428	0,232249297
27,5	0,45634	0,251912391
28	0,56637	0,304995765
28,5	0,44853	0,237390704
29	0,38049	0,199746612
29,5	0,55884	0,289160103
30	0,47645	0,240547021
30,5	0,19018	0,094109655
31	0,53223	0,260609546
31,5	0,5162	0,249228012
32	0,34978	0,164852932
32,5	0,46261	0,21319642
33	0,54879	0,249590533

Результаты расчётов относительной величины  $IR(1)/IR(1,33)$ , т.е. отношения индикатрисы рассеяния для покрытия, не содержащего воду, когда  $m_1 = 1$ , к индикатрисе рассеяния для покрытия, содержащего воду, когда  $m_0 = 1,33$ , для разных величин  $\rho$  при заданном отношении  $g = (\rho_1 - \rho_0)/\rho_0$  представлены на рис. 3.5 и в табл. 3.5.

Таблица 3.5

**Зависимость относительной индикатрисы рассеяния  
от приведенного размера частицы**

$\rho$	$g = 0.02$	$g = 0.04$	$g = 0.06$	$g = 0.08$	$g = 0.1$
0,5	0,978348	0,957826	0,938388	0,919994	0,90261
1	0,983224	0,96726	0,952074	0,937629	0,923889
1,5	0,995099	0,990481	0,986135	0,982041	0,978175
2	1,01794	1,03787	1,06009	1,08494	1,11278
2,5	1,01666	1,03756	1,06238	1,0907	1,12194
3	0,996671	0,996203	0,998101	1,00169	1,00607
3,5	1,01841	1,04442	1,07906	1,12338	1,17819
4	1,04709	1,11303	1,20519	1,33543	1,52386
4,5	1,04718	1,11673	1,21633	1,35714	1,55336
5	1,0368	1,09371	1,17276	1,27188	1,37598
5,5	1,04854	1,12584	1,24107	1,40326	1,60951
6	1,07446	1,19904	1,41025	1,78954	2,5478
6,5	1,08292	1,22539	1,47058	1,90285	2,63074
7	1,07444	1,20486	1,41296	1,69305	1,86625
7,5	1,0825	1,23559	1,50221	1,91708	2,27499
8	1,1081	1,323	1,7744	2,86845	5,61111
8,5	1,12088	1,36657	1,89063	3,03511	3,64867
9	1,116	1,35348	1,80023	2,3012	1,66419
9,5	1,1229	1,39057	1,93819	2,60761	1,74903
10	1,14812	1,49926	2,43554	4,86353	2,43299
10,5	1,16458	1,56575	2,65544	4,14572	1,0947
11	1,16351	1,56061	2,41187	2,22296	0,626076
11,5	1,17028	1,60879	2,59061	2,16379	0,568817
12	1,19564	1,75408	3,5695	2,95573	0,395097
12,5	1,21567	1,85593	3,90205	1,83146	0,194849
13	1,21851	1,8568	3,0712	1,02904	0,174876
13,5	1,22601	1,92001	3,07895	0,881657	0,181756
14	1,25209	2,12779	4,32946	0,758665	0,097926
14,5	1,27584	2,28885	4,21447	0,465778	0,039087
15	1,28283	2,28691	2,71196	0,334887	0,069022
15,5	1,2918	2,36144	2,3511	0,298319	0,106303
16	1,31923	2,67093	2,63781	0,212201	0,070791
16,5	1,34712	2,93228	2,14389	0,12084	0,041051

17	1,35866	2,89363	1,39903	0,106154	0,080338
17,5	1,3698	2,94323	1,138	0,116854	0,129168
18	1,39931	3,38589	1,03086	0,083905	0,113525
18,5	1,43201	3,78513	0,780249	0,043515	0,097034
19	1,44872	3,60431	0,566411	0,050039	0,143712
19,5	1,46275	3,50335	0,473006	0,077731	0,20009
20	1,49518	3,98465	0,391786	0,070245	0,196603
20,5	1,53367	4,41011	0,284571	0,047942	0,192214
21	1,55644	3,92113	0,21991	0,06076	0,251901
21,5	1,57413	3,50875	0,196144	0,095366	0,322635
22	1,61046	3,71316	0,160987	0,100342	0,334901
22,5	1,65609	3,83069	0,111651	0,087629	0,349737
23	1,68616	3,1812	0,088294	0,104846	0,438974
23,5	1,70841	2,64567	0,089432	0,144034	0,547765
24	1,74973	2,52934	0,080389	0,157105	0,599843
24,5	1,80426	2,38028	0,056336	0,151812	0,662809
25	1,8434	1,93745	0,046677	0,17477	0,832036
25,5	1,87124	1,58399	0,057216	0,220439	1,05887
26	1,91871	1,41885	0,061656	0,242024	1,25303
26,5	1,98441	1,25833	0,050365	0,245328	1,48922
27	2,03501	1,03347	0,046763	0,278132	1,92211
27,5	2,06961	0,858839	0,061319	0,336407	2,54073
28	2,12431	0,751218	0,073012	0,372369	3,24625
28,5	2,20386	0,646827	0,069296	0,390394	3,98648
29	2,26911	0,536076	0,069461	0,442628	4,54204
29,5	2,31174	0,454829	0,086313	0,528358	4,58434
30	2,37432	0,397317	0,102547	0,596427	4,13413
30,5	2,47056	0,337434	0,104169	0,647907	3,39765
31	2,55434	0,279839	0,107517	0,744911	2,61153
31,5	2,60609	0,241124	0,126566	0,897662	1,95213
32	2,67592	0,2132	0,146576	1,05092	1,4537
32,5	2,79093	0,18076	0,152804	1,19748	1,10621
33	2,89731	0,149059	0,15961	1,41833	0,880525

$\rho$	$g = 0.12$	$g = 0.14$	$g = 0.16$	$g = 0.18$	$g = 0.2$
0,5	0,886202	0,870742	0,856198	0,842539	0,829733
1	0,910818	0,898377	0,88653	0,875239	0,864466
1,5	0,974512	0,97103	0,967706	0,964525	0,961474

2	1,14403	1,17915	1,21865	1,26309	1,31312
2,5	1,15521	1,18924	1,22221	1,25171	1,27474
3	1,01002	1,01204	1,01037	1,00319	0,988958
3,5	1,24376	1,31906	1,40094	1,48301	1,55527
4	1,80682	2,25547	3,02247	4,46503	7,36734
4,5	1,81536	2,11857	2,32345	2,15994	1,59745
5	1,4429	1,40495	1,22772	0,974198	0,744774
5,5	1,81119	1,87572	1,67952	1,31576	0,983004
6	4,32038	8,27826	6,27107	1,73077	0,516464
6,5	3,25771	2,2383	0,896086	0,332628	0,139657
7	1,5439	0,928333	0,521728	0,346541	0,302365
7,5	1,88941	1,06526	0,577472	0,384015	0,327844
8	4,22279	0,912009	0,213796	0,065021	0,04004
8,5	1,25638	0,290605	0,071644	0,036271	0,06533
9	0,654092	0,274004	0,188876	0,22065	0,313922
9,5	0,641452	0,287932	0,222212	0,248693	0,311054
10	0,404341	0,0892466	0,053359	0,080725	0,141081
10,5	0,165697	0,028847	0,04235	0,117053	0,253583
11	0,179743	0,127155	0,197262	0,33522	0,554596
11,5	0,19686	0,17246	0,24021	0,360262	0,580969
12	0,078307	0,0714879	0,131739	0,249191	0,512013
12,5	0,026068	0,0566212	0,163222	0,374354	0,88254
13	0,091117	0,1735	0,346697	0,681455	1,55157
13,5	0,138534	0,228904	0,403673	0,802421	2,09249
14	0,078449	0,160631	0,334888	0,831361	2,91577
14,5	0,055599	0,175625	0,445541	1,30408	3,75337
15	0,132395	0,316962	0,736369	2,15164	2,71855
15,5	0,190532	0,390882	0,919716	2,93671	1,56641
16	0,152848	0,351546	1,00726	3,73533	0,982309
16,5	0,148757	0,420593	1,4479	3,60426	0,728241
17	0,240937	0,643099	2,274	2,31707	0,508979
17,5	0,312349	0,813232	3,11393	1,34861	0,329952
18	0,293131	0,880708	3,88548	0,848247	0,204228
18,5	0,316213	1,14565	3,86575	0,636015	0,168336
19	0,447606	1,71874	2,72843	0,479097	0,180249
19,5	0,56391	2,39327	1,7118	0,334271	0,173999
20	0,590501	3,13497	1,10933	0,217832	0,125897
20,5	0,684769	3,94944	0,814442	0,171639	0,111702

21	0,943808	3,97313	0,6131	0,17645	0,166217
21,5	1,24094	3,17889	0,435046	0,171177	0,245559
22	1,48642	2,31127	0,296249	0,12929	0,268536
22,5	1,88593	1,67038	0,227057	0,10843	0,267758
23	2,60581	1,19449	0,210875	0,142291	0,409654
23,5	3,46773	0,826777	0,191726	0,195823	0,803449
24	4,23973	0,571373	0,145188	0,212066	1,24479
24,5	4,48887	0,431931	0,11355	0,208523	1,50567
25	3,8132	0,362274	0,127541	0,27452	2,29721
25,5	2,83634	0,299144	0,154008	0,467132	3,5553
26	2,03624	0,226071	0,151999	0,687976	3,03424
26,5	1,49486	0,171884	0,140183	0,80851	1,62532
27	1,13027	0,16096	0,165898	1,13136	1,14475
27,5	0,844532	0,161979	0,238872	2,21685	0,954329
28	0,620508	0,140732	0,31269	3,61672	0,651625
28,5	0,473593	0,114093	0,345881	3,34485	0,428462
29	0,393975	0,117916	0,412146	2,38707	0,372912
29,5	0,334767	0,142812	0,65993	1,97199	0,346568
30	0,269203	0,15543	1,08279	1,40988	0,285282
30,5	0,209958	0,151903	1,44577	0,854049	0,226318
31	0,183163	0,164596	1,84791	0,634609	0,203737
31,5	0,176113	0,215641	2,90902	0,575129	0,216976
32	0,158066	0,285617	3,97438	0,460624	0,228047
32,5	0,129236	0,333008	3,25321	0,338474	0,20961
33	0,118912	0,37622	2,06943	0,287393	0,219177

Имеет место существенная изменчивость величины IR. Исключение составляют частицы минимальных размеров, для которых наблюдается отсутствие существенной зависимости от структуры частицы направленного рассеяния излучения частицей.

Для наглядности на рис. 3.5л представлена зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведенного размера частицы  $r$  для  $g$  равной 0,02; 0,04; ... 0,2. На этом рисунке отчетливо видно отсутствие зависимости индикатрисы рассеяния излучения от структуры частиц малого размера. С другой стороны, вопрос, касающийся зависимости индикатрисы рассеяния от толщины покрытия в виде колебаний, он не снимает. В этой связи следует обратить внимание на рис. 3.5д - 3.5к, на которых хорошо видно существование минимальных индикатрис рассеяния.

Значения индикатрис рассеяния в минимумах достаточно малы, причём в сравнительно широком диапазоне размеров частиц, и соответ-

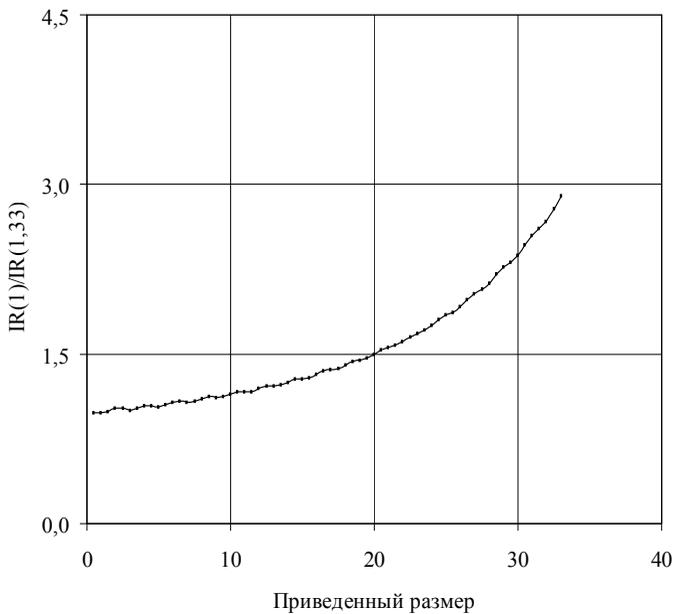


Рис.3.5а. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведенного размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,02$

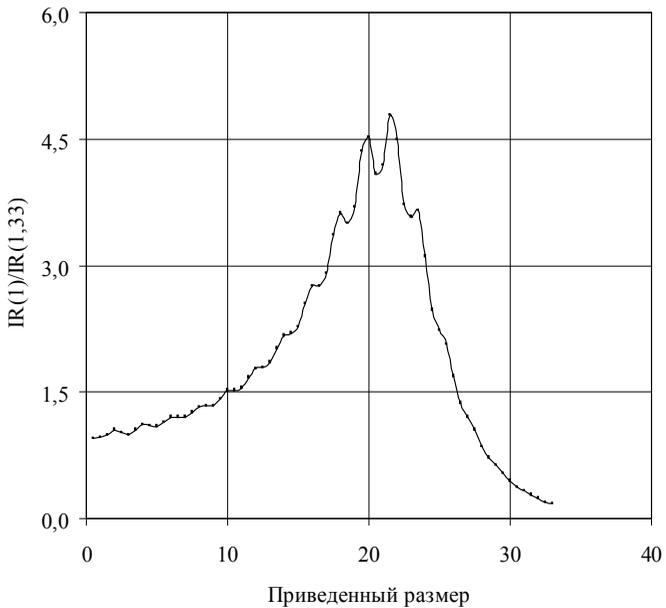


Рисунок 3.5б - Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведённого размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,04$

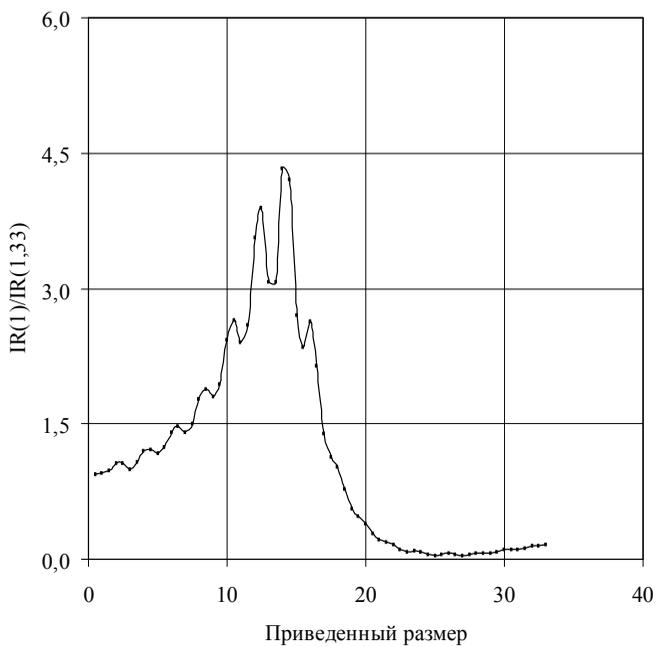


Рисунок 3.5в. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведенного размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,06$

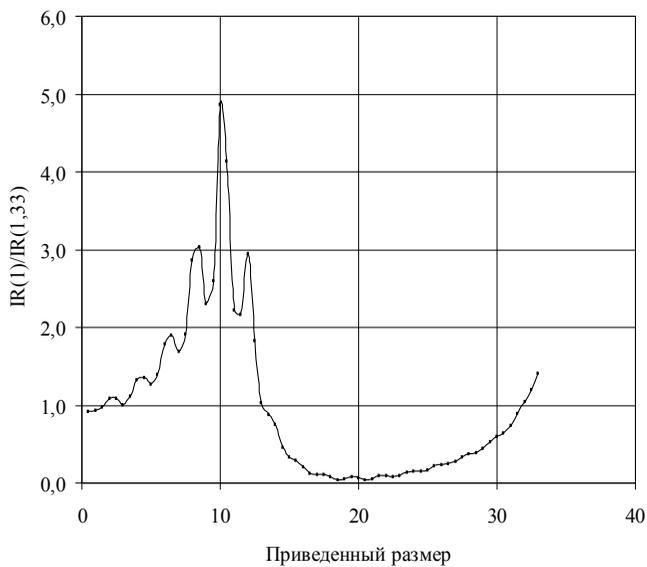


Рисунок 3.5г. - Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведенного размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,08$

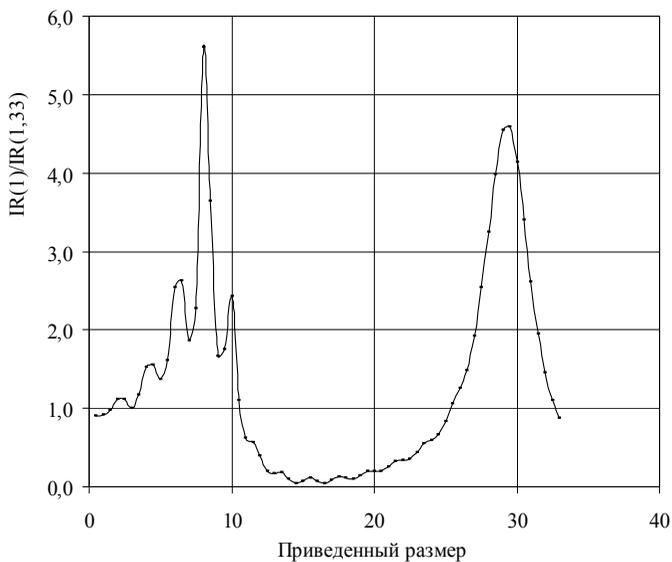


Рисунок 3.5д. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведенного размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,1$

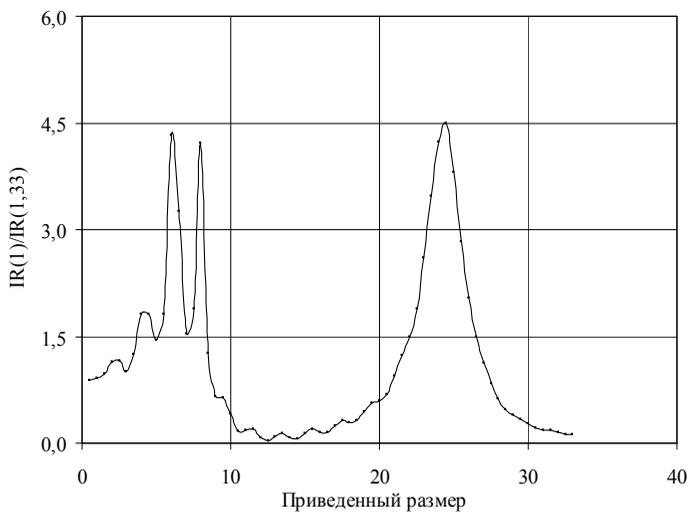


Рисунок 3.5е. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведённого размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,12$

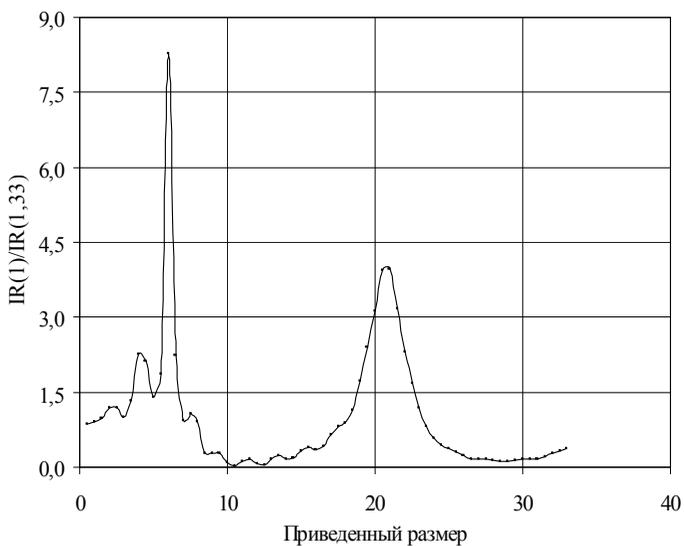


Рисунок 3.5ж. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведённого размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,14$

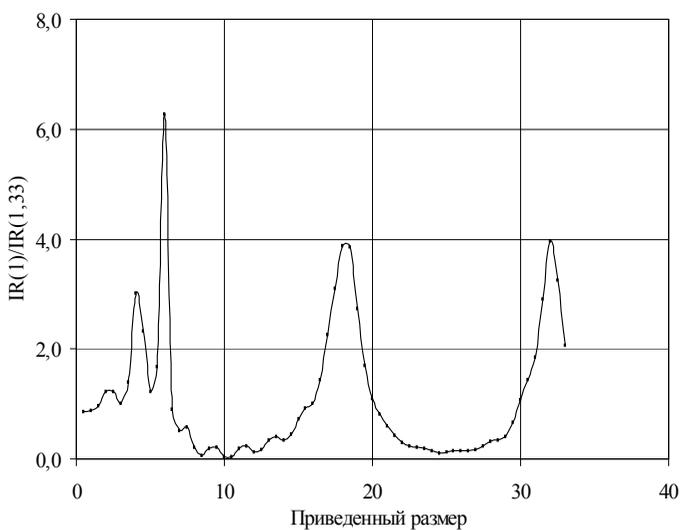


Рисунок 3.5з. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведённого размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,16$

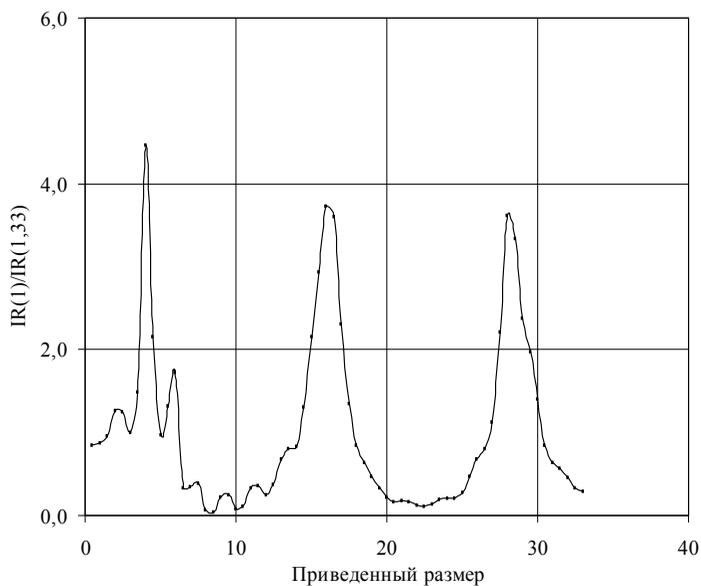


Рисунок 3.5и. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведённого размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,2$

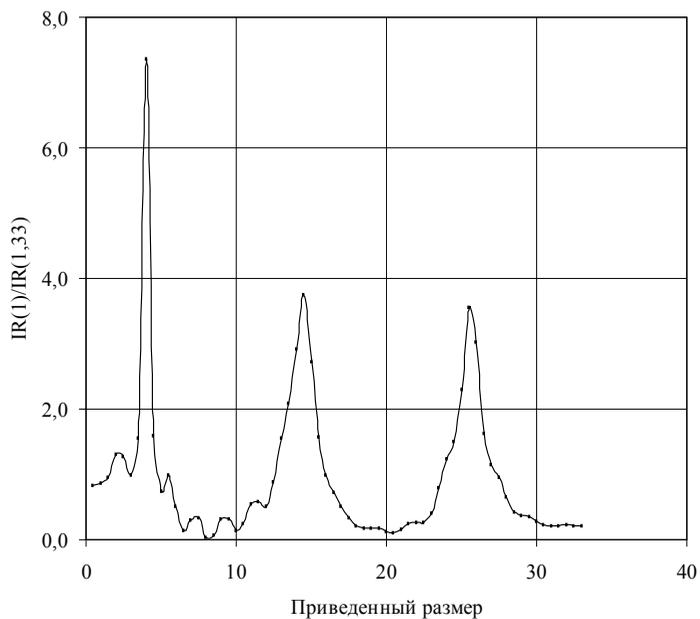


Рисунок 3.5к. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведённого размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,2$

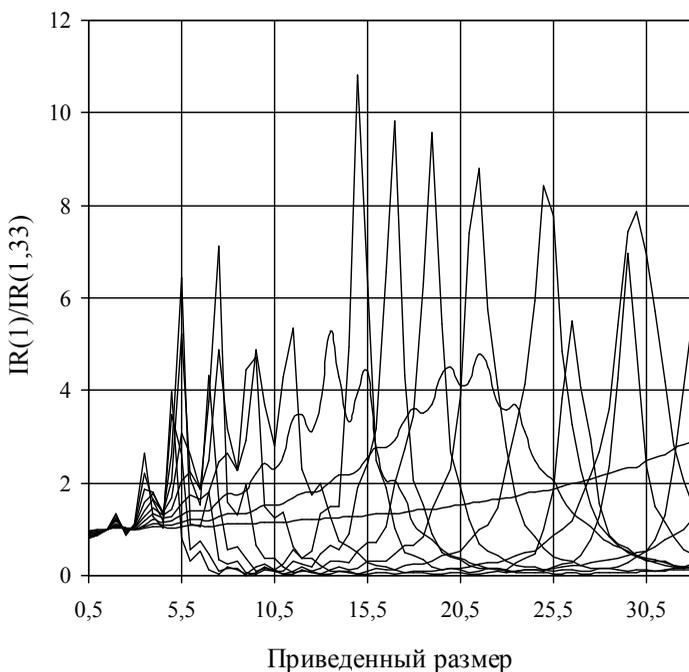


Рисунок 3.5л. Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от приведённого размера частицы  $\rho$  для  $g = 0.02, 0.04, \dots, 0.2$

ствуют данным эксперимента. Более того, удается установить зависимость толщины оболочки от размера частицы, при которой имеют место минимумы индикатрис рассеяния (Ржонсницкая, 2011). На рис. 3.6 представлено значение  $G$  величины  $g$ , соответствующее минимуму относительной индикатрисы рассеяния при наличии увлажненного покрытия. На рис. 3.7 представлен минимум относительной индикатрисы рассеяния для разных размеров частиц, факт существования которого негативно сказывается на достоверности результатов оптических измерений аэрозольных характеристик. Дополнительную ясность вносит рис. 3.8, на котором зависимость относительной индикатрисы рассеяния от структуры и размера частицы представлена в трехмерной системе координат. На рис. 3.8а представлена кривая минимумов индикатрисы рассеяния, проекции которой на плоскости  $O\rho g$  и  $O\rho l$  где  $l = IR(1)/IR(1,33)$  приведены, соответственно, на рис. 3.6, 3.7. Рис. 3.8б поясняет рис. 3.5л.

Таким образом, предложенная модель адекватно описывает найденные экспериментальные результаты, связанные с существенно меньшими индикатрисами рассеяния частиц натурального аэрозоля по сравнению с индикатрисами рассеяния градуировочных частиц и с существенным

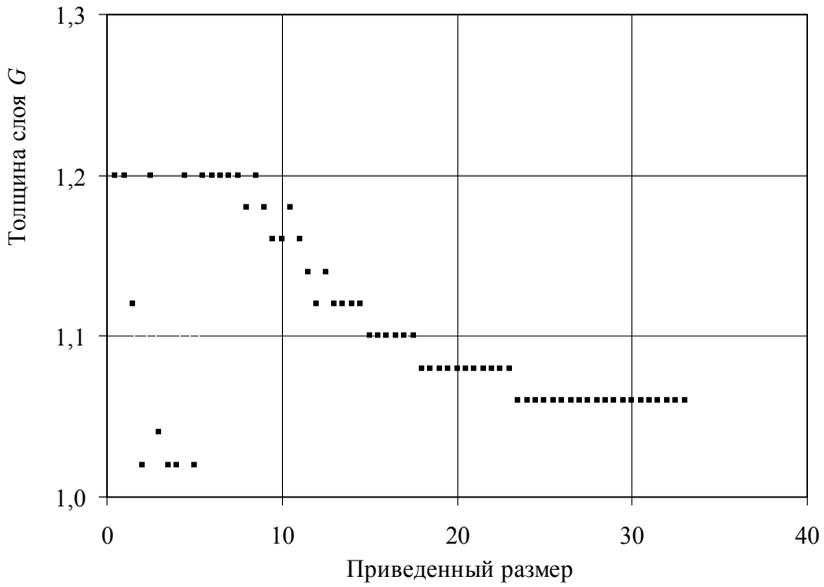


Рисунок 3.6 Значение  $G$  величины  $g$ , соответствующее минимуму относительной индикатрисы рассеяния при наличии увлажненного покрытия

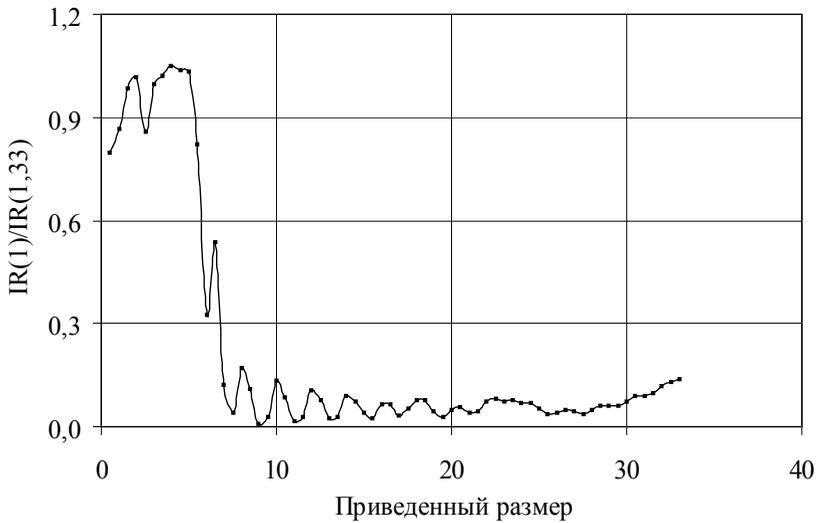


Рисунок 3.7. Минимум относительной индикатрисы рассеяния при наличии увлажненного покрытия

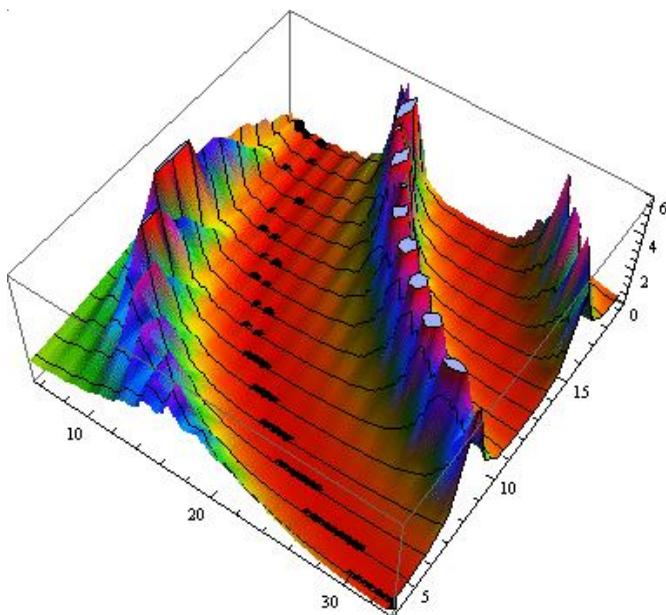


Рисунок 3.8а Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от структуры и размера частицы

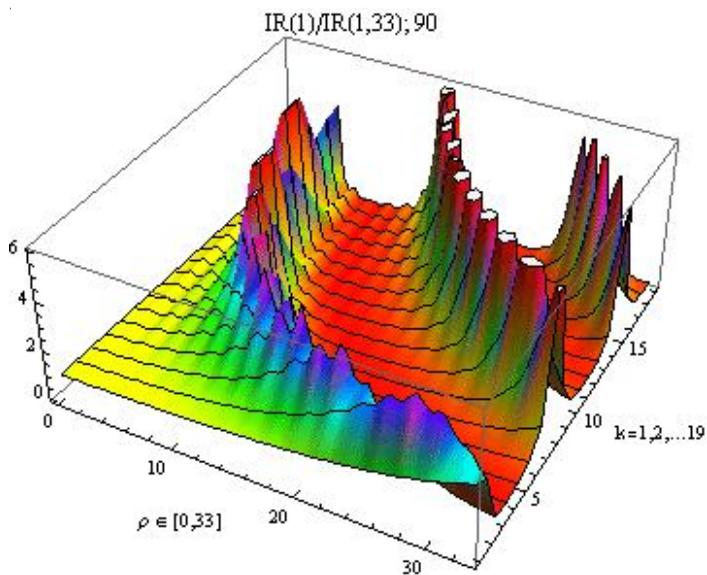


Рисунок 3.8б Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от структуры и размера частицы

увеличением направленного рассеяния света структурированной частицей при уменьшении прозрачности атмосферы.

### 3.3 Результаты моделирования рассеяния и ослабления

На рисунке 3.9 и во 2-м столбце табл. 3.6 представлена зависимость фактора эффективности рассеяния от приведенного размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,1$  при отсутствии воды. В 3-ем столбце представлена зависимость фактора эффективности при наличии воды в покрытии с линейным распределением показателя преломления. Различие невелико. Это хорошо видно на рис. 3.10, где представлено отношение этих факторов. Это отношение приведено также в 4-м столбце табл. 3.6.

Таблица 3.6а

#### Результаты моделирования характеристик рассеяния: $0,5 \leq \rho \leq 12$

$\rho$	$k_s(1,0)$	$k_s(1,33)$	$k_s(1,0)/k_s(1,33)$
0,5	0,011742	0,011714	1,00239
1	0,394783	0,416741	0,94731
1,5	1,07335	1,111	0,966111
2	1,15583	1,19419	0,967877
2,5	1,13926	1,1613	0,981021
3	1,12949	1,14651	0,985154
3,5	1,09646	1,11155	0,986424
4	1,09559	1,11144	0,985739
4,5	1,10977	1,12267	0,988509
5	1,111	1,12031	0,991689
5,5	1,10401	1,11447	0,990614
6	1,1075	1,1158	0,992561
6,5	1,10854	1,11313	0,995876
7	1,10087	1,1062	0,995181
7,5	1,09928	1,10462	0,995165
8	1,10055	1,10268	0,998068
8,5	1,09506	1,09733	0,997931
9	1,09087	1,09454	0,996646
9,5	1,09118	1,09287	0,998453
10	1,08764	1,08897	0,998778
10,5	1,08279	1,08624	0,996823
11	1,08187	1,0848	0,997299
11,5	1,07969	1,0821	0,997772
12	1,07526	1,07994	0,993678

Таблица 3.66

Результаты моделирования характеристик рассеяния:  $12,5 \leq \rho \leq 24$ 

$\rho$	$k_s(1,0)$	$k_s(1,33)$	$k_s(1,0)/k_s(1,33)$
12,5	1,07343	1,07885	0,994976
13	1,07196	1,07708	0,995246
13,5	1,06839	1,07559	0,993305
14	1,06613	1,07492	0,991822
14,5	1,06496	1,07383	0,991739
15	1,06227	1,07293	0,990064
15,5	1,05999	1,07266	0,988188
16	1,05894	1,07207	0,987752
16,5	1,057	1,07159	0,986384
17	1,05494	1,07164	0,984416
17,5	1,05396	1,07138	0,983740
18	1,05258	1,07117	0,981039
18,5	1,05086	1,07143	0,980801
19	1,04997	1,07138	0,980016
19,5	1,04899	1,07129	0,979183
20	1,04761	1,07165	0,977567
20,5	1,04683	1,07174	0,976757
21	1,04614	1,07168	0,976168
21,5	1,04507	1,07205	0,974833
22	1,04439	1,07221	0,974053
22,5	1,04392	1,07211	0,973706
23	1,0431	1,07243	0,972650
23,5	1,04252	1,07262	0,971937
24	1,04219	1,07248	0,971757

Для сравнения на рис. 3.11 представлена зависимость отношения индикатрис рассеяния от приведенного размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,1$  с линейным распределением показателя преломления в покрытии. На эту характеристику неоднородность частицы влияет значительно сильнее, чем на фактор эффективности.

На рис. 3.12 представлен минимум фактора эффективности при наличии увлажненного покрытия, соответствующий минимуму относительной индикатрисы рассеяния при наличии увлажненного покрытия, который приведен на рис. 3.7. Хорошо видно отсутствие заметного влияния неоднородности частицы на фактор эффективности рассеяния.

Как отмечено выше, между коэффициентом ослабления и интегральной концентрацией частиц  $M(OC)$  существует корреляция. Представляется целесообразным обратить внимание на полученные в КЛЭ результаты определения связи коэффициента ослабления с интегральной концентрацией частиц, включающей субмикронную фракцию. Для нахождения этой связи в КЛЭ одновременно с лидарным зондированием аэрозоля выполнялись фотоэлектрические измерения спектра размеров частиц с помощью счетчика АЗ-5.

Таблица 3.6в

**Результаты моделирования характеристик рассеяния:  $24,5 \leq \rho \leq 33$**

$\rho$	$k_s(1,0)$	$k_s(1,33)$	$k_s(1,0)/k_s(1,33)$
24,5	1,04157	1,07269	0,970988
25	1,04106	1,07288	0,970341
25,5	1,04083	1,0727	0,970289
26	1,04037	1,0728	0,96977
26,5	1,03991	1,07298	0,969179
27	1,03973	1,07278	0,968884
27,5	1,0394	1,07277	0,968893
28	1,03898	1,07292	0,968366
28,5	1,03882	1,07271	0,968407
29	1,03857	1,07262	0,968255
29,5	1,03819	1,07274	0,967792
30	1,03802	1,07255	0,967805
30,5	1,03784	1,07238	0,967791
31	1,03749	1,07248	0,967374
31,5	1,0373	1,07231	0,96735
32	1,03715	1,0721	0,9674
32,5	1,03684	1,07217	0,967048
33	1,03662	1,07204	0,96696

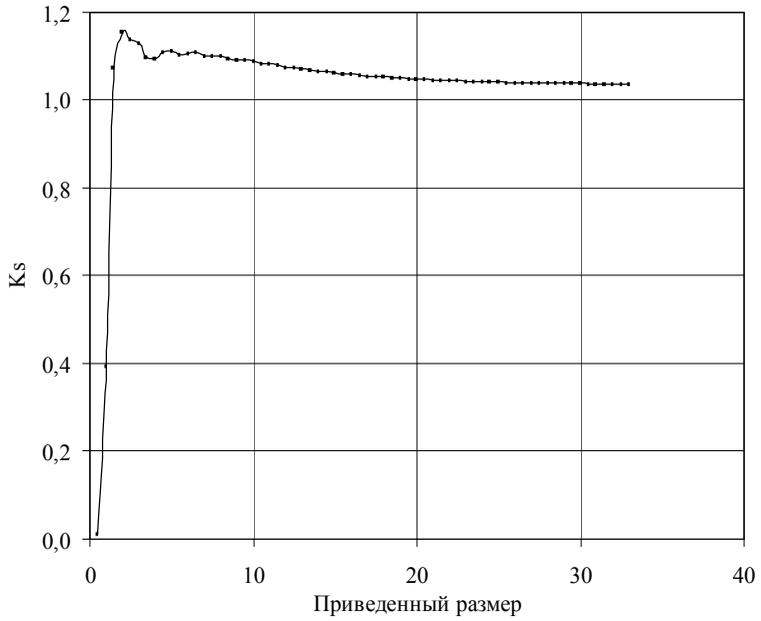


Рисунок 3.9. Зависимость фактора эффективности рассеяния от приведённого размера частицы  $\rho$  для  $g = 0.1$

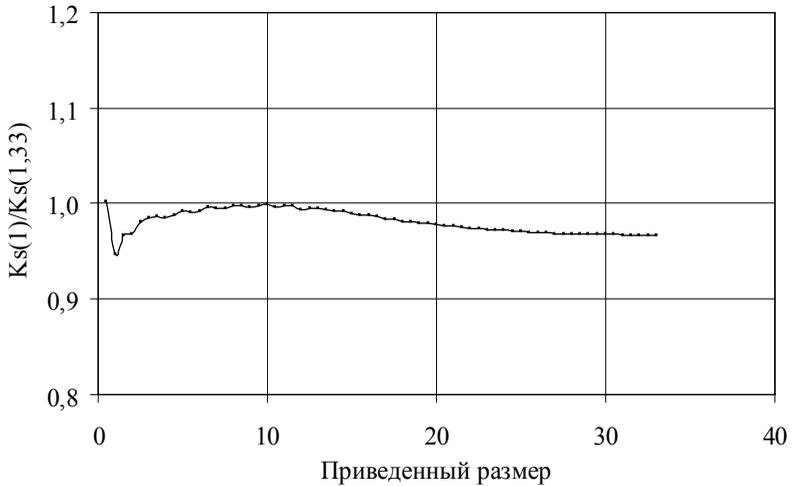


Рисунок 3.10 Зависимость отношение факторов эффективности рассеяния от приведенного размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,1$

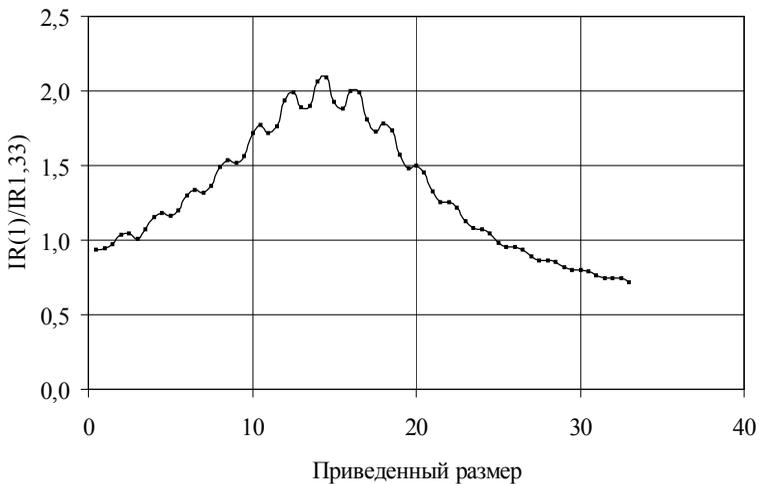


Рисунок 3.11. Зависимость отношения индикатрис рассеяния от приведенного размера частицы  $\rho$  для  $g = 0,1$  с линейным распределением показателя преломления в покрытии

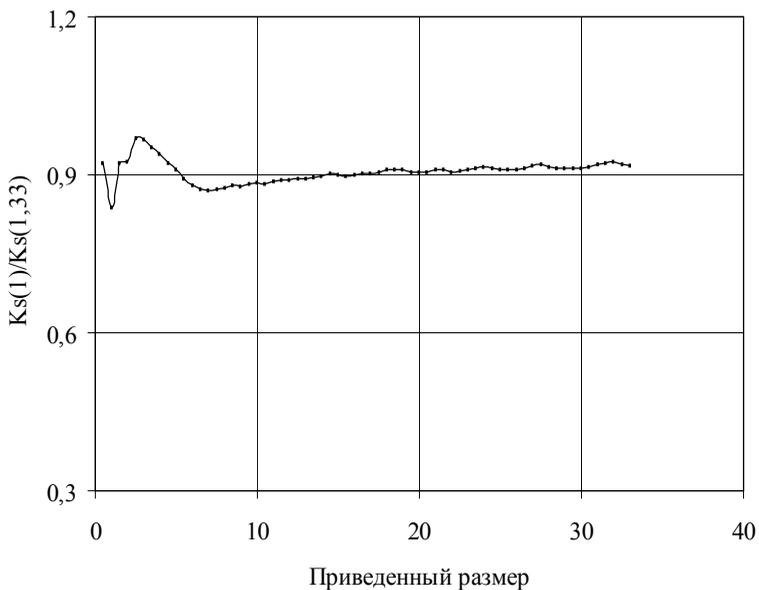


Рисунок 3.12 Минимум фактора эффективности при наличии увлажненного покрытия

Типичные результаты определения коэффициента ослабления с контролем однородности атмосферы и интегральной счетной концентрации частиц представлены в табл. 3.7.

Таблица 3.7

**Результаты определения в КЛЭ параметров аэрозольных частиц**

Дата	Время	$\sigma_{\text{км}^{-1}}$	$N_{* \text{см}^{-3}}$
12.04.84	11.00	$1,3 \pm 0,3$	$140 \pm 20$
	14.00	$1,1 \pm 0,1$	$120 \pm 50$
	16.00	$0,8 \pm 0,3$	$90 \pm 5$
16.04.84	10.00	$1,0 \pm 0,1$	$80 \pm 10$
	15.00	$0,9 \pm 0,1$	$100 \pm 10$
	16.00	$0,8 \pm 0,2$	$80 \pm 5$
17.04.84	10.00	$0,9 \pm 0,2$	$140 \pm 20$
	15.00	$0,9 \pm 0,2$	$100 \pm 10$
	16.00	$0,9 \pm 0,2$	$100 \pm 10$

Анализ результатов показывает, что КЛЭ, также как и в других экспериментах, существовала линейная корреляция между коэффициентом ослабления и интегральной концентрацией частиц атмосферного аэрозоля. Приблизённо, концентрацию частиц в  $\text{см}^{-3}$  можно определить по результатам измерения коэффициента ослабления  $\sigma$ , умножив его значение на фактор, равный 100, причём коэффициент  $\sigma$  берётся в  $\text{км}^{-1}$ . Значение сечения ослабления  $\sigma_*$ , найденное в КЛЭ, составило  $(11 \pm 4) \text{ мкм}^2$ .

Для сравнения в табл. 3.8 представлены значения  $\sigma_*$ , найденные во время рассмотренных экспериментов. Следует отметить отсутствие значительных различий представленных величин  $\sigma_*$ . В этой же таблице приведены результаты нефелометрического и лидарного определения интегральной счётной концентрации частиц  $\overline{N_*}$ , где  $\overline{N_*}$  - концентрация, средняя за десятидневный период наблюдений.

## Характеристики атмосферного аэрозоля

Пункт наблюдения	Период	$N_{*} \text{ см}^{-3}$	$\overline{M} \text{ мг/ м}^3$	$\sigma_{*} \text{ км}^{-1}$
Репетек	09-10.77	5	0,1	$11 \pm 2$
Воейково	08.78	40	-	$8 \pm 1$
Абастумани	07.79	10	-	-
Ленинград	06.83	40	-	-
	11.83	50	0,06	-
	02.84	100	0,04	-
	04.84	80	0,2	$11 \pm 4$
	06.84	40	0,1	-

Таким образом, значения сечения ослабления составили  $11 \pm 4 \text{ мкм}^2$  в Санкт-Петербурге,  $8 \pm 1 \text{ мкм}^2$  в пос.Воейково,  $11 \pm 2 \text{ мкм}^2$  в Репетеке и  $8 \pm 2 \text{ мкм}^2$  в Абастумани.

Для объяснения результата существования корреляции в разделе 2 выполнен анализ изменчивости аэрозольных спектров и оптических характеристик аккумулятивной фракции частиц.

Найденная стабильность распределения числа частиц по размерам должна сопровождаться стабильностью фактора ослабления для возникновения связи между коэффициентом ослабления и интегральной концентрацией частиц. В частности, на рис. 3.13 представлены результаты расчётов вариаций фактора ослабления для моделей 0-2 табл. 3.2 и приведённого размера ядра частицы, равного 3, которое оказалось незначительными.

На рисунке 3.13  $E$  - отношение фактора ослабления к его значению при  $L=0$ , где  $L$  - безразмерная толщина покрытия, т.е. отношение толщины к радиусу ядра частицы.

Обнаруженная стабильность распределения числа частиц по размерам и фактора ослабления соответствует имеющей место корреляции между коэффициентом ослабления и интегральной концентрацией частиц.

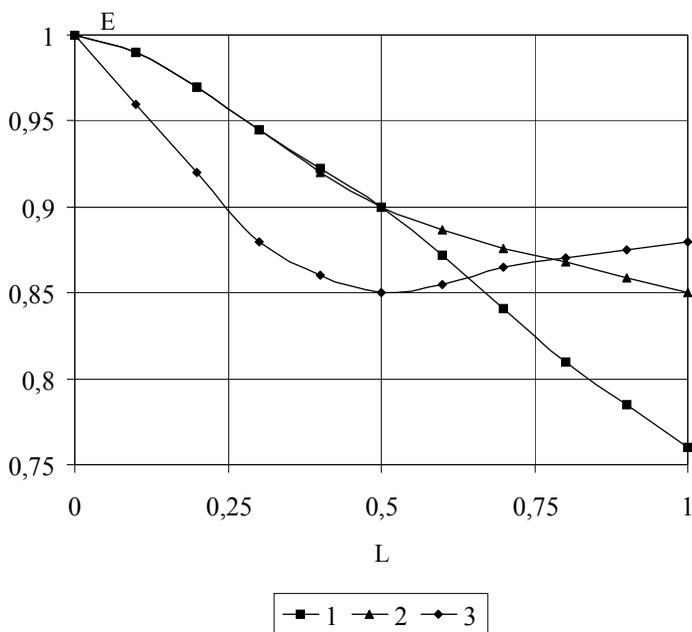


Рисунок 3.13. Изменчивость фактора ослабления  
 1 -  $E_0$ , 2 -  $E_1$ , 3 -  $E_2$

Предложенная оптическая модель неоднородной аэрозольной частицы использована в настоящей работе для объяснения экспериментальных результатов. Решение дифференциальных уравнений электромагнитного поля было проанализировано для сферической частицы с радиально переменным показателем преломления с целью объяснения результатов сравнения фотоэлектрических и фильтровых измерений. Эта же модель может быть полезна для анализа точностных характеристик фотоэлектрической аппаратуры, разрабатываемой для аэрозольных измерений. В частности, известно, что зависимость результатов фотоэлектрических измерений от оптических свойств неоднородной частицы может быть уменьшена. С этой целью используется аппаратура, измеряющая рассеяние света под сравнительно малыми углами.

В разделе 3.2 моделирование было выполнено при фиксированном угле рассеяния  $\pi/2$ . Оказалось, что результаты оптических измерений могут существенно зависеть от структуры частиц. При определении размеров частиц оптическими методами могут иметь место значительные погрешности. С другой стороны, при измерениях характеристик атмосферного аэрозоля в лабораторных условиях удалось достичь существенного уменьшения влияния структуры частиц на результаты измерений за счет выбора угла рассеяния излучения.

В лабораторных условиях удалось радикально уменьшить влияние неоднородности частицы на результаты измерений, уменьшая угол рассеяния до  $30^\circ$  (Massoli, Lazzaro, 1998).

Представляет интерес исследование направленного рассеяния излучения для разных углов применительно к условиям натуральных измерений в атмосфере (Ржонницкая, 2011), когда опические свойства частиц изменяются в существенно более широких пределах, чем в лабораторных условиях. Результаты расчётов для частиц с ядром из сажи, показатель преломления которой  $1.82 - 0.64i$ , представлены на рис. 3.14. Здесь, как и выше,  $IR(1)/I(1/33)$  - относительная индикатриса рассеяния. Угол рассеяния меняется от 0 градусов через 5 градусов,  $IR = I(L)/I(0)$ ,  $L = \rho_1 - \rho_0$  - безразмерная толщина покрытия,

$$IR(1.33): \quad m=(0.98-1.28i)/(1+d)+0.84+0.64i,$$

$$IR(1): \quad m=(1.64-1.28i)/(1+d)+0.18+0.64i,$$

$d = (\rho - \rho_0)/(\rho_1 - \rho_0)$ ,  $\rho = \rho_0(1+0,01k)$ . Величина  $(1+0,01k)$  представляет собой отношение размера частицы, включая покрытие, к размеру её ядра. Формула для  $IR(1,33)$  моделирует неоднородное покрытие из сажи с водой, Формула для  $IR(1)$  моделирует неоднородное покрытие из сажи без воды.

Рассматриваемое отношение  $IR(1)/I(1,33)$  может быть очень малой величиной и составлять проценты при рассеянии под углом  $q = 90^\circ$ . Оно существенно увеличивается при меньших углах рассеяния, особенно, при углах, меньших  $q = 30^\circ$ . Однако его вариации, в целом, существенно превышают вариации индикатриссы для различных неоднородных частиц, найденные в лабораторных условиях.

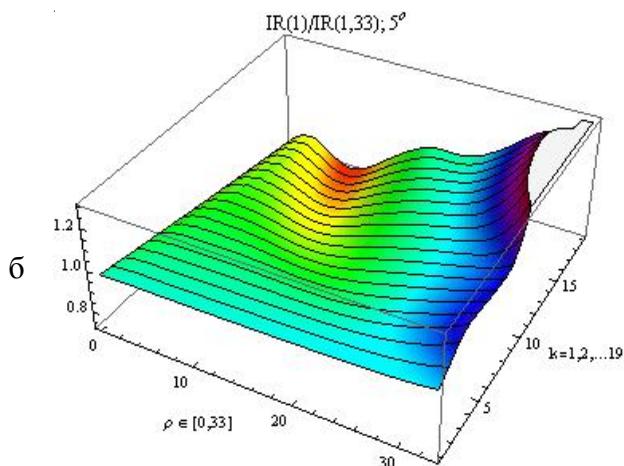
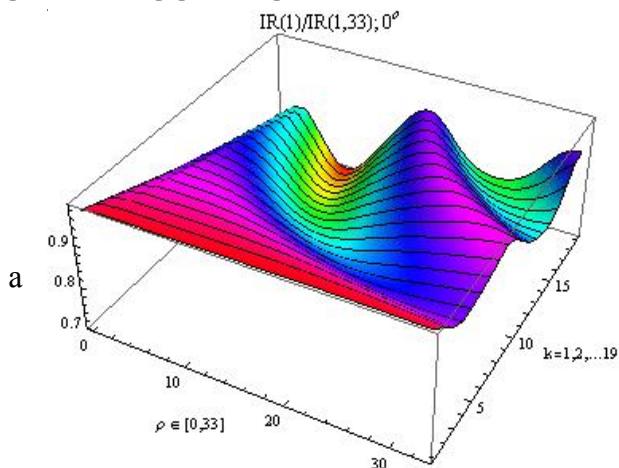
На пространственном рис. 3.14 приведены зависимости величины  $IR(1)/I(1,33)$  от величин  $\rho_0$ ,  $k$  для разных углов. В плоскости  $\rho_0 k$  на рис. 3.8а, построенном для угла рассеяния фотоэлектрических измерений  $90^\circ$  градусов, имеется кривая минимумов отношений  $IR(1)/I(1,33)$ . Величина  $IR(1)/I(1,33)$  на плоском рис. 3.7 соответствует минимуму относительной индикатрисы рассеяния.

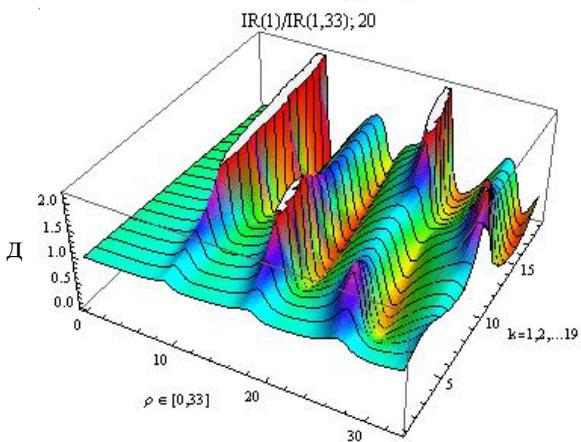
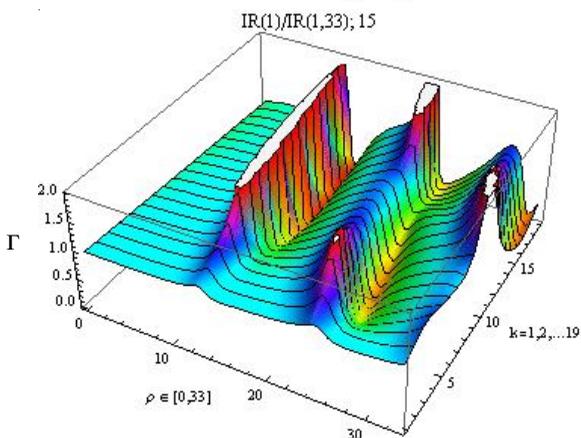
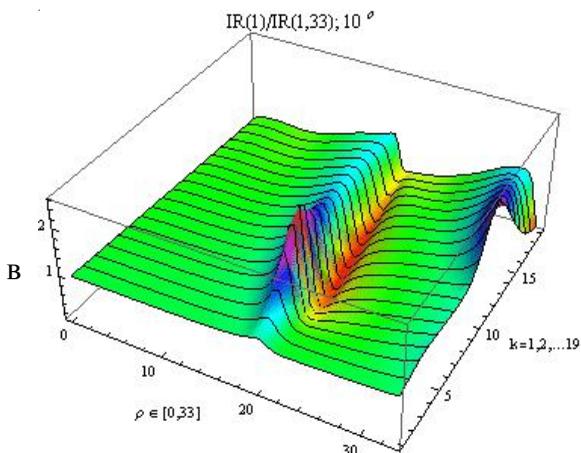
Приведенные данные соответствуют экспериментальным результатам, показывающим существенное уменьшение индикатрисы рассеяния, которое объясняется структурированностью частицы. На рис. 3.15 приведены отношения  $IR(1)/I(1,33)$  на кривой минимумов для других углов рассеяния. При углах рассеяния, меньших  $30^\circ$  градусов, эффект уменьшения индикатрисы рассеяния за счёт структурированности частицы выражен значительно слабее.

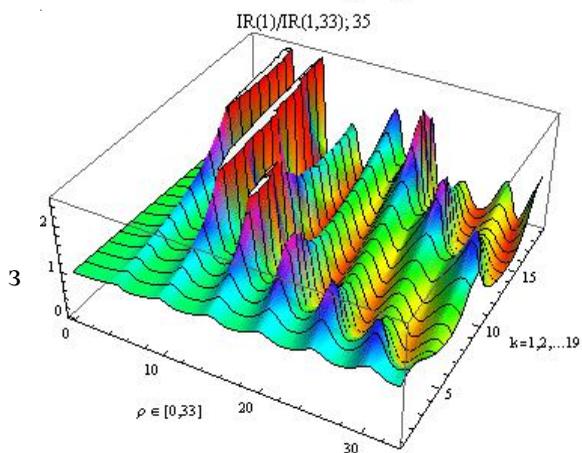
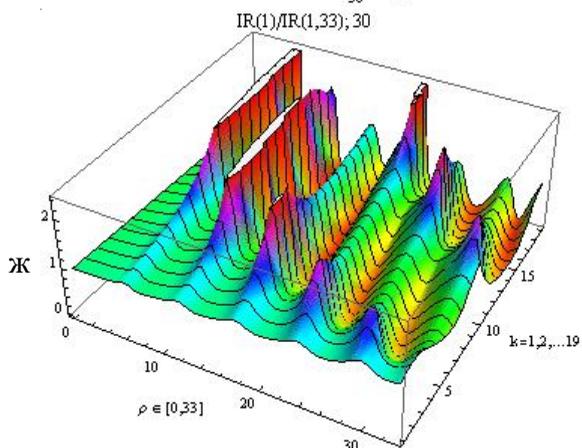
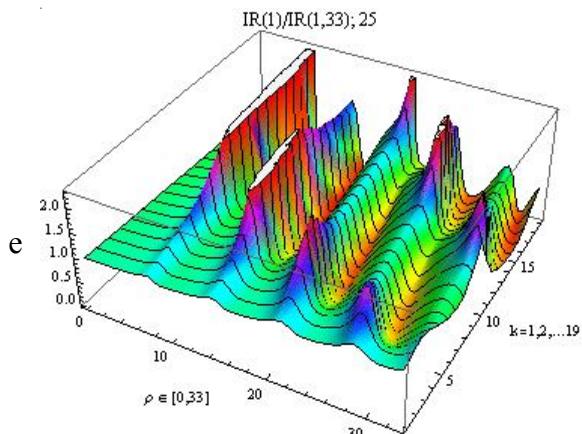
Настоящее исследование относится к условиям натуральных измерений в атмосфере, когда опические свойства частиц изменяются в существенно более широких пределах, чем в лабораторных условиях. Тем не менее, и при измерениях характеристик атмосферного аэрозоля мож-

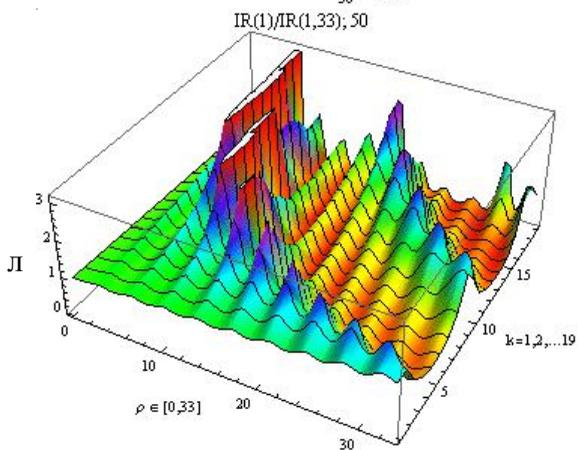
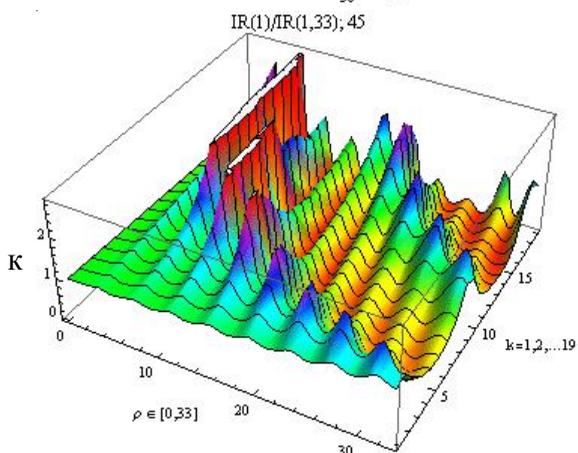
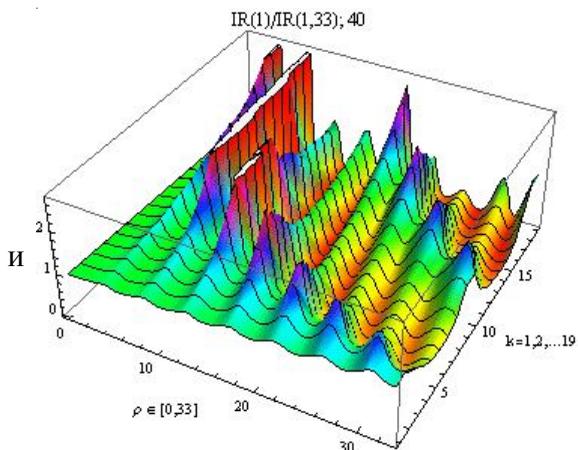
но достичь существенного уменьшения влияния оптических свойств частиц на результаты измерений за счёт выбора угла рассеяния излучения.

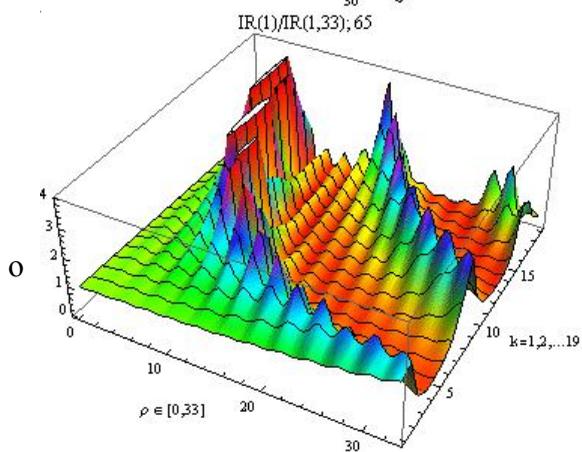
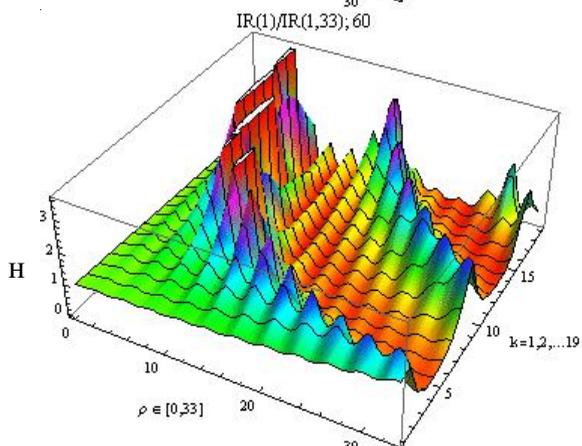
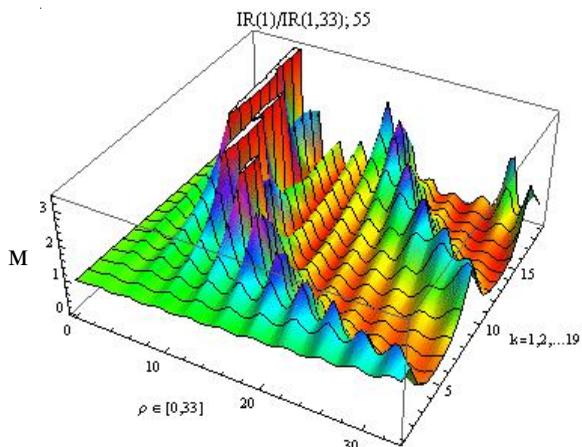
Важно подчеркнуть, что имеет место факт меньшего влияния оптических свойств частиц на направленное рассеяние для частиц меньших размеров. Особенно это касается частиц аккумулятивной фракции. Данное обстоятельство, а также относительная стабильность распределения числа частиц атмосферного аэрозоля по размерам объясняют существование корреляции между коэффициентом ослабления и концентрацией частиц. Это, в свою очередь, расширяет возможности методов оптических измерений атмосферного аэрозоля.

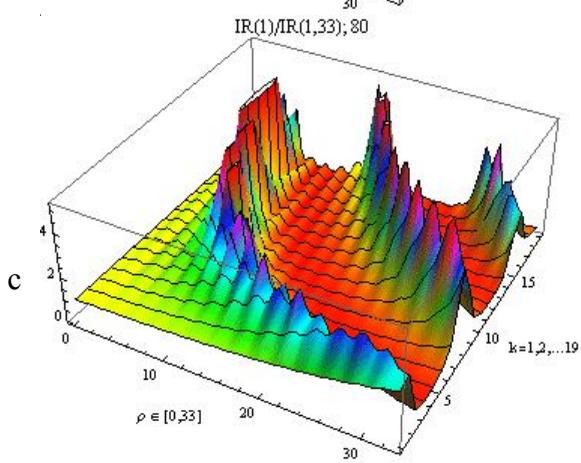
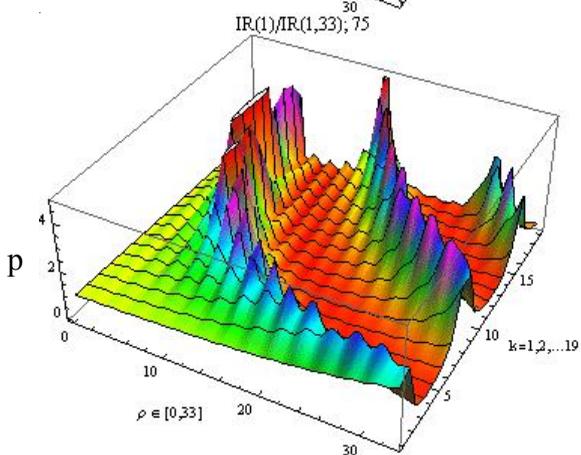
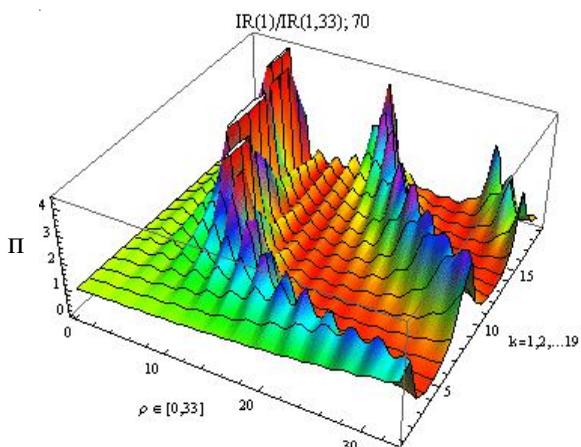












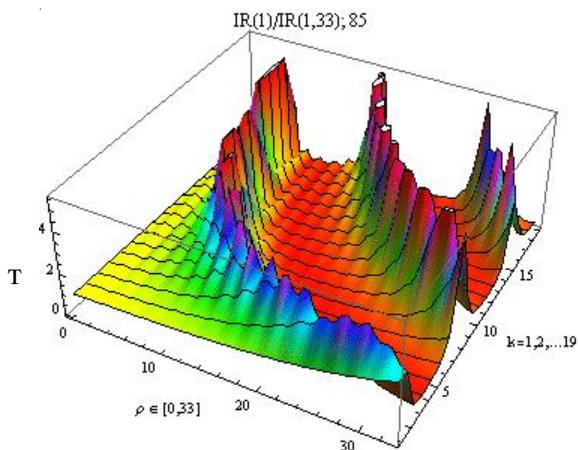
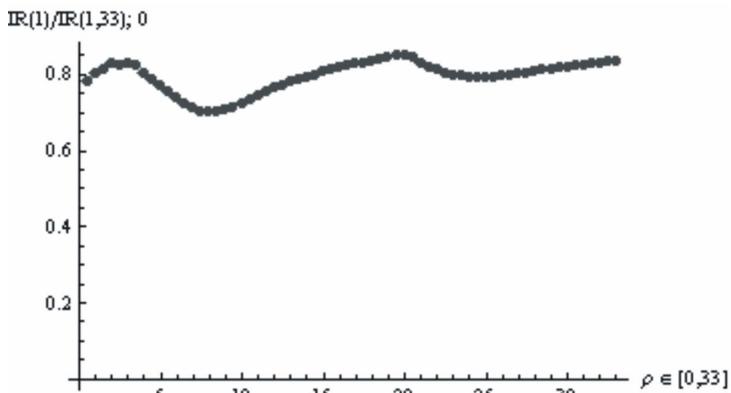
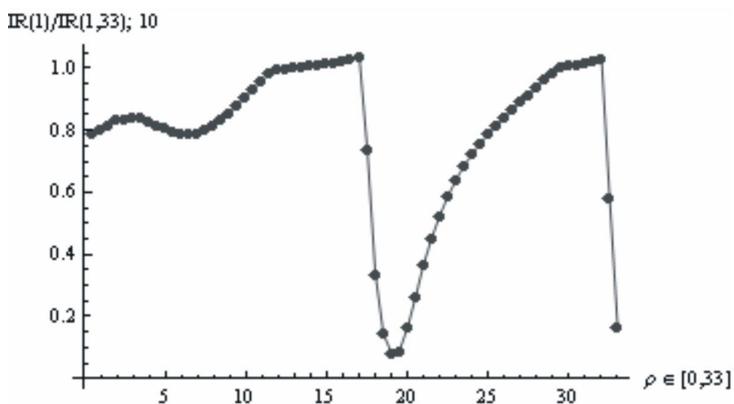


Рисунок 3.14 Зависимость относительной индикатрисы рассеяния от структуры и размера частицы для различных направлений

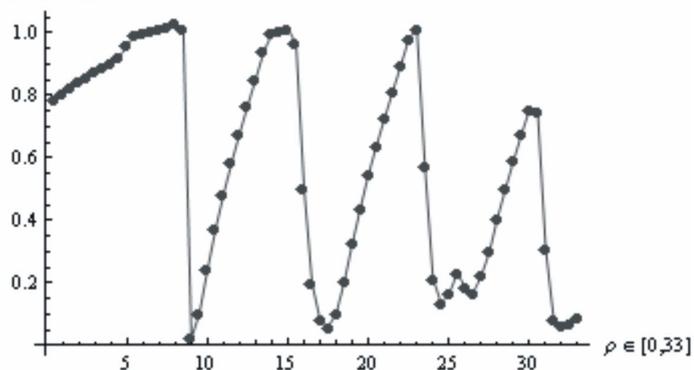


а



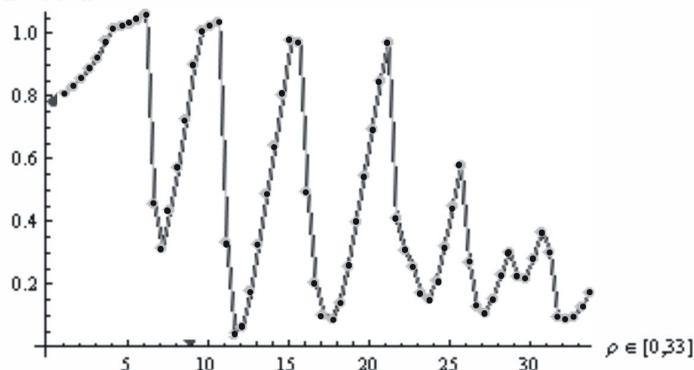
б

IR(1)/IR(1,33); 20



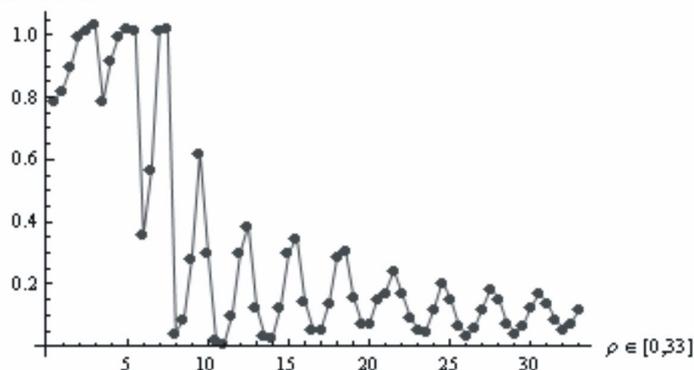
B

IR(1)/IR(1,33); 30



Г

IR(1)/IR(1,33); 60



Д

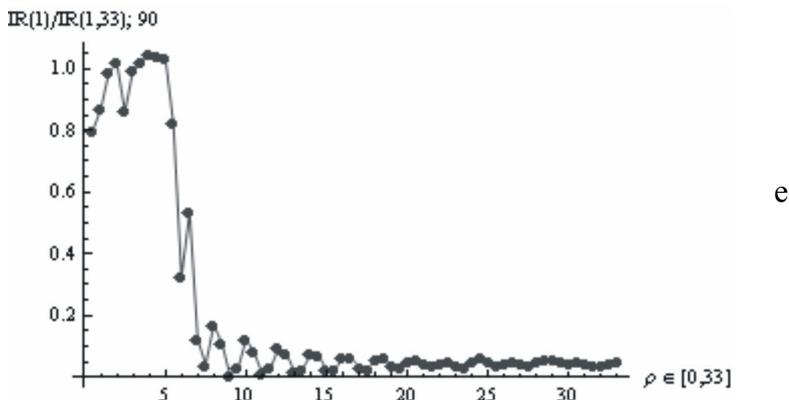


Рисунок 3.15 Минимум индикатрисы рассеяния структурированной частицы

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для условий натуральных экспериментов на основе решения уравнений Максвелла осуществлено моделирование процесса направленного рассеяния электромагнитных волн и их ослабления частицами атмосферного аэрозоля. Моделирование выполнено для случая сферических частиц, составленных из однородного ядра и неоднородной оболочки. Результаты моделирования позволили сделать вывод о слабом влиянии неоднородности частиц субмикронной фракции и о существенном влиянии неоднородности грубодисперсных частиц на направленное рассеяние.

Установлен факт слабого влияния неоднородности частиц на ослабление электромагнитного излучения. Результаты моделирования описывают результаты натуральных измерений, что увязывается с установленным уменьшением зависимости от структуры частицы направленного рассеяния излучения частицей при уменьшении угла рассеяния.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соколов В.С., Сергеев В.Н. Фотоэлектрический счетчик аэрозольных частиц АЗ-5 // Электронная техника, сер. Электроника СВЧ., № 10, 1970, с. 92 - 100.
2. Беляева С.П., Никифорова Н.К., Смирнов В.В., Щелчков Г.И. Оптико-электронные методы изучения аэрозолей. М.: Энергоиздат, 1981, с.232.
3. Егоров А.Д., Ионин В.А. Вопросы параметризации оптико-микроструктурных связей аэрозольных частиц // Труды ГГО, 1981, вып.448, с.70 - 75.
4. Егоров А.Д., Ионин В.А. Сравнительный анализ оптико-микроструктурных характеристик аэрозольных частиц // В кн.: XI Всесоюзное совещание по актинометрии (Тезисы докладов, ч. V), Таллин, 1980, с.66-69.

5. Егоров А.Д. Альтернативные направления интерпретации лидарной информации // Спб.: ГГО, 1993, 81с.
6. Yegorov, A.D., Perelman, A.Y. & Kaziakhmedov, T.B. Estimate of aerosol microstructure based on integral method of multiposition sounding of the atmosphere // Optika atmosfery i okeana, 1997, v.10, pp.1164-1169.
7. Yegorov A.D., Obraztsov S.P., Yegorova I.A. Inuniform particle sizing by optical counter // PARTEC 98 7th European Symposium Particle Characterization, Ньнberg: Ньнberg Messe GmbH, 1998, pp.863-866.
8. Yegorov A.D., Potapova I.A., Rzhonsnitskaya Yu.B. Atmospheric aerosols measurements and reliability problem/ International Journal of Remote Sensing, 2008, v.29, pp.2449 – 2468.
9. Willeke K., Whitby K.T. Atmospheric aerosols: size distribution interpretation // J.Air Poll.Control Assoc., 1975, v.25, N 5, pp.529-534.
10. Whitby K. T. The Physical Characteristics of Sulfur Aerosols // Atmos. Environ., v.12, 1978, pp.135-159.
11. Massoli P., Lazzaro M. Characterization of radially inhomogeneous spheres by light scattering methods // Ньнberg: PARTEC 98, 7th European Symposium Particle Characterization, 1998, pp.527-536.
12. Шифрин К.С. Рассеяние света в мутной среде. М.-Л.: Гостехтеориздат, 1951, 264 с.
13. Шифрин К.С. Рассеяние света на двухслойных частицах // Изв. АН СССР, серия геофизическая, 1952, №2, с.15-28.
14. Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами. М.: Издательство иностранной литературы, 1961, 536 с.
15. Kerker M. The scattering of light and other electromagnetic radiation. New York: Academic Press, 1969, 666 p.
16. Bohren C.F., Huffman D.R. Absorption and scattering of light by small particles. N.Y.: Wiley, 1983, 530 p.
17. Перельман А.Я. Дифракция на сферически симметричных неоднородных структурах // Оптика и спектроскопия, 1995, 78, № 5, с.822-831.
18. Perelman A.Y. Scattering by particles with radially variable refractive indices // Applied Optics, Vol. 35, No. 27, 1996, pp.5452-5460.
19. Перельман А.Я., Зиновьева Т.В. Аппроксимация оптических свойств сферических частиц с радиально меняющимся показателем преломления // Изв. РАН - Физика атмосферы и океана, 38, №4, 2002, с. 515-522.
20. Hasekamp O.P. Landgraf J. Retrieval of aerosol properties over land surfaces: capabilities of multiple-viewing-angle intensity and polarization measurements // Appl. Optics, 46, 2007, 3332-3344.
21. Kokhanovsky A.A., Deuze J.L., Diner D.J. et al. The inter-comparison of major satellite aerosol retrieval algorithms using simulated intensity and polarization characteristics of reflected light // Atmospheric Measurement Techniques, 3, 2010, 909 – 932.

22. Егоров А.Д., Меликов С.Г., Темнов Р.М. Исследования изменчивости концентрации аэрозоля в атмосфере г. Ленинграда // Труды II Всесоюзной конференции “Методы и средства контроля загрязнения атмосферы и промышленных выбросов и их применение”, Л.: Гидрометеоздат, 1988, с.153-157.
23. Yegorov A.D., Boitzov P.P., Stepanenko V.D., Shumakov L.I. Lidar sensing of the lower atmospheric layer around a highway // Proceedings of the Soviet-American Symposium on mobile-source air pollution (AUTOEX, v.20), 1992, pp.102-124.
24. Charlson R.J. Atmospheric Visibility Related to Aerosol Mass Concentration: a Review // Environmental science and technology, 1969, v.3, No 10, pp.913-918.
25. Ensor D.S., Pilat M.J. The Relationship between the Visibility and Aerosol properties of Smoke-stack Plumes // J.Air Poll.Control Assoc., 1971, v.21, pp.496-501.
26. Зуев В.Е., Ивлев Л.С., Кондратьев К.Я. Новые результаты исследования атмосферного аэрозоля // Изв. АН.СССР. ФАО, 1973, т.9. №4, с.371-385.
27. Borovoi A., Grishin I., Dyomin V., Oppel U. Optical Measurements of a Nonsphericity Parameter for Large Particles // Nürnberg: PARTEC 2001. International Congress for Particle Technology, 2001, pp.1-6.
28. Фарафонов В.Г., Всемирнова Е.А. Численное моделирование оптических характеристик атмосферных аэрозолей с учетом несферичности // Тезисы III международной конференции “Естественные и антропогенные аэрозоли”, Санкт-Петербург, 2001, с.42-44.
29. Waggoner A.P. Weiss R.E. Comparison of Fine Particle Mass Concentration and Light Scattering Extinction in Ambient Aerosol // Atmos. Environment, 1980, v.14, pp.623-626.
30. Егоров А.Д., Ионин В.А., Матросов С.Ю. Сравнительный анализ аэрозольной микроструктуры // Комплексный советско-американский эксперимент по исследованию фонового аэрозоля. Л.: Гидрометеоздат, 1986, с.50-53.
31. Кондратьев К.Я., Аднашкин В.Н., Балакирев В.В. и др. Глобальный аэрозольно-радиационный эксперимент - 1977 // Труды ГГО, 1980, Вып.434, с.15-28.
32. Полевицкий К.К., Шадрин Е.Н., Аднашкин В.Н. Походный нефелометр для автоматической регистрации МДВ // Труды ГГО, Вып. 292, 1977, с.3-11.
33. Егоров А.Д., Степаненко В.Д. Некоторые аспекты определения оптико-микроструктурных связей аэрозольных частиц // V Всесоюзный симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере.– Тезисы докладов, ч.1, Томск, 1979, с.77-80.

34. Егоров А.Д., Потапова И.А., Ржонсницкая Ю.Б., Саноцкая Н.А. Определение оптических и микроструктурных характеристик атмосферного аэрозоля / Ученые записки РГГМУ, №11, 2009, с.71-78.
35. Егоров А.Д., Ржонсницкая Ю.Б., Потапова И.А., Саноцкая Н.А. Определение характеристик атмосферного аэрозоля по данным оптических измерений // Естественные и технические науки, 2010, № 1, с. 215–222.
36. Ржонсницкая Ю.Б. Моделирование рассеяния излучения неоднородной аэрозольной частицей. Труды ГГО, 2011, вып.563.



*Научное издание*

***А.Д. ЕГОРОВ, И.А. ПОТАПОВА, Ю.Б. РЖОНСНИЦКАЯ,  
Н.А. САНОЦКАЯ***

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
АТМОСФЕРНОГО АЭРОЗОЛЯ**

Монография

Редактор И.Г. Максимова  
Компьютерная вёрстка К.П.Ерёмин

ЛР № 020309 от 30.12.96

---

Подписано в печать 20.02.2012. Формат 60x90 1/16. Гарнитура “Таймс”

Печать цифровая. Усл. печ. л. 5,4. Тираж 300 экз. Заказ № 90

РГГМУ, 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр. 98.

Отпечатано в ЦОП РГГМУ

---