

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

по дисциплине

**“Статистика”**

Специальности «Экономика»

Профиль «Экономика и управление на предприятии»,  
«Менеджмент»

Санкт–Петербург  
2019

Одобрено Ученым советом факультета ГМО

Учебное пособие по дисциплине "Статистика" – СПб.: РГГМУ, 2019. – 72 с.

Учебное пособие по дисциплине составлено в соответствии с программой дисциплины "Статистика». Даются рекомендации по изучению дисциплины. Приводятся вопросы для самопроверки, рекомендуемая литература.

Составитель: А. А. Чалганова, ст. преп. РГГМУ.

Ответственный редактор: Курочкина А.А.

© Чалганова А.А., 2019

© Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2019.

## Оглавление

Введение	4
1. Источники, обработка и представление статистических данных	5
1.1 Понятие статистики, краткие сведения из её истории	5
1.2 Организация государственной статистики в России	9
1.3 Объект, предмет и основные категории статистики	13
1.4 Единицы совокупности и их признаки	16
1.5 Этапы статистического исследования	18
1.6 Графическое представление статистических данных	25
2. Абсолютные и относительные величины	28
3. Средние величины и измерение вариации	32
4. Выборочное наблюдение	44
5. Статистическое изучение взаимосвязи признаков	51
6. Анализ рядов динамики	54
7. Индексы и их применение	61

## Введение

«Статистика» является дисциплиной, изучаемой студентами экономических специальностей в соответствии с требованиями ФГОС к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы. Она имеет фундаментальный характер, так как рассматривает методы выявления и измерения основных закономерностей общественного развития, что предполагает необходимость использования студентами знаний, полученных при изучении таких дисциплин как «Макроэкономика», «Микроэкономика», «История экономических учений», «Государственное регулирование экономики», «Математика», «Информатика» и др. Знания, полученные при изучении курса «Статистика» служат основой для дисциплин: «Эконометрика», «Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности», «Планирование на предприятии», «Экономический анализ производственно-хозяйственной деятельности» и др.

Целью освоения дисциплины «Статистика» является приобретение студентами теоретических знаний, умений и практических навыков в области статистики, необходимых для успешной профессиональной деятельности бакалавра. Основные задачи дисциплины:

- Сформировать у обучающихся представление об организации государственной статистики Российской Федерации и международной статистики;
- Дать научные знания о способах получения, обобщения и анализа статистической информации;
- Обеспечить формирование теоретических знаний о системе социально-экономических показателей, используемых для оценки деятельности предприятий и организаций по видам экономической деятельности, на уровне экономики в целом и в территориальном разрезе;
- Сформировать навыки анализа и оценки основных статистических показателей, характеризующих социально-экономические процессы и явления.

Студент должен освоить основные приемы и методы статистического анализа совокупности предприятий и организаций отдельных секторов, отраслей и видов деятельности, а также экономики в целом, должен иметь навыки работы с первоисточниками, поиска необходимой литературы, самостоятельного отбора наиболее существенного материала, выбора приемов анализа, правильного оформления статистических данных.

Содержание программы дисциплины охватывает две большие части статистической науки: общую теорию статистики и социально-экономическую статистику. Данное пособие посвящено первой части изучаемого курса – общей теории статистики.

# 1. **Источники, обработка и представление статистических данных**

## 1.1 Понятие статистики, краткие сведения из её истории

Термин "статистика" происходит от латинского слова status, что в переводе означает состояние, положение. Прежде чем стать наукой в ее современном понимании статистика прошла многовековую историю развития.

Исторически развитие статистики связано с развитием государств, с потребностями государственного управления. Хозяйственные и военные нужды уже в древний период истории человечества требовали наличия данных о населении, его составе, имущественном положении. С целью налогообложения организовывались переписи населения, проводился учет земель. Первые работы такого рода отмечены даже в священных книгах разных народов.

В Древнем Китае в 23 веке до н.э. собирались сведения о численности населения, распределении его по полу и возрасту, доходности земли и изменениях в торговле.

В античном мире был организован учет родившихся; молодые люди, достигшие 18 лет, вносились в списки военнообязанных, а по достижении 20 лет - в списки полноправных граждан. Составлялись земельные кадастры, в которые вносились сведения о строениях, рабах, скоте, инвентаре, получаемых доходах. Проводился учет частных хозяйств.

Начиная с 6 века до н.э. в Древнем Риме существовал государственный орган – ценз. Высший чиновник ценза назывался цензором. Цензор избирался сначала на 5 лет, а с середины 5 века – на полтора года. Цензор ведал проведением цензовой переписи, наблюдением за правильным поступлением налогов, сдачей на откуп государственных доходов, осуществлял надзор за благонравием населения. Цензовая перепись содержала учет населения по возрастам и имущественному положению.

В античном мире появились описания государств. Большая заслуга в этом принадлежит греческому философу Аристотелю, жившему в 4 веке до н.э. (384-322 гг. до н.э.). Аристотель составил описание 157 городов и государств своего времени. «Величину государства измеряют количеством его населения, - писал Аристотель, - но скорее нужно обращать внимание не на количество, а на возможности».

Учетно-статистические работы в России зародились в глубокой древности. Первые попытки переписи населения относятся к 12 веку. К середине 17 века широко распространились учетные книги. Учетные книги состояли из двух частей: одна – по приходу ценностей, другая – по расходу. Книги велись разными людьми, что обеспечивало достаточно четкий контроль.

В середине 17 века в Англии возникла школа политических арифметиков. Ее основателями были Вильям Петти (1623—1687 гг.) – врач, доктор физики, профессор астрономии, основоположник трудовой теории стоимости, и его друг и единомышленник, торговец сукном Джон Граунт (1620—1674 гг.). Политические арифметики путем обобщения и анализа фактов стремились цифрами охарактеризовать состояние и развитие общества, показать закономерности развития общественных явлений, проявляющихся в массовом материале. История показала, что именно школа политических арифметиков явилась истоком возникновения современной статистики как науки.

Петти по праву считается создателем экономической статистики. Граунт исследовал закономерности воспроизводства населения. Он изучил бюллетени смертности за 33 года, выявил наличие количественных закономерностей и построил первую таблицу смертности. Граунт ввел представление о частоте событий, что сыграло огромную роль для развития теории вероятностей.

В середине 18 века немецкий ученый, профессор физиологии и права, Готфрид Ахенваль впервые начал читать в Марбургском, а затем в Геттингенском университетах новую учебную дисциплину, которую он и назвал статистикой. Основным содержанием этого курса было описание политического состояния и достопримечательностей государства. Это направление развития статистики получило название описательного.

Содержание, задачи, предмет изучения статистики в понимании Ахенваля были далеки от современного взгляда на статистику как науку. Школа политических арифметиков была гораздо ближе к современному пониманию статистики.

В первой половине XIX в. возникло третье направление статистической науки — статистико-математическое. Среди представителей этого направления следует отметить бельгийского статистика Адольфа Кетле (1796—1874 гг.). Кетле синтезировал политическую арифметику и государственное устройство. «Статистика, - писал он, - изучает государство в определенную эпоху; она собирает элементы, связанные с жизнью этого государства, старается сделать их сравнимыми и комбинирует их наилучшим образом, чтобы познать все то, что они могут нам открыть».

Кетле по праву считается основоположником учения о средних величинах. Он рассматривал теорию вероятностей как принципиальную основу статистики и научного познания в целом.

Таким образом, заслуга Кетле состоит в обосновании того, что:

1) предметом статистики являются объективные закономерности, определяющие развитие общества;

2) все явления складываются под совместным действием независимых друг от друга общих (постоянных) и индивидуальных (случайных) причин;

3) принципиальная суть статистического познания состоит в погашении случайного, вызванного действием индивидуальных причин, с тем, чтобы выявить закономерности, обусловленные общими причинами;

4) основными методами статистического познания являются массовое наблюдение и обобщающие показатели, обеспечивающие погашение случайности;

5) средние величины представляют собой важнейший прием, позволяющий определить реально существующие типы исследуемых явлений;

6) теория вероятностей является теоретической основой статистики — она раскрывает действие общих и индивидуальных причин, позволяя дать оценку надежности обобщающих статистических показателей.

Кетле разработал теорию сбора массовых статистических данных на примере переписей населения.

В XIX веке математическая статистика развивалась в работах англичан Гальтона (1822—1911 гг.), Пирсона (1857—1936 гг.), Госсета (1876—1937 гг.), более известного под псевдонимом Стьюдента, Фишера (1890—1962 гг.), Митчела (1874—1948 гг.) и др. Представители этого направления считали основой статистики теорию вероятностей.

В развитии российской статистической науки и практики видное место принадлежит И.К. Кириллову (1689—1737 гг.), И.Ф. Герману (1755-1815 гг.), Д.Н-Журавскому (1810-1856 гг.), Н.Н. Семенову-Тян-Шанскому (1827—1914 гг.), Ю.Э. Янсону (1835-1893 гг.), А.А. Чупрову (1874-1926 гг.), В.С. Немчинову (1894-1964 гг.), С.Г. Струмилину (1877-1974 гг.), В.Н. Старовскому (1905—1975 гг.) и др.

Большое развитие статистическая наука получила с применением экономико-математических методов и широким использованием компьютерной техники в анализе социально-экономических явлений.

В настоящее время ведется работа по совершенствованию статистической методологии и завершению перехода Российской Федерации на принятую в международной практике систему учета и статистики в соответствии с требованиями рыночной экономики.

В наше время термин "статистика" употребляется в трех значениях:

– отрасль практической деятельности ("статистический учет") по сбору, обработке, анализу и публикации массовых цифровых данных о самых различных явлениях и процессах общественной жизни; эту деятельность на профессиональном уровне осуществляет государственная статистика — Федеральная служба государственной статистики (Росстат) и система ее учреждений, организованных по административно-территориальному

признаку, а также ведомственная статистика (на предприятиях, в объединениях, ведомствах, министерствах);

– совокупность цифровых сведений, статистические данные, представляемые в отчетности предприятий, организаций, отраслей экономики, а также публикуемые в сборниках, справочниках, периодической прессе, которые являются результатом статистической работы;

– отрасль общественных наук, специальная научная дисциплина, изучаемая в высших и средних специальных учебных заведениях.

Статистика как наука представляет собой целостную систему научных дисциплин: теория статистики, экономическая статистика и ее отрасли, социальная статистика и ее отрасли.

Теория статистики является наукой о наиболее общих принципах и методах статистического исследования социально-экономических явлений. Она разрабатывает понятийный аппарат и систему категорий статистической науки, рассматривает методы сбора, сводки, обобщения и анализа статистических данных, т.е. общую методологию статистического исследования массовых общественных процессов.

Таким образом, теория статистики — методологическая основа всех отраслевых статистик.

Экономическая статистика разрабатывает и анализирует синтетические показатели, включая такие макроэкономические показатели как национальное богатство (НБ), национальный доход (НД), валовой внутренний продукт (ВВП), валовой национальный продукт (ВНП) и др., отражающие состояние национальной экономики; структуру, пропорции, взаимосвязь отраслей; рассматривает особенности размещения производственных сил, состав и использование материальных, трудовых и финансовых ресурсов; наконец, осуществляет построение и анализ общей макростатистической модели рыночной экономики в виде системы национальных счетов (СНС).

Отрасли экономической статистики — статистика промышленности, сельского хозяйства, строительства, транспорта, связи, труда, природных ресурсов, охраны окружающей среды и т.д. — разрабатывают и изучают статистические показатели развития соответствующих отраслей.

Социальная статистика формирует и анализирует систему показателей, комплексно характеризующих различные стороны социальных условий и образа жизни населения; ее отрасли — статистика народонаселения, политики, культуры, здравоохранения, науки, просвещения, права и т.д.

Статистика развивается как единая наука, и развитие каждой отрасли содействует ее совершенствованию в целом.

**Статистика** — отрасль общественной науки, изучающая методом обобщающих показателей количественную сторону качественно

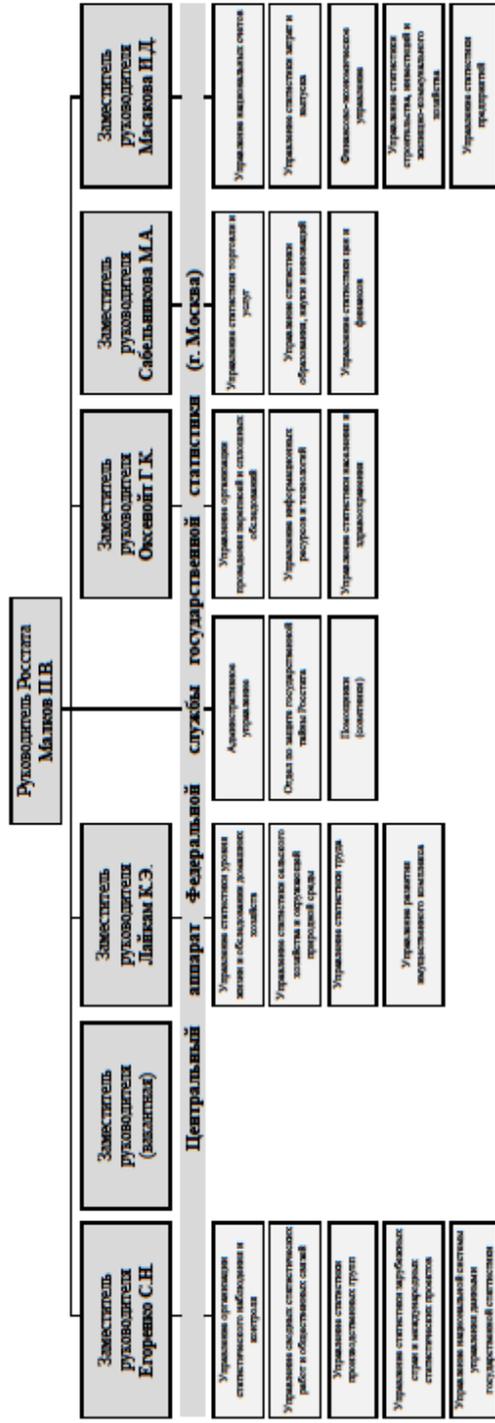
*определенных массовых социально-экономических явлений и закономерностей их развития в конкретных условиях места и времени.*

Между статистикой, как наукой, и практикой существует тесная взаимосвязь: статистика использует данные практики, обобщает и разрабатывает методы проведения статистических исследований. В свою очередь в практической деятельности применяются теоретические положения статистической науки для решения конкретных управленческих задач.

Знание статистики необходимо современному специалисту для принятия решений в условиях неопределенности (когда анализируемые явления подвержены влиянию случайностей), для анализа элементов рыночной экономики, в сборе информации, в связи с увеличением числа хозяйственных единиц и их типов, аудите, финансовом менеджменте, прогнозировании.

## 1.2 Организация государственной статистики в России

Национальный центр по формированию информационных ресурсов России в области социально-экономической статистики - Федеральная служба государственной статистики (Росстат). Удовлетворение потребностей органов власти и управления, средств массовой информации, населения, научной общественности, коммерческих организаций и предпринимателей, международных организаций в разнообразной, объективной и полной статистической информации – главная задача Федеральной службы государственной статистики. Для ее решения действует система государственной статистики, в состав которой входят центральный аппарат на федеральном уровне и территориальные органы Росстата, расположенные во всех субъектах Российской Федерации, а это более 23 тысяч работников. Структура Росстата представлена на схеме 1.



**Сопоставительные органы**



**Подведомственные учреждения, подразделения и подразделения Федеральной службы государственной статистики**



**Территориальные органы Федеральной службы государственной статистики по федеральным округам**

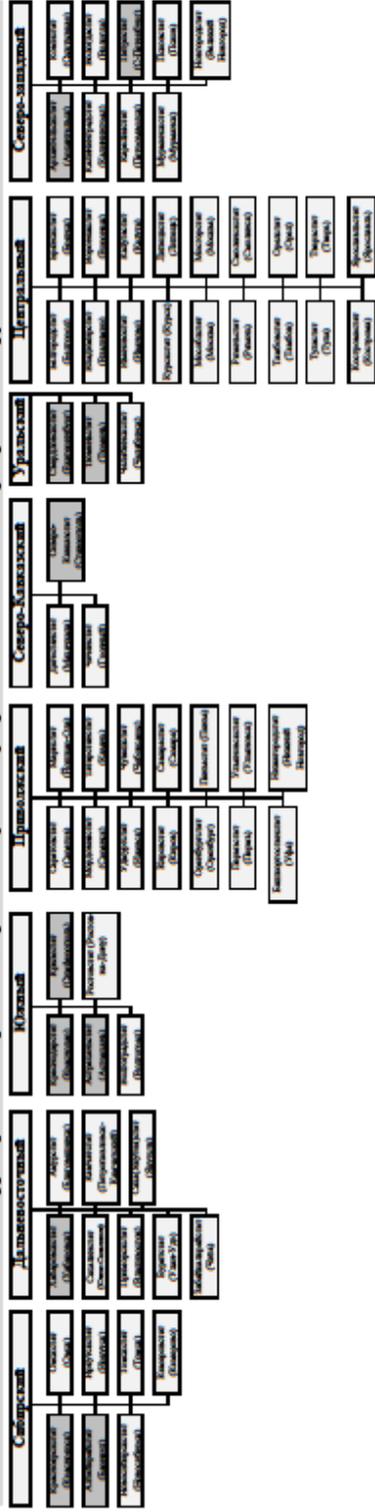


Схема 1. Структура Росстата

Росстат выполняет следующие функции:

- формирует официальную статистическую информацию, предназначенную для обеспечения информационных потребностей государства и общества;
- публикует статистических сборники, и представляет на сайте Росстата в сети Интернет оперативную статистическую информацию;
- осуществляет деятельность по разработке и совершенствованию методологии социально-экономической статистики.

Деятельность Росстата осуществляется в соответствии с Федеральным законом «Об официальном статистическом учете и системе государственной статистики Российской Федерации» № 282 – ФЗ от 29.11.2007 г.

Принципами официального статистического учета и системы государственной статистики являются:

1) полнота, достоверность, научная обоснованность, своевременность предоставления и общедоступность официальной статистической информации (за исключением информации, доступ к которой ограничен федеральными законами);

2) применение научно обоснованной официальной статистической методологии, соответствующей международным стандартам и принципам официальной статистики, а также законодательству Российской Федерации, открытость и доступность такой методологии;

3) рациональный выбор источников в целях формирования официальной статистической информации для обеспечения ее полноты, достоверности и своевременности предоставления, а также в целях снижения нагрузки на респондентов;

4) обеспечение возможности формирования официальной статистической информации по Российской Федерации в целом, по субъектам Российской Федерации, по муниципальным образованиям;

5) обеспечение конфиденциальности первичных статистических данных при осуществлении официального статистического учета и их использование в целях формирования официальной статистической информации;

6) согласованность действий субъектов официального статистического учета;

7) применение единых стандартов при использовании информационных технологий и общероссийских классификаторов технико-экономической и социальной информации для создания и эксплуатации системы государственной статистики в целях ее совместимости с другими государственными информационными системами;

8) обеспечение сохранности и безопасности официальной статистической информации, первичных статистических данных и административных данных.

Вид главной страницы официального сайта Федеральной службы государственной статистики представлен на схеме 2.

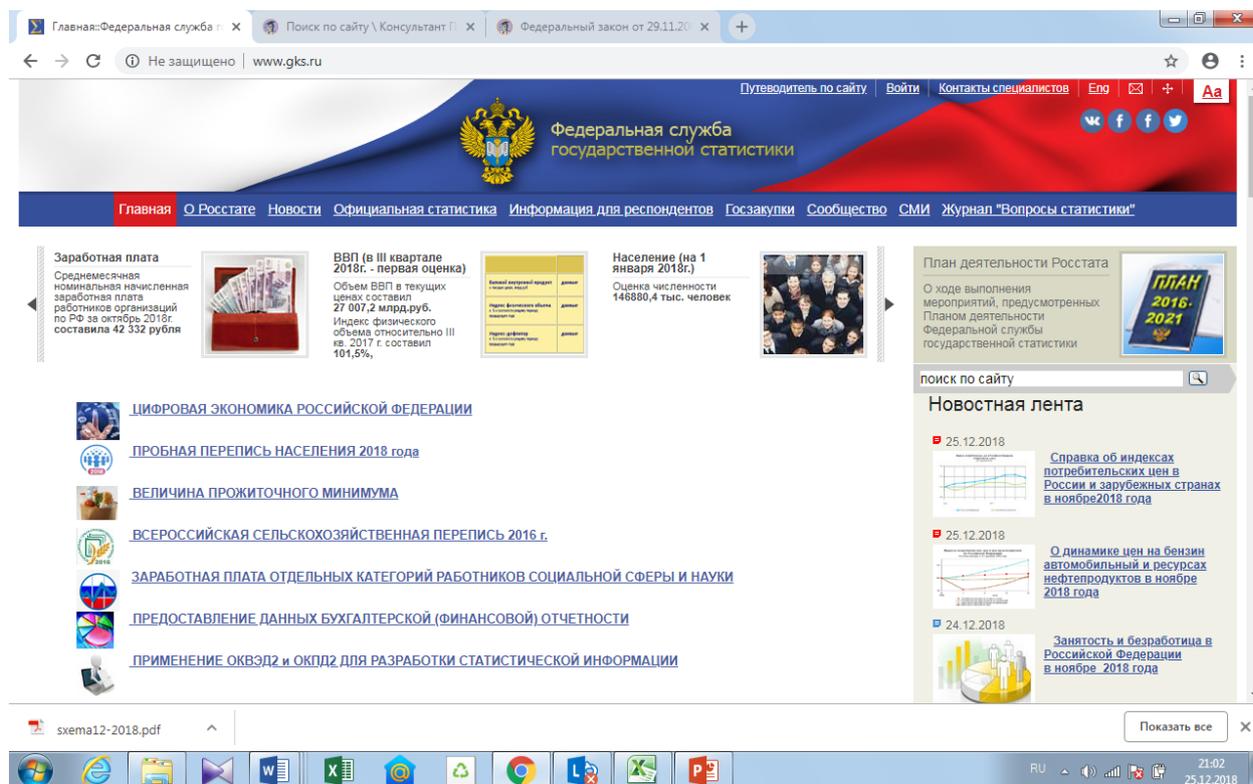


Схема 2 – вид главной страницы официального сайта Росстата

Виды информационных ресурсов, используемых статистикой:

- Официальные информационные ресурсы (официальная статистика)
- Информационные ресурсы ведомственных организаций (ведомственная статистика)
- Информационные ресурсы субъектов хозяйственной деятельности
- Информационные ресурсы международных организаций

Одним из принципов официального статистического учета и системы государственной статистики является применение общероссийских классификаторов технико-экономической и социальной информации для создания и эксплуатации системы государственной статистики в целях ее совместимости с другими государственными информационными системами.

Росстат является федеральным органом исполнительной власти, обеспечивающим разработку, ведение и применение следующих общероссийских классификаторов: объектов административно-территориального деления (ОКАТО), территорий муниципальных образований (ОКТМО), органов государственной власти и управления

(ОКОГУ), форм собственности (ОКФС), организационно-правовых форм (ОКОПФ), предприятий и организаций (ОКПО), которые широко используются в различных сферах экономики, в частности, для идентификации хозяйствующих субъектов при создании государственных регистров и реестров.

Библиографическая информация об общероссийских классификаторах, а также и сами классификаторы представлены на официальном сайте Росстата.

Важнейшими пользователями официальной статистической информации являются:

- Президент РФ
- Федеральное Собрание РФ
- Правительство РФ, иные федеральные органы государственной власти, органы государственной власти субъектов РФ, органы местного самоуправления
- Суды, органы прокуратуры
- Банк России
- Государственные внебюджетные фонды
- Профсоюзные объединения и объединения работодателей
- Международные организации
- Коммерческие и некоммерческие организации
- Средства массовой информации
- Граждане.

### 1.3 Объект, предмет и основные категории статистики

Статистика как наука исследует не отдельные факты, а массовые закономерности социально-экономические явлений и процессов, выявляет и измеряет взаимосвязи между ними.

*Основные задачи статистики:*

- Наблюдение за развитием экономики и общества, сбор данных;
- Совершенствование методики статистического наблюдения;
- Комплексное изучение экономики, анализ ее состояния, развития тенденций, закономерностей, определение роли факторов в социальной и экономической сферах и исследование взаимовлияния всех составляющих развития общества друг на друга;
- Контроль за содержанием поступающей в органы статистики информации;
- Подготовка и публикация статистических материалов.

*Предмет* статистики - количественная сторона массовых общественных явлений в неразрывной связи с их качественной стороной или их

содержанием, а также количественное выражение закономерностей общественного развития в конкретных условиях места и времени.

*Объект* изучения статистики - общество в целом, отдельные явления и процессы общественной жизни. Таким образом, объект статистического исследования – статистическая совокупность.

*Статистическая совокупность* – это множество объективно существующих во времени и пространстве варьирующих явлений, которые имеют один или несколько общих существенных признаков и различаются между собой по другим признакам.

*Статистическая совокупность* - это:

- Множество явлений;
- Множество однокачественных явлений;
- Множество варьирующих явлений.

Если различия касаются существенных признаков, то такая совокупность считается разнородной.

*Признаком* в статистике считается свойство, характерная черта или иная особенность единиц, объектов (явлений), которые могут быть наблюдаемы или измерены.

*Единицами* совокупности называются отдельные первичные объекты и явления, образующие статистическую совокупность. Единицами совокупности могут выступать акционерные общества, фирмы, фермерские хозяйства, отдельные люди, семьи, станки, изделия и т.д.

Под качественной *однородностью* единиц совокупности понимается сходство единиц (объектов, явлений) по каким-либо существенным признакам, но различающихся по каким-либо другим признакам. Например, множество промышленных предприятий наряду с качественной однородностью (принадлежность к одной и той же отрасли) обладает различиями по размеру основных фондов, объему производства, численности работающих и т.д.

Однородность совокупности устанавливается в каждом конкретном статистическом исследовании в соответствии с его целями и познавательными задачами.

Выделение качественно однородных статистических совокупностей является предпосылкой расчета обобщающих показателей, статистического изучения вариации, связей между признаками.

Важной особенностью статистической совокупности выступает наличие *вариации*, т.е. колеблемости, многообразия, изменчивости величины признака у отдельных единиц совокупности явлений.

*Статистическая закономерность* составляет предмет статистической науки. Это понятие играет важную роль не только в современной статистике, но и вообще в современной науке. Знание статистических закономерностей конкретных явлений имеет большое научное и практическое значение.

*Статистическая закономерность* представляет собой одну из форм проявления всеобщей причинной связи между явлениями в природе и обществе. Эта закономерность есть объективная количественная закономерность *массового процесса*. Она обнаруживается в массовом статистическом наблюдении, чем и обусловлена ее взаимосвязь с *законом больших чисел*. Отдельное событие при этой закономерности может наступить или не наступить (что связано с известной вероятностью), но во множестве событий общая закономерность обязательно проявится. Каждое заметное изменение условий существования этого множества скажется и на статистической закономерности.

Статистическая закономерность с определенной вероятностью определяет устойчивость средних величин при сохранении условий, порождающих данное явление. Из этого следует, что пределы отклонений индивидуальных значений от среднего уровня относительно малы, и эти отклонения постоянно взаимопогашаются. И они будут тем меньше, чем больше объем наблюдаемого множества. Это прямо вытекает из теории вероятностей, доказывающей, что средняя арифметическая случайных величин при достаточно большом числе величин с вероятностью, близкой к 1 (т.е. к достоверности), сколь угодно мало отличается от математического ожидания этой средней.

Одной из форм математической связи причин и следствия при статистической закономерности могут служить уравнения регрессии (корреляции). Статистическая закономерность выражает диалектическую связь и единство необходимости и случайности, что иллюстрирует известное положение о случайности как форме проявления необходимости.

Примером статистической закономерности могут служить многие демографические тенденции и, в частности, изменения уровня рождаемости или продолжительности жизни. Они в полной мере выявляются для большой совокупности людей, а не для отдельной семьи или индивидуума.

Сам термин "статистическая закономерность" впервые стал употребляться в естественных науках в противовес понятию динамической закономерности. Статистическая закономерность по своей природе близка к категории более высокого уровня обобщения - закону, поскольку, как и закон, она отражает необходимые причинно-следственные связи.

Статистическая закономерность, как было показано выше, находит свое выражение только в массе явлений с варьирующими признаками.

Динамическая закономерность выражает форму связи, когда строго определенным значениям каких-либо факторов всегда соответствуют строго определенные значения зависимых от этих факторов величин. Здесь количественные соотношения между величинами, в рамках действия известного закона, остаются справедливыми для каждого отдельного случая и каждого элемента совокупности. Математически такая форма связи

описывается строго определенными формулами, системой уравнений и т.д. Примером динамических закономерностей могут служить закономерности, обусловленные законом всемирного тяготения.

При всей близости статистической закономерности к закону между ними имеются различия. Закон фиксирует *устойчивый*, всеобщий характер причинно-следственной связи явлений. При *статистической* же закономерности эти связи *менее устойчивы* и уже не имеют всеобщего характера, а относятся к определенному пространству и времени, справедливы лишь для данных условий существования изучаемых статистикой явлений. При этом сама закономерность может быть результатом действия не одного, а ряда перекрещивающихся законов. Но всегда статистическая закономерность объективно выступает как форма проявления определенных законов.

#### 1.4. Единицы совокупности и их признаки

*Единица совокупности* - это предел дробления объекта исследования, при котором сохраняются все свойства изучаемого процесса, и, одновременно, это частный случай проявления изучаемой закономерности.

Единицы статистической совокупности характеризуются общими свойствами, именуемыми в статистике признаками.

*Признак* — показатель, характеризующий некоторое свойство объекта совокупности, рассматриваемый как случайная величина. Например, единица статистической совокупности — "предприятие" — имеет следующие признаки: объёмы произведенной и реализованной продукции, соотношение собственных и заемных средств, издержки производства, численность работников и т.д. *Признаки единиц совокупности* – их свойства, которые различаются способами их измерения и другими особенностями. Статистика изучает явления через их признаки.

*Вариация* — различия в значениях того или иного признака отдельных единиц статистической совокупности. Она возникает результате того, что индивидуальные значения признака складываются под совокупным влиянием разнообразных факторов (условий), которые по-разному сочетаются в каждом конкретном случае. Например, успеваемость отдельного студента зависит от затрат времени на подготовку к занятиям, способностей к обучению, возраста и т.п.

Необходимо отличать признаки явлений от самих явлений, а все вместе - от показателей. Явление, единица совокупности - это всегда какая-то часть реальной действительности, признак - это поддающееся измерению свойство действительности, показатель - числовая характеристика признака или явления (а также модель такой характеристики).

Признак единиц совокупностей относится к числу основных категорий статистики, которые составляют ее специфический язык. Признаки отличаются большим разнообразием, что делает необходимой их классификацию по ряду оснований. Классификация признаков в статистике представлена в таблице 1.

Таблица 1 - Классификация признаков в статистике

Параметр классификации	Вид признака	Пример признака
По характеру выражения	-Атрибутивные (неколичественные) -Количественные	-форма собственности -рост человека
По способу измерения	- первичные - вторичные (расчетные)	выручка рентабельность
По характеру вариации	-дискретные -альтернативные -непрерывные	размер обуви пол человека возраст группы людей
По отношению ко времени	- моментные - интервальные (периодные)	количество денег в кошельке - зарплата за месяц

В статистике признаки разделяются на следующие группы:

- существенные (основные) и несущественные;
- качественные (атрибутивные) и количественные;
- варьирующие и постоянные (статистика изучает только варьирующие признаки),
- прямые и косвенные,
- первичные и вторичные;
- признаки-причины, признаки-условия и признаки-следствия (в практической статистике признаки-причины и условия часто называют факторными, а признаки-следствия - результативными),
- прерывные количественные признаки (дискретные, принимающие численные значения, отличающиеся друг от друга на

некоторую конечную величину, обычно целое число) и непрерывные (могут принимать любые целые или дробные значения).

В статистических работах признаки исследуемых явлений следует брать в системе, в противном случае не всегда можно понять смысл отдельных признаков.

Наличие вариации является основной предпосылкой статистического исследования. Варьирующие признаки могут быть количественными, если их варианты выражаются числовыми значениями (возраст, стаж работы, оплата труда и пр.) и неколичественными (атрибутивными), не имеющими числового выражения и представляющими собой смысловые понятия (профессия, социальная принадлежность и т.д.).

Количественные признаки могут быть дискретными и непрерывными.

В случае, когда варианты признака могут принимать одно из двух противоположных значений, говорят об альтернативном признаке (да, нет). Например, продукция может быть годной или бракованной (не годной).

Признаки подразделяются на существенные, или главные, выражающие содержательную сторону явлений, и несущественные, или второстепенные. Статистическому изучению подлежат существенные признаки.

Признаки, характеризующие статистическую совокупность, взаимосвязаны между собой, поэтому следует различать факторные (признаки-факторы) и результативные признаки.

Факторные признаки - это независимые признаки, оказывающие влияние на другие, связанные с ними признаки.

Результативные признаки - это зависимые признаки, которые изменяются под влиянием факторных признаков. Так, квалификация, стаж работы - факторные признаки; производительность труда - результативный.

## 1.5 Этапы статистического исследования

Этапы статистического исследования включают:

- Статистическое наблюдение;
- Статистическую сводку;
- Статистическую группировку;
- Представление статистических данных в виде таблиц и графиков
- Анализ и интерпретацию.

Подготовительная, методологическая и организационная деятельность включает в себя подготовку системы показателей, характеризующих отображаемый объект или процесс, проектирование форм отчетности, составление программы статистического наблюдения и обработки данных, подбор и обучение кадров, планирование мероприятий рекламной кампании

проводимого наблюдения, порядок приема и сдачи материалов наблюдения и представления предварительных и окончательных итогов наблюдения, проведение необходимого инструктажа, финансирование и материально-техническое обеспечение работ.

Программно-методологические показатели наблюдения:

- объект наблюдения — совокупность, о которой должны быть собраны необходимые сведения;
- единица наблюдения — единица изучаемой совокупности (человек, предприятие, банк), являющаяся носителем признаков, подлежащих регистрации;
- программа наблюдения — перечень существенных признаков, подлежащих регистрации, перечень вопросов для их регистрации;
- период наблюдения — время, в течение которого осуществляется регистрация признаков единиц наблюдения по установленной программе;
- критический момент наблюдения — момент времени, по состоянию на который проводится регистрация собираемых сведений. На практике критический момент назначается на начало периода наблюдения;
- формуляр наблюдения — специальный бланк для записи ответов на вопросы программы;
- инструкция по заполнению формуляра наблюдения.

Формы, виды и способы статистического наблюдения представлены в таблице 1

Таблица 1. – Формы, виды и способы статистического наблюдения

<i>Организационные формы статистического наблюдения</i>	<i>Виды статистического наблюдения</i>		<i>Способы статистического наблюдения</i>
	<i>По времени регистрации фактов</i>	<i>По охвату единиц совокупности</i>	
1. Статистическая отчетность 2. Специально организованное наблюдение 3. Регистры	1. Текущее или непрерывное 2. Прерывное: а) периодическое б) единовременное	1. Сплошное 2. Несплошное: а) выборочное б) анкетное в) метод основного массива г) монографическое	1. Непосредственное 2. Документальное 3. Опрос

Специально организованные статистические наблюдения проводятся для получения данных, не содержащихся в предоставляемой ежегодной

отчетности или необходимых для проверки или уточнения данных, содержащихся в отчетах. Специально организованное наблюдение - сбор сведений посредством специально организованных переписей, единовременных учетов и обследований. Особым его видом является перепись населения.

Перепись населения — это организация сбора, обработки и публикации демографических, экономических и социальных данных обо всем населении, проживающем в определенный момент времени в стране. Перепись — специально организованное статистическое наблюдение, основой которого является учет численности и характеристики состава изучаемого явления путем записи в статистический формуляр данных по обследуемым единицам совокупности.

Статистический формуляр представляет собой бланк различной формы учета и отчетности или переписной лист.

Статистическая отчетность - особая форма, присущая только государственной статистике, которая подразделяется на общегосударственную и ведомственную.

Регистровая форма наблюдения - форма непрерывного наблюдения за долговременными процессами, которые имеют фиксированное начало стадию развития и фиксированный конец.

Статистическое наблюдение подразделяется на виды - по времени регистрации данных и по степени охвата единиц наблюдения.

По времени регистрации фактов различают непрерывное, или текущее наблюдение и периодическое (прерывное).

Текущее — это наблюдение, которое проводится постоянно. Факты, подлежащие регистрации, фиксируются по мере их возникновения (например, регистрация доходов и расходов в семьях).

Прерывное — проводится с перерывами, время от времени. Если оно проводится строго регулярно, т.е. через равные промежутки времени, то оно называется периодическим, если же такой регулярности нет, то оно называется единовременным. Инвентаризация на предприятии - это есть периодическое наблюдение, так как проводится через определенные промежутки времени.

По степени охвата единиц совокупности различают сплошное и несплошное наблюдения. При сплошном исследовании наблюдению подвергаются все без исключения единицы совокупности. При несплошном - сведения собираются не о всех единицах совокупности, а только о некоторой части их, отобранной определенным образом. Отдельные виды несплошного наблюдения различаются способом отбора тех единиц, которые должны быть подвергнуты наблюдению.

Выборочным считается такое наблюдение, при котором отбор производится в порядке беспристрастного, случайного для каждой единицы совокупности отбора.

Наблюдение основного массива основано на пристрастном отборе: отбору подвергаются наиболее крупные с точки зрения данного статистического исследования единицы совокупности. Отобранные единицы составляют вместе преобладающую часть общей величины изучаемого показателя.

Монографическое наблюдение также основано на пристрастном отборе, но отличается от основного массива тем, что отбираются только отдельные, характерные в каком-либо отношении, единицы совокупности (лучшие, типичные, худшие и т.д.), которые подвергаются детальному статистическому описанию.

Анкетный способ основан на рассылке определенному кругу лиц анкет для заполнения.

Статистическое наблюдение может основываться на непосредственном учете фактов в процессе обследования, либо на документальном учете, либо на опросе респондентов.

Мониторинг - вид непрерывного наблюдения по специально разработанной программе

Сводка представляет собой комплекс последовательных операций по обобщению конкретных единичных фактов, образующих совокупность, для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом.

Таким образом, если при статистическом наблюдении собирают данные о каждой единице объекта, то результатом сводки являются подробные данные, отражающие в целом всю совокупность.

Статистическая сводка должна вестись на основе предварительного теоретического анализа явлений и процессов. Это необходимо для того, чтобы во время сводки не потерять информацию об исследуемом явлении, и чтобы все статистические итоги отражали важнейшие характерные черты объекта.

Ряды распределения — это ряды величин, характеризующие состав изучаемых явлений по одному признаку. Ряды распределения бывают качественные, или атрибутивные, и количественные, или вариационные. Вариационные ряды бывают прерывные (дискретные, ранжированные) и непрерывные (интервальные).

Ряды распределения состоят из вариантов и частот, т.е. элементов ряда.

Вариантами называются отдельные значения варьирующего признака, а частотами — величины, показывающие, сколько раз повторяется данная варианта.

Частоты, выраженные в виде относительных величин (долях единицы, процентах) называются частностями.

Сумму всех частностей называют объемом ряда распределения или его численностью.

Мода — это варианта ранжированного ряда, соответствующая наибольшей частоте или варианту, которая встречается наибольшее количество раз в ряду распределения. Мода обозначается  $M_o$ .

Группировка как этап статистического исследования выполняется для достижения следующих целей:

- установления статистических связей и закономерностей;
- описания объекта;
- выявления структуры совокупности.

Группировочный признак, или основание группировки, — это признак, на основе которого производится расчленение совокупности на однородные группы.

Правильность проведения группировки зависит от двух основных условий:

1) сводные показатели для отдельных групп должны быть типичными;

2) группы должны иметь достаточную численность единиц, так как в этом случае взаимопогашаются случайные и проявляются закономерные характеристики.

Следовательно, чтобы группировка строилась правильно, большое значение имеет определение группировочных признаков, определение числа групп и величины интервала.

Основу группировки составляет факторный признак. Группировка изучает влияние факторного признака на результативный.

Например, повышение квалификации рабочих (факторный признак) приводит к росту производительности труда (результативный признак).

Группировочные признаки могут быть атрибутивными (качественными) и количественными (вариационными). Группировка на основе качественного признака называется классификацией.

В зависимости от числа признаков или по способу построения в основании группировки выделяют группировки по одному признаку — простые и по нескольким признакам — сложные или комбинационные.

В соответствии с познавательными задачами различают три основных вида группировок:

- типологические — это разбиение разнородной совокупности единиц наблюдения на качественно однородные группы и выявление на их основе устойчивых социально-экономических типов явлений;
- структурные — характеризуют структуру однородных совокупностей по какому-либо варьирующему признаку;

- аналитические — позволяют выявлять связи между изучаемыми признаками.

Значение группировки: она обеспечивает обобщение данных, создает основу для сводки и анализа. Классификация статистических группировок представлена в таблице 2.

Таблица 2- Виды статистических группировок

Виды группировок	
По характеру решаемых задач:	По способу построения:
а) типологические; б) структурные; в) аналитические (факторные)	а) простые; б) комбинационные

Пример структурной группировки приведен в таблице 3.

Таблица 3 - Распределение сотрудников предприятия по возрасту

Возраст, лет	Численность сотрудников
20-30	8
30-40	17
40-50	11
50-60	8
60-70	2
<b>Итого</b>	<b>46</b>

Анализ данных, полученных в процессе массового статистического наблюдения, сводки и группировки, позволяет обнаружить в них причинные связи, упорядочить их и дать обобщенную характеристику совокупности.

Проводятся два вида анализа полученной информации: экономический и технологический.

Цели экономического анализа:

- определение степени выполнения плановых заданий и причин, обуславливающих данный уровень их выполнения;
- изучение закономерностей динамики данного объекта или процесса и определяющих их факторов;
- изучение взаимосвязи одного объекта с другими объектами;
- оценка эффективности деятельности и резервов ее роста;
- выявление узких мест в развитии объекта (процесса) и возможных путей их преодоления.

Исходными данными для экономического анализа служат не только статистические, но и плановые, проектные и научно-технические данные, характеризующие объекты и процессы народного хозяйства и факторы его развития.

Экономический анализ является важнейшим этапом подготовки сложных управленческих решений.

Технологический анализ собранных показателей представляет собой выполнение разного рода процедур по исчислению аналитических показателей, например, процента выполнения плана или доли прироста результата производства, достигнутой за счет какого-либо фактора или по комбинации показателей, и формулировку выводов и предложений об управляемом объекте (процессе).

Точность статистического наблюдения обеспечивается в порядке логического и арифметического контроля.

Логический контроль состоит в сопоставлении ответов на взаимосвязанные между собой вопросы программы наблюдения. Например, при переписи населения вопросы о возрасте, грамотности, семейном положении контролируются взаимосвязано. Если, например, окажется, что 10-летний ребенок женат или 2-летний ребенок грамотен, то ясно, что при записи была допущена ошибка в записи возраста или семейного положения.

Счетный, или арифметический, контроль сводится к проверке общих и групповых цифровых итогов и их сопоставлению; задача его - обнаружить и исправить неверные итоги числовых показателей.

Существуют два вида ошибок наблюдения:

- ошибки репрезентативности — показывают, в какой степени выборочная совокупность представляет генеральную совокупность
- ошибки регистрации — возникают в результате неправильного установления фактов или неправильной их записи и подразделяются на случайные и систематические.

Случайные — могут быть обусловлены невнимательностью или низкой квалификацией работника.

Систематическая ошибка - понятие математической статистики: ошибка, которая постоянно либо преувеличивает, либо преуменьшает результаты измерений (оценок наблюдаемых величин) вследствие воздействия определенных факторов, систематически влияющих на эти измерения и изменяющих их в одном направлении (например, в отличие от случайных ошибок). Систематические ошибки более опасны, так как они могут повлиять на итоговые показатели.

## 1.6 Графическое представление статистических данных

Статистические данные могут быть представлены в виде статистических таблиц, статистических графиков и статистических диаграмм.

Статистические таблицы оформляются в результате сводки и группировки имеющихся данных проведенного наблюдения. Статистические таблицы обязательно содержат итоговые показатели и состоят из подлежащего и сказуемого.

Подлежащее таблицы показывает, о чем идет речь в таблице, оно расположено слева и представляет собой содержание строк.

Сказуемое таблицы расположено сверху и представляет собой содержание графа. Сказуемое показывает, какими признаками характеризуется подлежащее.

Статистические графики — это самая эффективная форма представления статистических данных с точки зрения их восприятия.

Графиком называют условное, наглядное изображение статистических величин и их соотношений при помощи геометрических линий и фигур.

Каждый график должен включать следующие элементы: графический образ, поле графика, масштабные ориентиры и систему координат.

Графический образ — геометрические знаки, совокупность точек, линии, фигуры, с помощью которых изображаются статистические величины.

Поле графика представляет собой пространство, в котором размещаются геометрические знаки.

Масштабные ориентиры статистического графика определяются масштабом и масштабной шкалой.

Масштаб статистического графика — это мера перевода числовой величины в графическую.

Масштабная шкала — линия, определенные точки которой могут быть прочитаны как определенные числа. Шкала состоит из линии (носителя шкалы) и ряда намеченных на ней точек, расположенных в определенном порядке.

Для размещения геометрических знаков в поле графика необходима система координат. Наиболее распространена система прямоугольных координат.

По способу построения графики делятся на линейные графики, диаграммы, картограммы, картодиаграммы.

К классу линейных графиков относятся: полигон, кумулята и кривая Лоренца.

Полигоном называют ломаную линию, отрезки которой соединяют точки  $(x, f)$ , где  $x$  — значение признака;  $f$  — частота. Полигон применяют для дискретного ряда распределения.

Кумулята — ломаная, составленная по накопленным частотам или частостям, координатами точек которой являются  $(x, f)$ , где  $x$  — значение признака, для интервального ряда — верхняя граница значений  $x$ ;  $f$  — накопленная частота. Начальная точка ломаной интервального ряда распределения — нижняя граница значения  $(x, f)$  в первой группе.

Кривой Лоренца, или кривой концентрации, называют кривую относительной концентрации суммарного значения признака. Она представляет собой ломаную, координатами точек которой на оси абсцисс являются накопленные относительные частоты, а на оси ординат — накопленное (нарастающим итогом) значение признака  $x$ .

Чем ближе кривая Лоренца к прямой линии, тем распределение признака более равномерное, т.е. концентрация меньше. Чем кривизна кривой больше, тем распределение более неравномерное, т.е. концентрация больше.

Статистические диаграммы — это прежде всего гистограмма (столбиковая диаграмма), а также другие диаграммы: полосовые, ленточные, круговые, линейные, квадратные, секторные, фигурные и др.

Гистограмма — это ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основания которых равны величине интервала в группе, а высоты — плотности в группе (абсолютной или относительной).

При построении столбиковых диаграмм данные изображаются в виде столбиков одинаковой ширины, но различной высоты, в зависимости от числовых значений изображаемых величин по определенному масштабу.

Разновидностью столбиковых диаграмм являются ленточные и полосовые диаграммы. Они изображают размеры признака в виде расположенных по горизонтали прямоугольников одинаковой ширины, но различной длины, пропорционально изображаемым величинам. Начало полос должно находиться на одной и той же вертикальной линии.

Секторные диаграммы удобно использовать для изображения структуры явления, в этом случае круг делится на секторы, пропорциональные долям частей явлений. Круг принимается за целое (100%) и разбивается на секторы, дуги которых пропорциональны значениям отдельных частей изображаемых величин.

Для графического изображения пространственного распределения какого-либо статистического показателя применяют картограммы, которые бывают фоновые и точечные.

Картограмма — это сочетание диаграммы с географической картой.

На фоновых картограммах распределение изучаемого явления по территории изображается различными раскрасками территориальных единиц с разной плотностью цвета или штриховкой различной интенсивности.

На точечной картограмме символами графического изображения статистических данных являются точки, размещенные в пределах определенных территориальных единиц. Каждой точке придается конкретное числовое значение.

Картограмма применяется в тех случаях, когда возникает необходимость показать территориальное распределение какого-нибудь одного статистического признака в совокупности для выявления закономерности распределения этого признака.

*При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:*

1. Укажите предмет, цели, задачи статистики
2. Каковы основные принципы деятельности Росстата?
3. Дайте формулировку закона больших чисел
4. Определите понятие статистической совокупности
5. Охарактеризуйте понятие «статистическая закономерность»
6. Перечислите и охарактеризуйте специфические методы статистического изучения общественных явлений
7. Перечислите и охарактеризуйте этапы статистического исследования, покажите их единство и взаимосвязь.
8. Определите понятие «статистические показатели»
9. Что такое программа наблюдения?
10. Какие бывают ошибки статистического наблюдения?
11. Что такое ошибки репрезентативности?
12. Выделите основные классификации признаков, используемые в статистике.
13. Охарактеризуйте роль и значение комбинационных таблиц при изучении взаимосвязей социально-экономических явлений.

## 2. Абсолютные и относительные величины

Статистические показатели являются результатом каждого этапа процесса статистического исследования — статистического наблюдения, сводки и группировки данных, их последующей обработки и анализа.

Методология расчета и интерпретация того или иного показателя зависят от его вида и формы выражения.

Статистический показатель представляет собой количественную характеристику социально-экономических явлений и процессов в условиях качественной определенности. Качественная определенность показателя заключается в том, что он непосредственно связан с внутренним содержанием изучаемого явления или процесса, его сущностью.

В зависимости от характера исходных данных и методологии исчисления статистические показатели могут быть выражены в форме абсолютных, относительных и средних величин.

Абсолютными величинами называются количественные сведения обо всех сторонах, как общественной жизни, так и явлений природы.

В зависимости от размеров изучаемых явлений абсолютные величины бывают индивидуальные и суммарные. Абсолютные величины являются именованными числами и выражаются в натуральных, стоимостных и условных измерителях.

Например, объем продукции из натуральных единиц в условно-натуральные пересчитывается по формуле

$$Y_{\text{усл.-нат.}} = K \cdot Y_{\text{нат.}}$$

где  $Y_{\text{усл.-нат.}}$  — объем продукции в условно-натуральных единицах;

$Y_{\text{нат.}}$  — объем продукции в натуральных единицах;

$K$  — коэффициент пересчета.

Относительные величины представляют собой отношение одних абсолютных показателей к другим. Величина, с которой производится сравнение (знаменатель дроби), обычно называется базой сравнения или основанием.

В зависимости от целей исследования и исходной информации относительные величины выражаются:

- в коэффициентах, если основание принимается за 1;
- в процентах, если основание принимается за 100;
- в промилле, если основание принимается за 1000;
- в протодимилле, если основание принимается за 10000.

Чаще всего все виды относительных величин выражаются в процентах. Для этого необходимо каждый относительный показатель умножить на 100%.

Существуют следующие виды относительных величин: динамики; структуры; сравнения; выполнения плана или договорных обязательств; выполнения планового задания; координации; интенсивности.

*Относительная величина динамики (ОВД)* или темп изменения (роста или уменьшения) показывает изменение явлений во времени, характеризует рост или снижение каких-либо показателей в сравниваемых периодах времени.

Базой сравнения является первоначальный или предыдущий периоды времени (день, месяц, квартал, полугодие, год...).

$$ОВД = \frac{\text{Текущий показатель}}{\text{Предшествующий или базисный показатель}}$$

Относительные величины динамики или темпы роста, исчисленные по отношению к первоначальному периоду (постоянной базе сравнения), называются базисными.

Относительные величины динамики или темпы роста, исчисленные к предыдущему периоду (переменной базе сравнения) называются цепными.

*Относительная величина структуры (ОВС)* показывает отношение частей к целому или отношение отдельных групп ко всей совокупности:

$$ОВС = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности в целом}}$$

Рассчитанные величины, соответственно называемые долями или удельными весами, показывают, какой долей обладает часть совокупности или какой удельный вес имеет та или иная часть в общем итоге статистической совокупности. Относительные величины структуры в сумме всегда составляют 100%.

*Относительная величина сравнения (ОВСр)* сопоставляет уровни одноименных показателей, относящихся к различным объектам наблюдения, взятым на один и тот же момент или за один и тот же период времени:

$$ОВСр = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект А}}{\text{Показатель, характеризующий объект Б}}$$

*Относительная величина выполнения плана или договорных обязательств (ОВВП)* показывает отношение фактических показателей к плановым или договорным:

$$ОВВП = \frac{\text{Показатель, достигнутый в } i - \text{ периоде}}{\text{Показатель, планируемый на } i - \text{ период}}$$

*Относительная величина выполнения планового задания (ОВВПЗ)* показывает отношение показателя планового задания на предстоящий период к фактическому выполнению плана за базисный (первоначальный) период:

$$ОВВПЗ = \frac{\text{Показатель, планируемый на } (i+1) \text{ период}}{\text{Показатель, достигнутый в } i - \text{ м периоде}}$$

*Относительная величина координации (ОВК)* представляет собой одну из разновидностей показателя сравнения и показывает характеристику соотношения между отдельными частями статистической совокупности:

$$ОВК = \frac{\text{Показатель, характеризующий } i - \text{ ю часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности, выбранную в качестве базы сравнения}}$$

При этом в качестве базы сравнения выбирается та часть совокупности, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной или какой-либо другой точки зрения. В результате получают, во сколько раз данная часть больше базисной или сколько процентов от нее составляет, или сколько единиц данной структурной части приходится на 1 единицу (или 100, 1000 единиц) базисной структурной части.

*Относительная величина интенсивности (ОВИ)* характеризует степень распространенности или развития того или иного явления в определенной среде:

$$ОВИ = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление } A}{\text{Показатель, характеризующий среду распространения явления } A}$$

Относительный показатель интенсивности обычно рассчитывают в тех случаях, когда абсолютная величина оказывается недостаточной для формулировки обоснованных выводов о масштабах явления, его размерах, насыщенности, плотности распространения.

Относительные величины интенсивности характеризуют уровень экономического развития страны.

*При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:*

Как получают абсолютные величины?

В каких единицах измеряются натуральные, ценностные, условно-натуральные абсолютные величины?

В чем измеряются относительные величины?

Как построены относительные величины динамики, структуры, координации, сравнения, выполнения плана, интенсивности?

Какие способы графического изображения абсолютных и относительных величин обычно используются?

### 3. Средние величины и измерение вариации

На этапе статистической обработки могут быть поставлены самые различные задачи исследования, для решения которых нужно выбрать соответствующую среднюю. При этом необходимо руководствоваться следующим правилом: величины, которые представляют собой числитель и знаменатель средней, должны быть логически связаны между собой.

Формы и виды средних величин приведены в таблице 4.

Таблица 4 - Формы и виды средних величин

Формы средних величин	Виды средних величин	
	Простая	Взвешенная
Средняя арифметическая	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$
Средняя гармоническая	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	$\bar{x} = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$
Средняя квадратическая	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$
Средняя геометрическая	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot f_1 \cdot x_2 \cdot f_2 \cdot \dots \cdot x_n \cdot f_n}$

Рекомендации при использовании средних величин:

-Совокупность, по которой производится обобщение, должна быть однородной;

-Необходимо обеспечить исчерпывающий учет единиц совокупности;

-При расчете средних необходимо учитывать своеобразие и взаимосвязь признаков и использовать их в совокупности с другими статистическими показателями;

-Порядок расчета средних сохраняется независимо от уровня обобщения.

Для расчета средних первичных признаков используется простая средняя.

Для расчета средних вторичных признаков используется взвешенная средняя.

Взвешенная средняя может быть рассчитана для первичных признаков, если они представлены в сгруппированном виде.

Несгруппированные данные осредняются по простой средней.

Вариация – это различие значений признака у отдельных единиц изучаемой совокупности в один и тот же период или момент времени.

Вариация отражает колеблемость индивидуальных значений признака.

Вариация отражает неравномерность развития единиц совокупности.

Важнейшей частью статистического анализа является построение рядов распределения (структурной группировки) с целью выделения характерных свойств и закономерностей изучаемой совокупности.

Ряд распределения – упорядоченное распределение единиц совокупности по возрастающим или убывающим значениям признака и подсчет единиц с тем или иным значением признака.

Если за основу группировки взят качественный признак, то такой ряд распределения называют атрибутивным (распределение по видам труда, по полу, по профессии, по религиозному признаку, национальной принадлежности и т.д.).

Ряд распределения, построенный по количественному признаку – вариационный ряд.

Виды вариационных рядов:

-дискретные, в которых значения варьирующего признака выражены в виде вполне определенных величин (обычно целых);

-интервальные, в которых значения варьирующего признака представлены в виде интервалов, например: размер дохода, стаж работы, стоимость основных фондов предприятия и т.д. Признак в определенных границах может принимать любые значения.

Дискретный вариационный ряд представляет таблицу, которая состоит из двух граф. В первой графе указывается конкретное значение признака, а во второй - число единиц совокупности с определенным значением признака.

Для интервальных рядов признак имеет непрерывное изменение в определенных границах (размер дохода, стаж работы, стоимость основных фондов предприятия и т.д.), групповая таблица также имеет две графы. В первой указывается значение признака в интервале «от - до» (варианты), во второй - число единиц, входящих в интервал (частота). Пример приведен для ряда распределения населения региона по размеру среднедушевого дохода семьи в месяц в таблице 5.

Таблица 5 - Группы населения региона по размеру среднедушевого денежного дохода в месяц, в тыс. руб.

/п	Группы населения по размеру среднедушевого денежного дохода в месяц	Численность населения	
		Всего, тыс. чел.	В % к итогу
	До 40	2,4	1,6
	40-80	23,4	15,8
	80-120	34,8	23,5
	120-160	29,4	19,8
	160-200	20,7	13,9
	200-240	13,5	9,1
	240-280	8,7	5,9
	280 и более	15,5	10,4
	Всего	148,4	100

*Элементы вариационного ряда:*

-Варианты – значения, которые принимает исследуемый признак.

-Частоты – абсолютная численность отдельных групп с различными значениями признака.

-Частости – удельные веса (доли) отдельных групп в общей численности совокупности.

К вариантам графического представления вариационного ряда относятся:

-Полигон распределения;

-Гистограмма – столбиковая диаграмма, для построения которой на оси абсцисс откладывают отрезки, равные величине интервалов вариационного ряда;

-Кумулята распределения строится по накопленным частотам (частостям).

Накопленные частоты (частости) определяются последовательным суммированием частот (частостей).

Графическое изображение вариационного ряда представлено на рисунках 1-3 ниже.

# Графики вариационных рядов

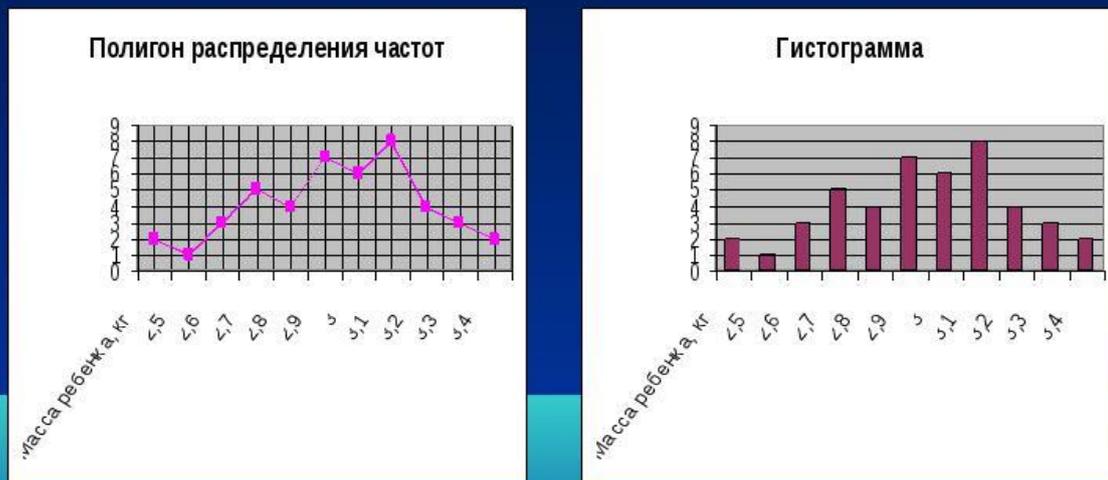


Рис. 1 - Графическое изображение вариационного ряда

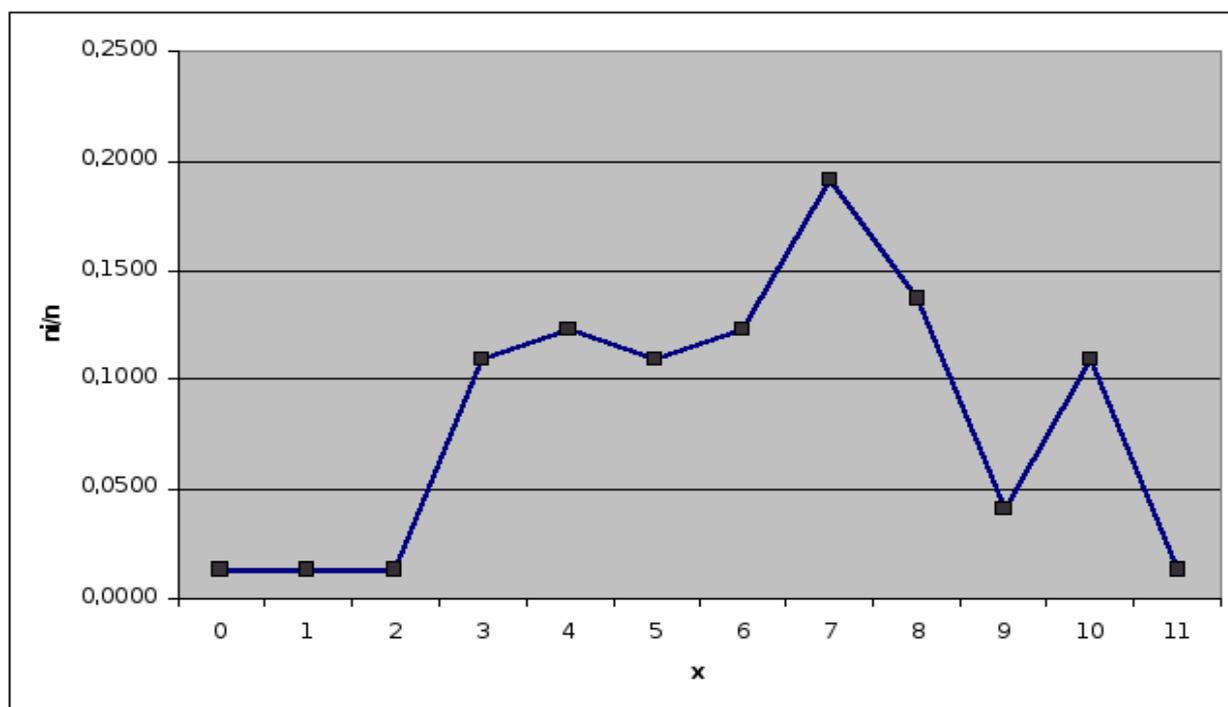


Рис.2 - Полигон распределения

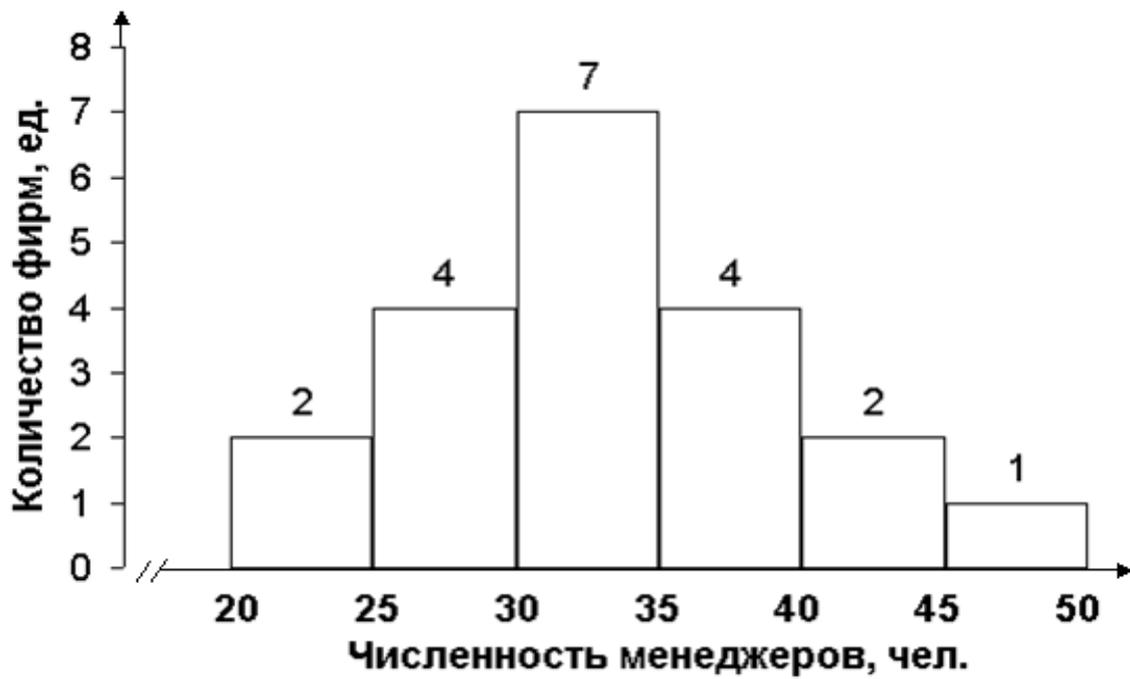


Рис. 3 - Гистограмма распределения



Рис. 4 - Кумулята распределения

## Показатели вариации

Для измерения вариации признака используют как абсолютные, так и относительные показатели. Абсолютные показатели вариации - это размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Формулы расчета данных показателей приведены ниже.

Размах вариации:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Среднее линейное отклонение:

а) для несгруппированных данных:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$$

б) для сгруппированных данных:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| \cdot f}{\sum f}$$

Дисперсия:

а) для несгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

б) для сгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}$$

Среднее квадратическое отклонение:

а) для несгруппированных данных:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

б) для сгруппированных данных:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}}$$

К *относительным показателям вариации* относится коэффициент вариации  $V$ , который позволяет оценить степень однородности статистической совокупности. Его выражают в процентах и рассчитывают следующим образом:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Шкала значений коэффициента вариации для оценки степени однородности совокупности представлена в таблице 6.

Таблица 6 - Шкала значений коэффициента вариации для оценки степени однородности совокупности

Коэффициент вариации, %	Степень однородности совокупности
До 30	однородная
30-60	средняя
60 и более	неоднородная

Для характеристики структуры статистической совокупности применяются показатели, которые называют *структурными средними*. К ним относятся мода и медиана.

*Мода* – наиболее часто встречающееся в данной совокупности значение признака. В дискретном ряду мода – вариант с наибольшей частотой. В интервальном ряду мода определяется по формуле:

$$Mo = x_0 + i \cdot \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})}$$

Где  $x_0$  – нижняя граница модального интервала;

$i$  – величина модального интервала;

$f_m$  – частота модального интервала;

$f_{m-1}$  – частота интервала, предшествующего модальному;  
 $f_{m+1}$  – частота интервала, следующего за модальным.

*Медиана* – то значение признака, которое находится в середине упорядоченного ряда и делит совокупность на две равные части. В дискретном ряду медиана определяется по сумме накопленных частот, которая должна превышать половину всей численности совокупности. В дискретном ряду для определения медианного значения признака находят номер медианной единицы ряда:

$$N_m = \frac{n+1}{2}$$

где  $n$  – объем совокупности.

В интервальном ряду медиана определяется по формуле:

$$Me = x_0 + i \cdot \frac{\frac{1}{2} \sum f - S_{me-1}}{f_{me}}$$

где:  $x_0$  – нижняя граница медианного интервала;

$i$  – величина медианного интервала;

$f_{me}$  – частота медианного интервала;

$S_{me}$  – накопленная частота интервала, предшествующего медианному;

Форму распределения характеризуют показатели асимметрии и эксцесса. Коэффициент асимметрии характеризует симметричность распределения. Коэффициент эксцесса – характеристика «подъема, крутости» кривой распределения.

Коэффициент асимметрии:

$$As = \frac{M_3}{\sigma^3}$$

Где  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение,

$M_3$  – центральный момент 3-го порядка, который рассчитывается по следующей формуле:

$$M_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 \cdot f}{\sum f}$$

Коэффициент эксцесса:

$$Ex = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3$$

Где  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение,  
 $M_4$  – центральный момент 4-го порядка, который рассчитывается по следующей формуле:

$$M_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 \cdot f}{\sum f}$$

Для нормального распределения  $As=0$ . Если  $As<0$ , асимметрия левосторонняя. Если  $As>0$ , асимметрия правосторонняя. Если  $|As|<0,25$ , то асимметрия незначительная. Если  $|As|>0,5$ , асимметрия значительная.

Для нормального распределения  $Ex=0$ . При  $Ex>0$  (положительный эксцесс) распределение является более островершинным, чем нормальное распределение. При  $Ex<0$  (отрицательный эксцесс) распределение является более пологим, чем нормальное распределение.

Положительный эксцесс свидетельствует о том, что в совокупности есть слабо варьирующее по данному признаку «ядро». Чем круче распределение, тем ярче проявляется закономерность в формировании значений показателей.

В плосковершинном распределении единицы рассеяны по всем значениям признака более равномерно. При существенном отрицательном эксцессе результаты анализа ненадежны. Значительный отрицательный эксцесс может указывать на качественную неоднородность совокупности. Иллюстрации данных положений приведены на рисунках ниже.

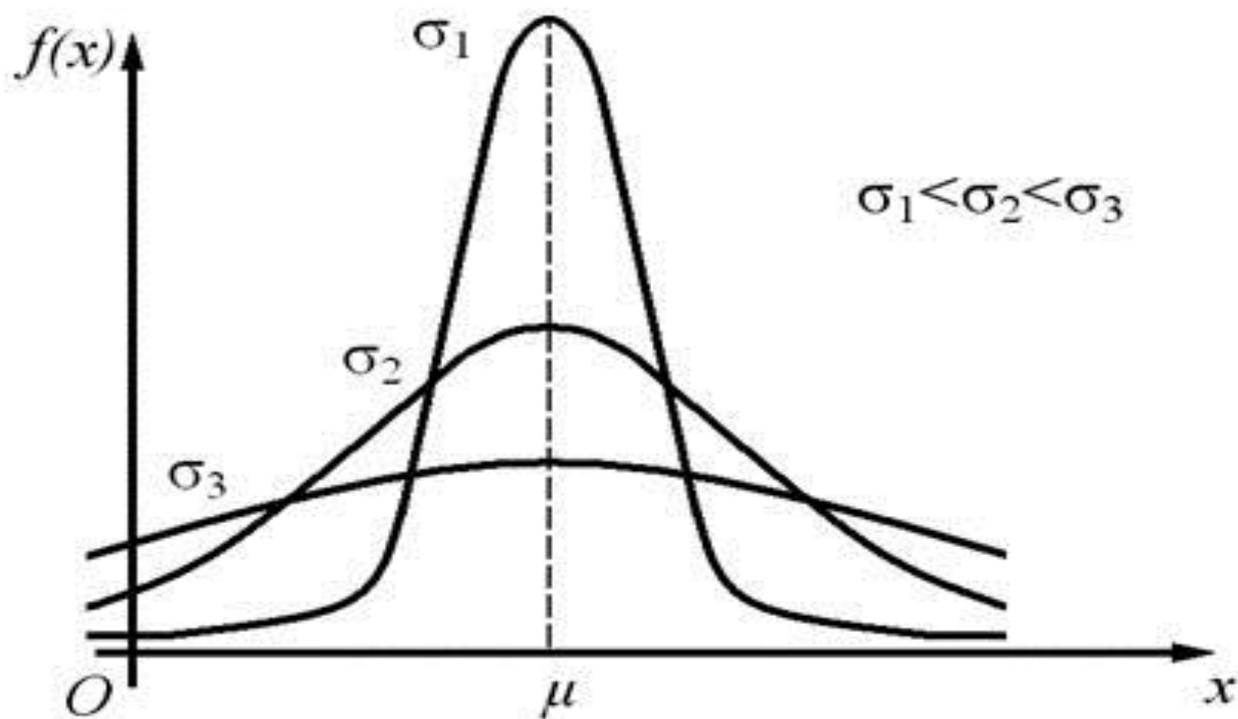


Рис.5 - Форма распределения при различных значениях  $\sigma$ .

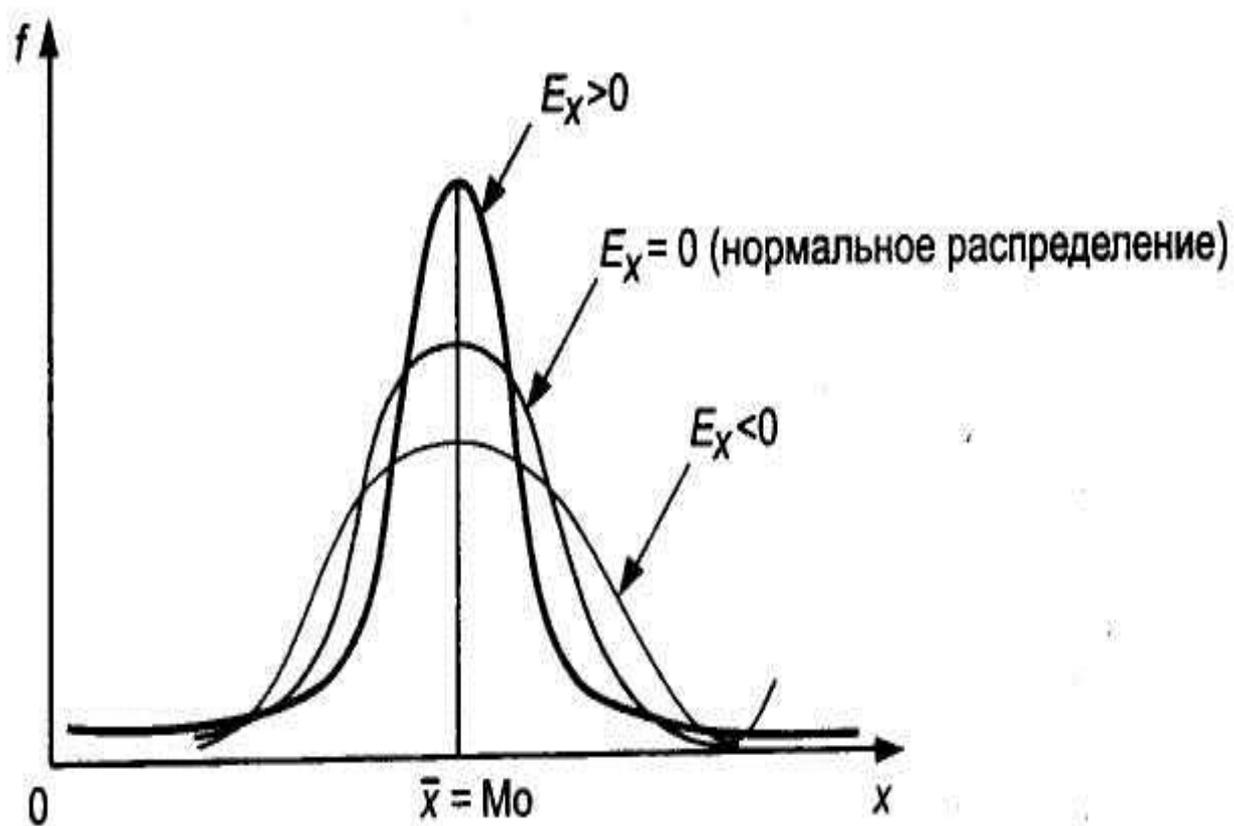


Рис.6- Форма распределения при различных значениях  $E_x$

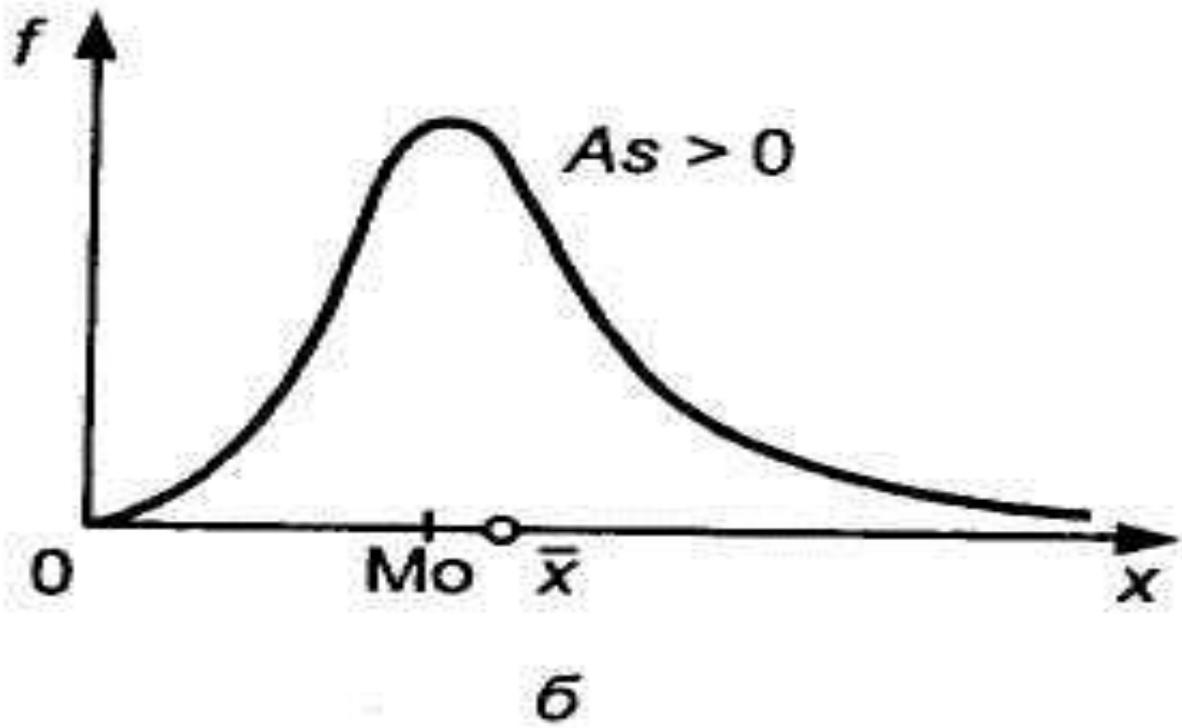


Рис.7 - Правосторонняя асимметрия

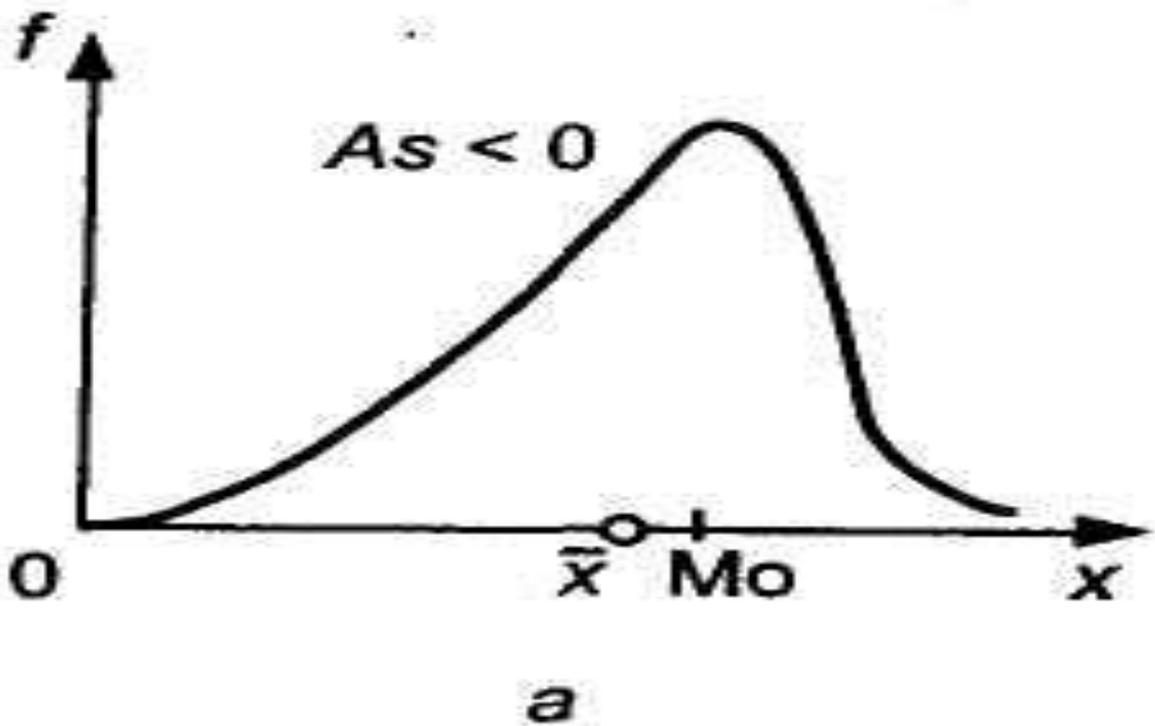


Рис. 8 – Левосторонняя асимметрия

Вышеуказанные характеристики статистических распределений используются при анализе вариационных рядов распределения признаков социально-экономических явлений.

*При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:*

Дайте определение понятию средних величин

Назовите условия научного применения средних.

Перечислите виды средних величин, способы их расчета

Объясните выбор вида взвешенной средней (арифметической или геометрической) при вычислении средних значений вторичных признаков

Охарактеризуйте структурные средние: моду, медиану и основные математические свойства характеристик центра распределения

Что такое ряд распределения, какие их виды различают?

Приведите примеры графического изображения вариационных рядов

Перечислите статистические характеристики вариации и формы распределения

#### 4. Выборочное наблюдение

Выборочное наблюдение – это научно обоснованный способ несплошного наблюдения, при котором обследуется не вся совокупность, а лишь часть ее, отобранная по определенным правилам выборки и обеспечивающая получение данных, характеризующих всю совокупность в целом.

Генеральная совокупность – полный круг единиц исследуемой совокупности.

Выборочная совокупность – часть генеральной совокупности, которая выбрана в случайном порядке и включена в обследование.

Выборочное наблюдение – вид несплошного статистического наблюдения, основанного на принципе случайного (вероятностного) отбора.

Выборочные показатели (оценки) – обобщающие числовые характеристики, получаемые при разработке итогов выборочного обследования. Различают два основных вида:

- среднее значение какого-либо признака единиц совокупности;
- показатель доли единиц в составе выборочной совокупности, отвечающих установленному критерию по какому-либо признаку

Основа выборки – полный перечень единиц генеральной совокупности с указанием адресных данных и значений некоторых признаков. Используется она для отбора единиц в процессе формирования выборочной совокупности.

Ошибка репрезентативности (выборки)– различие между выборочным показателем и тем значением параметра генеральной совокупности, который был бы получен при сплошном наблюдении всех единиц генеральной совокупности.

Ошибка наблюдения (регистрации)– погрешности, возникающие вследствие неправильной записи ответов в формулярах наблюдения.

Выборочная дисперсия – вычисленная по выборочной совокупности дисперсия, являющаяся смещенной оценкой дисперсии по генеральной совокупности.

Повторная выборка– выборка, при которой процедурой отбора предусмотрен возврат каждой отобранной единицы в генеральную совокупность.

Предельная ошибка выборки – предельно возможная величина расхождения между значением конкретного показателя по генеральной и выборочной совокупности.

Средняя (стандартная) ошибка выборки – базовая количественная характеристика точности оценивания выборочных показателей, определяет среднюю величину возможного отклонения выборочного показателя от его величины по генеральной совокупности.

Трактовка данных как выборочных является основой деления статистики на описательную (дескриптивную) и выводную (аналитическую).

Описательная статистика является инструментом описания совокупности, по которой у исследователя полностью имеются исходные данные.

Аналитическая статистика – позволяет по данным выборки делать заключения о большей совокупности, по которой исследователь не имеет исчерпывающих наблюдений.

Преимущества выборочного наблюдения:

- Выигрыш во времени.
- Снижаются затраты на сбор и обработку данных.
- Снижается риск ошибки регистрации.
- Выборочный метод – единственный метод при испытаниях, связанных с уничтожением продукции.

Порядок проведения выборочного наблюдения:

Определение единицы наблюдения и границ генеральной совокупности.

Составление программы наблюдения и инструкций.

Определение основы для проведения выборки – списка единиц генеральной совокупности, сведений об их размещении и т.д.

Установление допустимого размера погрешности и определения объема выборки.

Обоснование выбора метода и способа отбора единиц в выборку.

Установление сроков проведения наблюдения.

Определение потребности в кадрах, их подготовка.

Отбор единиц в выборку.

Сбор информации по единицам выборочной совокупности, проверка полноты охвата отобранных единиц.

Построение обобщающих показателей на основе выборки.

Расчет ошибки выборки.

Распространение результатов выборочного наблюдения на генеральную совокупность с определенной вероятностью.

Способы отбора единиц в выборку:

- Повторный;
- Бесповторный

Виды выборки:

- Собственно-случайная выборка
- Механическая (периодическая) выборка
- Районированная (типическая) выборка
- Гнездовая (серийная) выборка
- Многоступенчатая выборка
- Многофазовая выборка.

Собственно-случайная (простая случайная) выборка есть отбор единиц из генеральной совокупности путем случайного отбора, но при условии равной вероятности выбора любой единицы из генеральной совокупности. Отбор проводится методом жеребьевки или по таблице случайных чисел.

Механическая (периодическая) выборка представляет собой отбор единиц через равные промежутки (по алфавиту, через временные промежутки, по пространственному способу и т.д.). При проведении механического отбора генеральная совокупность разбивается на равные по численности группы, из которых затем отбирается по одной единице.

Районированная (типическая или стратифицированная) выборка предполагает разделение неоднородной генеральной совокупности на типологические или районированные группы по какому-либо существенному признаку, после чего из каждой группы производится случайный отбор единиц.

Для серийной (гнездовой) выборки характерно то, что генеральная совокупность первоначально разбивается на определенные равновеликие или неравновеликие серии (единицы внутри серий связаны по определенному признаку), из которых путем случайного отбора отбираются серии и затем внутри отобранных серий проводится сплошное наблюдение.

Многоступенчатая выборка есть образование внутри генеральной совокупности вначале крупных групп единиц, из которых образуются группы, меньшие по объему, и так до тех пор, пока не будут отобраны те группы или отдельные единицы, которые необходимо исследовать.

Многофазный – в отличие от многоступенчатого предполагает сохранение одной и той же единицы отбора на всех этапах его проведения, при этом отобранные на каждой стадии единицы подвергаются обследованию (на каждой последующей стадии отбора программа обследования расширяется).

Тип и способы выборки прямо зависят от поставленных целей и гипотез исследования. Чем конкретнее цель и чем яснее сформулированы гипотезы, тем правильнее будет решен вопрос о выборке. Чем больше свойств данного объекта принимается во внимание в их сочетании, а не изолировано, тем больше должен быть объем выборки.

Ошибки выборки бывают систематические и случайные, они возникают в результате неправильного установления фактов или неправильной их записи.

Случайные ошибки — могут быть обусловлены невнимательностью или низкой квалификацией работника.

Систематические ошибки более опасны, так как они могут повлиять на итоговые показатели.

Цель выборочного наблюдения — установить, с какой величиной отклоняется значение выборочной средней от средней генеральной, т.е.

какова ошибка выборочного наблюдения. Эти ошибки называются ошибками репрезентативности или представительности. Репрезентативность (представительство) выборки означает, что структура выборки должна быть близка к структуре генеральной совокупности, т.е. выборка должна состоять из тех же типов и в той же пропорции, что и генеральная совокупность. Если структура выборки не соответствует структуре генеральной совокупности, то при оценке характеристик (параметров) будут допущены ошибки репрезентативности. Между тем строго репрезентативную выборку по всем важным для проблематики исследования параметрам обеспечить невозможно, и поэтому следует гарантировать репрезентацию по главному направлению анализа данных.

Мерой подобия выборочной модели структуре генеральной совокупности оценивается ошибка выборки, а пределы допустимой ошибки зависят от целей исследования.

В дальнейшем изложении будут использоваться обозначения, приведенные в таблице 7.

Таблица 7 - Условные обозначения показателей выборочного исследования

Показатели	Генеральная совокупность	Выборка
Объем совокупности	$N$	$n$
Средняя	$\bar{x}$	$\tilde{x}$
Численность единиц, обладающих обследуемым качеством	$M$	$m$
Доля единиц, обладающих обследуемым качеством	$p = \frac{M}{N}$	$w = \frac{m}{n}$
Дисперсия	$\sigma^2$	$S^2$

Величина средней ошибки в условиях большой выборки ( $n > 30$ ) рассчитывается по известным из теории вероятностей формулам, приведенным в таблице 8.

Таблица 8 - Средняя (стандартная) ошибка выборки для случайного отбора

Стандартная ошибка	Способ отбора	
	Повторный	Бесповторный
Средней величины	$Se_{(\bar{x})} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}}$	$Se_{(\bar{x})} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Относительной величины	$Se_{(w)} = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$	$Se_{(w)} = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Величины  $\sigma$  и  $p$  по генеральной совокупности неизвестны. В условиях большой выборки их заменяют величинами  $S$  (выборочная дисперсия) и  $w$  (выборочная доля), рассчитанными по выборочным данным.

Формулы для расчета средней (стандартной) ошибки выборки для случайного отбора представлены в таблице 9.

Таблица 9 - Средняя (стандартная) ошибка выборки для случайного отбора

Стандартная ошибка	Способ отбора	
	Повторный	Бесповторный
Средней величины	$Se_{(\bar{x})} = \sqrt{\frac{S^2}{n}}$	$Se_{(\bar{x})} = \sqrt{\frac{S^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Относительной величины (доли)	$Se_{(w)} = \sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n}}$	$Se_{(w)} = \sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Факторы, влияющие на размер случайной ошибки выборки:

- Размер выборочной совокупности.
- Доля выборочной совокупности в объеме генеральной совокупности.
- Дисперсия генеральной совокупности.

-

*Предельная (доверительная) ошибка выборки* рассчитывается по формуле:

$$\Delta = t \cdot Se$$

Где  $t$  - нормированное отклонение (коэффициент доверия), который определяется по таблице значений интеграла вероятностей,

$Se$  - средняя (стандартная) ошибка выборки.

*Относительная ошибка выборки* определяется как процентное соотношение предельной ошибки выборки к соответствующей характеристике выборочной совокупности.

Наиболее часто встречающиеся уровни доверительной вероятности и соответствующие им значения  $t$  приведены в таблице 10.

Таблица 10 Уровни доверительной вероятности и соответствующие им значения  $t$ .

$F(t)$	0,683	0,950	0,954	0,990	0,997
$t$	1,00	1,96	2,00	2,58	3

Когда требуется повышенная точность результатов исследования, допускается ошибка до 3% , обычная точность – 3-10%, приближенная – 10-20%, ориентировочная – 20-40%, прикидочная – более 40%.

Порядок установления пределов, в которых находится показатель в генеральной совокупности:

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}$$

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w$$

Формулы для определения необходимого объема выборки при заданном уровне вероятности приведены в таблице 11.

Таблица 11 - Определение объема выборки

Определение объема выборки для оценки:	Способ отбора	
	Повторный	Бесповторный
Средней величины	$n = \frac{t^2 \cdot S^2}{\Delta_{\tilde{x}}^2}$	$n = \frac{t^2 \cdot S^2 \cdot N}{\Delta_{\tilde{x}}^2 \cdot N + t^2 \cdot S^2}$
Относительной величины (доли)	$n = \frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w)}{\Delta_w^2}$	$n = \frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot N}{\Delta_w^2 \cdot N + t^2 \cdot w \cdot (1-w)}$

На практике объем выборки рассчитывают вначале по формуле для повторного отбора. Если полученное значение  $n_{\text{повт}}$  превышает 5% численности генеральной совокупности, то расчет проводят по формуле для бесповторного отбора.

Распространение данных выборки на генеральную совокупность происходит следующим образом. С вероятностью  $F(t)$  оцениваемый

выборочным исследованием показатель  $\bar{x}$  (среднее значение признака) в генеральной совокупности будет находиться в пределах:

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}$$

Пределы, в которых будет находиться среднее значение доли единиц, обладающих определенным признаком, в генеральной совокупности с вероятностью  $F(t)$  можно рассчитать следующим образом:

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w$$

Таким образом, выборочное исследование позволяет с определенной вероятностью оценить средние значения в генеральной совокупности.

*При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:*

1. Объясните понятие «генеральная совокупность» и «выборочная совокупность»
2. Укажите причины применения выборочного метода
3. Что такое репрезентативность выборки?
4. Какие используют способы отбора, обеспечивающие репрезентативность выборки
5. Укажите разницу между стандартной ошибкой выборки и предельной ошибкой выборки
6. Каким образом осуществляется распространение результатов выборочного наблюдения на генеральную совокупность
7. Как рассчитывается необходимая численность выборки?

## 5. Статистическое изучение взаимосвязи признаков

Важнейшей целью статистики является изучение объективно существующих связей между явлениями. В ходе статистического исследования этих связей необходимо выявить причинно-следственные зависимости между показателями, т.е. насколько изменение одних показателей зависит от изменения других показателей.

Существует две категории зависимостей (функциональная и корреляционная) и две группы признаков (признаки-факторы и результативные признаки). В отличие от функциональной связи, где существует полное соответствие между факторными и результативными признаками, в корреляционной связи отсутствует это полное соответствие.

Корреляционная связь - это связь, где воздействие отдельных факторов проявляется только как тенденция (в среднем) при массовом наблюдении фактических данных. Примерами корреляционной зависимости могут быть зависимости между размерами активов банка и суммой прибыли банка, ростом производительности труда и стажем работы сотрудников.

### Корреляционно-регрессионный метод анализа

Наиболее простым вариантом корреляционной зависимости является парная корреляция, т.е. зависимость между двумя признаками (результативным и факторным или между двумя факторными). Математически эту зависимость можно выразить как зависимость результативного показателя  $y$  от факторного показателя  $x$ . Связи могут быть прямые и обратные. В первом случае с увеличением признака  $x$  увеличивается и признак  $y$ , при обратной связи с увеличением признака  $x$  уменьшается признак  $y$ .

Важнейшей задачей является определение формы связи с последующим расчетом параметров уравнения, или, иначе, нахождение уравнения связи (уравнения регрессии).

Могут иметь место различные формы связи:

1) прямолинейная:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x$$

2) криволинейная в виде:

а) параболы второго порядка (или высших порядков):

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$$

б) гиперболы:

$$\bar{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}$$

в) показательной функции:

$$\bar{y}_x = a_0 \cdot a_1^x$$

и т.д.

Параметры для всех этих уравнений связи, как правило, определяют из системы нормальных уравнений, которые должны отвечать требованию метода наименьших квадратов (МНК):

$$\begin{aligned} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum x &= \sum y \\ a_0 \cdot \sum x + a_1 \cdot \sum x^2 &= \sum x \cdot y \end{aligned}$$

Если связь выражена параболой второго порядка ( $\bar{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$ ), то систему нормальных уравнений для отыскания параметров  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  (такую связь называют множественной, поскольку она предполагает зависимость более чем двух факторов) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum x + a_2 \cdot \sum x^2 &= \sum y \\ a_0 \cdot \sum x + a_1 \cdot \sum x^2 + a_2 \cdot \sum x^3 &= \sum x \cdot y \\ a_0 \cdot \sum x^2 + a_1 \cdot \sum x^3 + a_2 \cdot \sum x^4 &= \sum x^2 \cdot y \end{aligned}$$

Другая важнейшая задача - измерение тесноты зависимости - для всех форм связи может быть решена при помощи вычисления эмпирического корреляционного отношения  $\eta$ :

$$\eta = \frac{\delta}{\sigma} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}$$

где  $\delta^2 = \frac{\sum (y_x^2 - \bar{y})^2}{n}$  - дисперсия в ряду выравненных значений результативного показателя  $\bar{y}_x$ ,

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n} - \text{дисперсия в ряду фактических значений } y.$$

Для определения степени тесноты парной линейной зависимости служит линейный коэффициент корреляции  $r$ , для расчета которого можно использовать, например, две следующие формулы:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y})}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}$$

$$r = \frac{\sum x \cdot y - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{\left[ \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \cdot \left[ \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}}$$

Значение линейного коэффициента корреляции важно для исследования социально-экономических явлений и процессов, распределение которых близко к нормальному.

Линейный коэффициент корреляции может принимать значения в пределах от -1 до +1 или по модулю от 0 до 1. Чем ближе он по абсолютной величине к 1, тем теснее связь. Знак указывает направление связи: «+» - прямая зависимость, «-» имеет место при обратной зависимости.

*При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:*

Сравните функциональную и корреляционную зависимость

Как можно выявить наличие связи между явлениями социально-экономической жизни и их признаками?

Определите сущность коэффициента детерминации и эмпирического корреляционного отношения

Что такое корреляционное поле и корреляционная таблица?

Как осуществляется расчет параметров линейного уравнения регрессии по несгруппированным данным?

Определите экономическое содержание коэффициента регрессии

Для чего используют показатели тесноты корреляционной связи?

## **6. Анализ рядов динамики: ряды динамики, их виды и применение в анализе**

Изменение социально-экономических явлений во времени изучается статистикой методом построения и анализа динамических рядов. Ряды динамики - это значения статистических показателей, которые представлены в определенной хронологической последовательности.

Каждый динамический ряд содержит две составляющие:

1) показатели периодов времени (годы, кварталы, месяцы, дни или даты);

2) показатели, характеризующие исследуемый объект за временные периоды или на соответствующие даты, которые называют уровнями ряда.

Уровни ряда выражаются как абсолютными, так и средними или относительными величинами. В зависимости от характера показателей строят динамические ряды абсолютных, относительных и средних величин. Ряды динамики из относительных и средних величин строят на основе производных рядов абсолютных величин. Различают интервальные и моментные ряды динамики.

Динамический интервальный ряд содержит значения показателей за определенные периоды времени. В интервальном ряду уровни можно суммировать, получая объем явления за более длительный период, или так называемые накопленные итоги.

Динамический моментный ряд отражает значения показателей на определенный момент времени (дату времени). В моментных рядах исследователя может интересовать только разность явлений, отражающая изменение уровня ряда между определенными датами, поскольку сумма уровней здесь не имеет реального содержания. Накопленные итоги здесь не рассчитываются.

Важнейшим условием правильного построения динамических рядов является сопоставимость уровней рядов, относящихся к различным периодам. Уровни должны быть представлены в однородных величинах, должна иметь место одинаковая полнота охвата различных частей явления.

Для того, чтобы избежать искажения реальной динамики, в статистическом исследовании проводятся предварительные расчеты (смыкание рядов динамики), которые предшествуют статистическому анализу динамических рядов. Под смыканием рядов динамики понимается объединение в один ряд двух и более рядов, уровни которых рассчитаны по разной методологии или не соответствуют территориальным границам и т.д. Смыкание рядов динамики может предполагать также приведение абсолютных уровней рядов динамики к общему основанию, что нивелирует несопоставимость уровней рядов динамики.

## Показатели изменений уровней динамических рядов

Для характеристики интенсивности развития во времени используются статистические показатели, получаемые сравнением уровней между собой, в результате чего получаем систему абсолютных и относительных показателей динамики: абсолютный прирост, коэффициент роста, темп роста, темп прироста, абсолютное значение 1% прироста. Для характеристики интенсивности развития за длительный период рассчитываются средние показатели: средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний коэффициент роста, средний темп роста, средний темп прироста, среднее абсолютное значение 1% прироста.

Если в ходе исследования необходимо сравнить несколько последовательных уровней, то можно получить или сравнение с постоянной базой (базисные показатели), или сравнение с переменной базой (цепные показатели).

Базисные показатели характеризуют итоговый результат всех изменений в уровнях ряда от периода базисного уровня до данного (*i*-го) периода.

Цепные показатели характеризуют интенсивность изменения уровня от одного периода к другому в пределах того промежутка времени, который исследуется.

*Абсолютный прирост* выражает абсолютную скорость изменения ряда динамики и определяется как разность между данным уровнем и уровнем, принятым за базу сравнения.

Абсолютный прирост (базисный):

$$\Delta_{i(\sigma)} = y_i - y_0$$

где  $y_i$  - уровень сравниваемого периода;

$y_0$  - уровень базисного периода.

Абсолютный прирост с переменной базой (цепной), который называют скоростью роста:

$$\Delta_{i(u)} = y_i - y_0$$

где  $y_i$  - уровень сравниваемого периода;

$y_{i-1}$  - уровень предшествующего периода.

*Коэффициент роста*  $K_i$  определяется как отношение данного уровня к предыдущему или базисному, показывает относительную скорость

изменения ряда. Если коэффициент роста выражается в процентах, то его называют темпом роста.

Коэффициент роста базисный:

$$K_{i(\sigma)} = \frac{y_i}{y_0}$$

Коэффициент роста цепной:

$$K_{i(u)} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$$

Темп роста:

$$T_p = K_p \cdot 100\%$$

*Темп прироста  $T_n$*  определяется как отношение абсолютного прироста данного уровня к предыдущему или базисному.

Темп прироста базисный:

$$T_{n(\sigma)} = \frac{y_i - y_0}{y_0} \cdot 100\%$$

Темп прироста цепной:

$$T_{n(u)} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\%$$

Темп прироста можно рассчитать и иным путем: как разность между темпом роста (в процентах) и 100 % или как разность между коэффициентом роста и 1 (единицей):

$$1) T_n = T_p - 100\%$$

$$2) T_n = K_p - 1$$

*Абсолютное значение одного процента прироста  $A_i$* . Этот показатель служит косвенной мерой базисного уровня, представляя собой одну сотую часть базисного уровня, но одновременно представляет собой и отношение абсолютного прироста к соответствующему темпу роста.

Данный показатель рассчитывают по формуле:

$$A_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{T_{n/i-1}} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\%} = \frac{y_{i-1}}{100} = 0.01 \cdot y_{i-1}$$

Для характеристики динамики изучаемого явления за продолжительный период рассчитывают группу средних показателей динамики. Можно выделить две категории показателей в этой группе: а) средние уровни ряда; б) средние показатели изменения уровней ряда.

Средние уровни ряда рассчитываются в зависимости от вида временного ряда.

Для интервального ряда динамики абсолютных показателей средний уровень ряда рассчитывается по формуле простой средней арифметической:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

где  $n$  - число уровней ряда.

Для моментного динамического ряда средний уровень определяется следующим образом.

Средний уровень моментного ряда с равными интервалами рассчитывается по формуле средней хронологической:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n}$$

где  $n+1$  - число дат.

Средний уровень моментного ряда с неравными интервалами рассчитывается по формуле средней арифметической взвешенной, где в качестве весов берется продолжительность промежутков времени между временными моментами изменений в уровнях динамического ряда:

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t}$$

где  $t$  - продолжительность периода (дни, месяцы), в течение которого уровень не изменялся.

*Средний абсолютный прирост* (средняя скорость роста) определяется как средняя арифметическая из показателей скорости роста за отдельные периоды времени:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta}{n-1}, \quad \text{или} \quad \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

где  $y_n$  - конечный уровень ряда;  $y_1$  - начальный уровень ряда.

*Средний коэффициент роста* ( $\bar{K}_p$ ) рассчитывается по формуле средней геометрической из показателей коэффициентов роста за отдельные периоды:

$$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{K_{p1} \cdot K_{p2} \cdot \dots \cdot K_{p(n-1)}}$$

где  $K_{p1}$ ,  $K_{p2}$ , ...,  $K_{p(n-1)}$  - коэффициенты роста по сравнению с предыдущим периодом;  $n$  - число уровней ряда.

Средний коэффициент роста можно определить иначе:

$$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

*Средний темп роста, %*. Это средний коэффициент роста, который выражается в процентах:

$$T_p = \bar{K}_p \cdot 100\%$$

*Средний темп прироста, %*. Для расчета данного показателя первоначально определяется средний темп роста, который затем уменьшается на 100%. Его также можно определить, если уменьшить средний коэффициент роста на единицу:

$$\bar{T}_n = \bar{T}_p - 100\% ; \quad \bar{T}_n = (K_p - 1) \cdot 100\%$$

*Среднее абсолютное значение 1% прироста* можно рассчитать по формуле:

$$\bar{A} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{T}_n}$$

## Способы обработки динамического ряда

В ходе обработки динамического ряда важнейшей задачей является выявление основной тенденции развития явления (тренда) и сглаживание случайных колебаний. Для решения этой задачи в статистике существуют особые способы, которые называют методами выравнивания.

Выделяют три основных способа обработки динамического ряда:

- а) укрупнение интервалов динамического ряда и расчет средних для каждого укрупненного интервала;
- б) метод скользящей средней;
- в) аналитическое выравнивание (выравнивание по аналитическим формулам).

Укрупнение интервалов - наиболее простой способ. Он заключается в преобразовании первоначальных рядов динамики в более крупные по продолжительности временных периодов, что позволяет более четко выявить действие основной тенденции (основных факторов) изменения уровней.

По интервальным рядам итоги исчисляются путем простого суммирования уровней первоначальных рядов. Для других случаев рассчитывают средние величины укрупненных рядов (переменная средняя). Переменная средняя рассчитывается по формулам простой средней арифметической.

Скользящая средняя - это такая динамическая средняя, которая последовательно рассчитывается при передвижении на один интервал при заданной продолжительности периода. Если, предположим, продолжительность периода равна 3, то скользящие средние рассчитываются следующим образом:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}; \quad \bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}; \quad \bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3} \quad \text{и т.д.}$$

При четных периодах скользящей средней можно центрировать данные, т.е. определять среднюю из найденных средних. К примеру, если скользящая исчисляется с продолжительностью периода, равной 2, то центрированные средние можно определить так:

$$\bar{y}'_1 = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2}{2}; \quad \bar{y}'_2 = \frac{\bar{y}_2 + \bar{y}_3}{2}; \quad \bar{y}'_3 = \frac{\bar{y}_3 + \bar{y}_4}{2} \quad \text{и т.д.}$$

Первую рассчитанную центрированную относят ко второму периоду, вторую - к третьему, третью - к четвертому и т.д. По сравнению с фактическим сглаженный ряд становится короче на  $(m-1)/2$ , где  $m$  - число уровней интервала.

Важнейшим способом количественного выражения общей тенденции изменения уровней динамического ряда является аналитическое выравнивание ряда динамики, которое позволяет получить описание плавной линии развития ряда. При этом эмпирические уровни заменяются уровнями, которые рассчитываются на основе определенной кривой, где уравнение рассматривается как функция времени. Вид уравнения зависит от конкретного характера динамики развития. Его можно определить как теоретически, так и практически. Теоретический анализ основывается на рассчитанных показателях динамики. Практический анализ - на исследовании линейной диаграммы.

Задачей аналитического выравнивания является определение не только общей тенденции развития явления, но и некоторых недостающих значений как внутри периода, так и за его пределами. Способ определения неизвестных значений внутри динамического ряда называют интерполяцией. Эти неизвестные значения можно определить:

- 1) используя полусумму уровней, расположенных рядом с интерполируемыми;
- 2) по среднему абсолютному приросту;
- 3) по темпу роста.

Способ определения количественных значений за пределами ряда называют экстраполяцией. Экстраполирование используется для прогнозирования тех факторов, которые не только в прошлом и настоящем обуславливают развитие явления, но и могут оказать влияние на его развитие в будущем.

Экстраполировать можно по средней арифметической, по среднему абсолютному приросту, по среднему темпу роста.

*При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:*

- Что такое динамические ряды?
- Какие задачи решаются путем построения рядов динамики?
- Какие элементы необходимы для описания динамического ряда?
- Как обеспечивается сопоставимость данных при изучении рядов динамики?

Приведите показатели рядов динамики и способы их расчета

В чем сущность способов обеспечения сопоставимости рядов или уровней ряда - приведение рядов динамики к одному основанию и приведение рядов динамики к сопоставимому виду?

Определите сущность способов выявления тенденции изучаемого явления - метода укрупнения интервалов, метода скользящей средней, метода аналитического выравнивания?

Что такое интерполяция и экстраполяция рядов динамики?

## 7. Индексы и их применение

Индексами в статистике называются обобщающие показатели сравнения во времени или пространстве величин какого-либо общественного явления.

Индексные показатели вычисляются на высшей ступени статистического обобщения и опираются на результаты сводки и обработки данных статистического наблюдения.

Индексный метод применяется для решения следующих задач:

- для изучения изменения явлений во времени;
- для проведения пространственных сравнений;
- для характеристики степени выполнения плана;
- для характеристики степени влияния структурных изменений.

Индекс является результатом сравнения двух одноименных показателей, поэтому при его вычислении различают сравниваемый уровень (числитель индексного отношения), называемый текущим или отчетным, и уровень, с которым производится сравнение (знаменатель индексного отношения), называемый базисным. Выбор базы определяется целью исследования.

Для удобства применения индексного метода, составления формул индексов и их использования в статистико-экономическом анализе в теории статистики разработана определенная символика и применяются соответствующие условные обозначения.

Каждая индексируемая величина имеет свое символическое обозначение:

- $p$  – цена за одну единицу продукции;
- $q$  – количество продукции одного вида в натуральном выражении;
- $z$  – себестоимость единицы продукции;
- 1, 2, ... – подстрочное обозначение отчетного периода;
- 0 – подстрочное обозначение базисного периода;
- $i$  – индивидуальный индекс;
- $I$  – сводный (общий) индекс;

У символа, обозначающего индекс, проставляется символ соответствующей индексируемой величины.

Индексы подразделяются на индивидуальные и общие (сводные).

*Индивидуальным* называется индекс, который применяется для определения степени изменения отдельного элемента сложного общественного явления.

Так *индивидуальный индекс цены* обозначается  $i_p$  и рассчитывается следующим образом:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

Где,  $p_1$  – цена отчетного периода;

$p_0$  – цена базисного периода.

Индивидуальный индекс физического объема строится следующим образом:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

где  $q_1$  – количество проданной продукции (проданного товара) в отчетном периоде;

$q_0$  – количество проданной продукции (проданного товара) в базисном периоде.

Индивидуальный индекс товарооборота (выручки):

$$i_{pq} = \frac{p_1 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_0} = i_p \cdot i_q$$

Как показано, индивидуальные индексы цены, физического объема и товарооборота составляют систему.

*Общим индексом* называется относительный показатель, характеризующий изменение сложного явления, состоящего из элементов, не поддающихся непосредственному суммированию. Идея построения общего индекса цен заключается в следующем. Общий индекс цен показывает, как в среднем меняются цены по всем рассматриваемым товарным группам. Так как цены, относящиеся к различным товарам, непосредственно суммировать нельзя, то нужно выбрать некий показатель, чтобы действие суммирования имело смысл. Таким показателем является товарооборот или выручка.

На величину товарооборота влияют два фактора:

-уровень цен;

-количество проданных товаров.

Если нас интересует только изменение цен, то влияние второго фактора необходимо устранить. Для этого количество проданных товаров фиксируется на постоянном уровне  $q$ .

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q}{\sum p_0 \cdot q}$$

Возможны два варианта:

1. Количество проданных товаров фиксируется на уровне отчетного периода (этот вариант индекса был предложен Г. Пааше):

$$I_p^{\text{II}} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1}$$

2. Количество проданных товаров фиксируется на уровне базисного периода (вариант индекса был предложен Э. Ласпейресом):

$$I_p^{\text{I}} = \frac{\sum p_1 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0}$$

Для получения единого результата используется индекс Фишера, который рассчитывается как средняя геометрическая величина из индексов Пааше и Ласпейреса:

$$I_p^{\Phi} = \sqrt{I_p^{\text{II}} \cdot I_p^{\text{I}}}$$

Если нас интересует только изменение количества реализованной продукции (проданных товаров), то влияние второго фактора, т.е. уровня цен, необходимо устранить, зафиксировав его на постоянном уровне. Общий индекс физического объема товарооборота (выручки):

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}$$

Данный индекс показывает, как изменяется общая выручка в связи с изменением количества проданных товаров.

Общий индекс стоимости реализованной продукции (товарооборота):

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0}$$

Эти индексы представляют собой систему:

$$I_{pq} = I_p^I \cdot I_q^I$$

или

$$I_{pq} = I_p^I \cdot I_q^I$$

Индексный метод применяется для факторного анализа. Для получения сопоставимых результатов рекомендуется соблюдать такую последовательность включения факторов в анализ: вначале идут количественные факторы (в нашем случае  $q$ ), затем качественные ( $p$ ).

Абсолютное изменение товарооборота за счет изменения количества проданных товаров (числитель минус знаменатель общего индекса физического объема товарооборота по Ласпейресу):

$$\Delta_q p \cdot q = \sum q_1 \cdot p_0 - \sum q_0 \cdot p_0$$

Абсолютное изменение товарооборота за счет изменения цен (числитель минус знаменатель индекса цен Пааше):

$$\Delta_p p \cdot q = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_1$$

Здесь возможны два случая: экономия или перерасход покупателей за счет изменения цен.

Взаимосвязь абсолютных величин:

$$\Delta p \cdot q = \Delta_q p \cdot q + \Delta_p p \cdot q$$

Возможны два способа расчета индексов – цепной и базисный. Цепные индексы получают путем сопоставления показателя любого периода с показателем предшествующего периода. Следовательно, база сравнения

непрерывно меняется. Базисные индексы получают путем сопоставления с уровнем какого-либо одного периода, принятого за базу сравнения. При территориальных сравнениях за базу принимают данные другой территории.

Для иллюстрации приведем пример построения цепных и базисных индивидуальных индексов физического объема реализации некоторого товара в разные периоды времени. Различие построения цепных и базисных индивидуальных индексов становится понятно из сравнения двух столбцов таблицы 12, в которых представлены для 5 разных периодов времени, обозначенных  $t$  и принимающих значения от 0 до 4, формулы расчета базисных и цепных индивидуальных индексов физического объема реализации, использующие значения показателей физического объема реализации для пяти указанных периодов времени.

В таблице использованы обозначения:

$q_0$  - количество реализованной продукции (проданного товара) в базисном периоде;

$q_1$  - количество реализованной продукции (проданного товара) в первом периоде, и так далее.

Таблица 12 - Порядок расчета базисных и цепных индивидуальных индексов физического объема для 5-ти последовательных периодов времени

$t$	$q_t$	$i_q^B$	$i_q^C$
0	$q_0$	—	—
1	$q_1$	$q_1/q_0$	$q_1/q_0$
2	$q_2$	$q_2/q_0$	$q_2/q_1$
3	$q_3$	$q_3/q_0$	$q_3/q_2$
4	$q_4$	$q_4/q_0$	$q_4/q_3$

Произведение цепных индексов дает базисный индекс последнего периода времени:

$$\frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} \cdot \frac{q_3}{q_2} \cdot \frac{q_4}{q_3} = \frac{q_4}{q_0}$$

Пример построения цепных агрегатных индексов физического объема продукции:

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} ;$$

$$I_{q_{2/1}} = \frac{\sum q_2 \cdot p_1}{\sum q_1 \cdot p_1} ;$$

$$I_{q_{3/2}} = \frac{\sum q_3 \cdot p_2}{\sum q_2 \cdot p_2} \quad \text{и т.д.}$$

Пример построения базисных агрегатных индексов физического объема продукции:

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} ;$$

$$I_{q_{2/0}} = \frac{\sum q_2 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} ;$$

$$I_{q_{3/0}} = \frac{\sum q_3 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} \quad \text{и т.д.}$$

Базисный агрегатный индекс физического объема продукции может быть получен как произведение цепных агрегатных индексов при постоянных соизмерителях:

$$I_{q_{2/0}} = I_{q_{1/0}} \cdot I_{q_{2/1}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} \times \frac{\sum q_2 \cdot p_0}{\sum q_1 \cdot p_0} = \frac{\sum q_2 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}$$

или

$$I_{q_{2/0}} = I_{q_{1/0}} \cdot I_{q_{2/1}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_c}{\sum q_0 \cdot p_c} \times \frac{\sum q_2 \cdot p_c}{\sum q_1 \cdot p_c} = \frac{\sum q_2 \cdot p_c}{\sum q_0 \cdot p_c}$$

В первом случае в качестве соизмерителя использована цена базисного периода  $p_0$ , а во втором случае – учетная цена (соизмеримая цена) -  $p_c$ .

Цепные агрегатные индексы цен строят следующим образом:

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} ;$$
$$I_{p_{2/1}} = \frac{\sum p_2 \cdot q_2}{\sum p_1 \cdot q_2} ;$$
$$I_{p_{3/2}} = \frac{\sum p_3 \cdot q_3}{\sum p_2 \cdot q_3} \text{ и т.д.}$$

Базисные агрегатные индексы цен:

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} ;$$
$$I_{p_{2/0}} = \frac{\sum p_2 \cdot q_2}{\sum p_0 \cdot q_2} ;$$
$$I_{p_{3/0}} = \frac{\sum p_3 \cdot q_3}{\sum p_0 \cdot q_3} \text{ и т.д.}$$

Для характеристики изменения обобщенных величин по всей совокупности строят сводные (общие) индексы. Сводные индексы могут быть построены: в агрегатной форме, как уже рассмотренные выше, и как *средние из индивидуальных*.



Построение агрегатных индексов цен и физического объема было рассмотрено выше. Рассмотрим построение индексов средних из индивидуальных.

Средние взвешенные индексы цен применяются в том случае, если известны индивидуальные индексы цен по отдельным видам продукции, а также стоимость отдельных видов продукции.

Формула среднего взвешенного арифметического индекса цен:

$$I_{p_{y_0}} = \frac{\sum i_p \cdot p_0 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0},$$

где  $i_p$  - индивидуальный индекс цен по каждому виду продукции;  
 $p_0 \cdot q_0$  - стоимость продукции каждого вида в базисном периоде.

Формула среднего взвешенного гармонического индекса цен:

$$I_{p_{y_0}} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 \cdot q_1}$$

где  $p_1 \cdot q_1$  - стоимость продукции каждого вида в текущем периоде;  
 $i_p$  - индивидуальный индекс цен по каждому виду продукции.

**Индексы средних уровней** (индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов) используются для изучения динамики качественных показателей по нескольким единицам (предприятиям, территориям, странам).

Например, рассматривается реализация товара А несколькими фирмами. У каждой фирмы определенный объем реализации ( $q_i$ ), своя доля в общем объеме реализации ( $d_i$ ), и своя цена ( $p_i$ ). Требуется провести анализ изменения средней цены товара.

Индекс средней цены (индекс переменного состава):

$$I_p = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

$$\frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = \sum \frac{p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = \sum p_0 \cdot \frac{q_0}{\sum q_0} = \sum p_0 \cdot d_0$$

$$\frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} = \sum \frac{p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} = \sum p_1 \cdot \frac{q_1}{\sum q_1} = \sum p_1 \cdot d_1$$

$$I_{\bar{p}/0} = \frac{\sum p_1 \cdot d_1}{\sum p_0 \cdot d_0}$$

Где  $d_1$  и  $d_0$  – удельный вес каждого предприятия в общем объеме выпуска продукта А соответственно в отчетном и базисном периодах.

Из формулы индекса переменного состава видно, что средняя цена изменяется в результате действия двух факторов:

- изменения цен в отдельных фирмах;
- изменения удельного веса фирм в общем объеме реализации товаров.

Следовательно, индекс переменного состава может быть разложен на два субиндекса, каждый из которых характеризует действия одного из этих факторов:

1) Субиндекс - индекс постоянного состава  $I_{\bar{p}_p}$ . Он показывает, как изменяется средняя цена в результате изменения цен в отдельных фирмах;

2) Субиндекс - индекс структурных сдвигов  $I_{\bar{p}_d}$ . Он показывает, как изменяется средняя цена в результате изменения удельного веса фирм в общем объеме реализации товаров (в результате структурных сдвигов):

Индекс постоянного состава:

$$I_{\bar{p}_p} = \frac{\sum p_1 \cdot d_1}{\sum p_0 \cdot d_1} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1}$$

Индекс структурных сдвигов:

$$I_{\bar{p}_d} = \frac{\sum p_0 \cdot d_1}{\sum p_0 \cdot d_0} = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

Перечисленные индексы образуют систему:

$$I_{\bar{p}} = I_{\bar{p}_p} \cdot I_{\bar{p}_d}$$

Абсолютное изменение средней цены исчисляется как разность делимого и делителя индекса переменного состава:

$$\Delta \bar{p} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

Изменение средней цены за счет изменения цен в отдельных фирмах исчисляется как разность делимого и делителя индекса фиксированного состава:

$$\Delta \bar{p}_{\bar{p}} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1}$$

Изменение средней цены за счет структурных сдвигов исчисляется как разность делимого и делителя индекса структурных сдвигов:

$$\Delta \bar{p}_d = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

Перечисленные абсолютные величины образуют систему:

$$\Delta \bar{p} = \Delta \bar{p}_{\bar{p}} + \Delta \bar{p}_d$$

Эти индексы находят широкое применение в факторном анализе.

*При освоении темы необходимо ответить на следующие контрольные вопросы:*

Для каких задач используется индексный метод?

Какова классификация индексов?

Определите принципы построения агрегатных индексов объема и индексов качественных показателей

Покажите наличие связи между цепными и базисными индексами?

Покажите соотношение индексов взаимосвязанных величин

Как осуществляется разложение абсолютного прироста сложного показателя на приросты за счет каждого фактора с помощью индексов?

Как построить индексы переменного и фиксированного состава

Покажите взаимосвязь индексов переменного и фиксированного состава с индексом структурных сдвигов

## ЛИТЕРАТУРА

### а) основная литература:

1. Статистика [Текст] : учебник / СПбГУЭФ ; ред. : И. И. Елисеева. - М. : Высшее образование, 2006. - 565 с.
2. Статистика : учебник / В.В. Глинский, В.Г. Ионин, Л.К. Серга [и др.] ; под ред. В.Г. Ионина. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : ИНФРА-М, 2018. — 355 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=925878>

### б) дополнительная литература:

1. Общая и прикладная статистика: Учеб. для студ. высш. проф. обр./Р.Н.Пахунова, П.Ф.Аскеров и др.; Под общ. ред. Р.Н.Пахуновой - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013-272с.: Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=404310>
2. Социально-экономическая статистика: Учебник / Под ред. Ковалев В.В. - СПб:СПбГУ, 2014. - 328 с. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=941162>
3. Социально-экономическая статистика : учеб. пособие / Я.С. Мелкумов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : ИНФРА-М, 2018. — 186 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=912522>
4. Практикум по общей статистике [Текст] : учебное пособие / И. И. Елисеева, Н. А. Флуд, М. М. Юзбашев ; ред. : И. И. Елисеева. - Москва : Финансы и статистика, 2008. - 509 с.

*Учебное издание*

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

по дисциплине

“Статистика”

Составитель: А.А. Чалганова, ст. преп. РГГМУ.

Печатается в авторской редакции.

Подписано в печать 27.11.2019. Формат 60×90 1/16. Гарнитура Times New Roman.

Печать цифровая. Усл. печ. л. 4,5. Тираж 50 экз. Заказ № 815.

РГГМУ, 192007, Санкт-Петербург, Воронежская, 79.