Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Блаженов А.В., Матвеев Ю.Л.

Учебно-методическое пособие по дисциплине «Теория игр»

Методические указания в помощь студенту-заочнику

РГГМУ

Санкт-Петербург
2018

УДК 519.83 (075.8)
ББК 22.18Я73
Б68

Рецензенты: В.Г. Никитенко, канд. физ.-мат. наук, доц. каф. высшей математики и теоретической механики РГГМУ.
Б.Г. Вагер, д-р физ.-мат. наук, проф. каф. математики СПбГАСУ.

Блаженов А.В., Матвеев Ю.Л.
Б68 Учебно-методическое пособие по дисциплине «Теория игр». Методические указания в помощь студенту-заочнику. – СПб.: РГГМУ, 2018 – 44 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для самостоятельной подготовки и выполнения контрольной работы по дисциплине «Теория игр» студентов III курса заочного отделения, обучающихся по направлению «Экономика», «Государственное муниципальное управление», «Менеджмент» и др.

УДК 519.83 (075.8)
ББК 22.18Я73

Предисловие

Теория игр – совокупность математических методов решения конфликтных ситуаций (столкновений интересов). В теории игр *игрой* называется математическая модель конфликтной ситуации. Предмет особого интереса теории игр – исследование стратегий, с помощью которых участники игры принимают решения в условиях неопределённости. Неопределённость связана с тем, что две или более стороны преследуют противоположные цели, а результаты любого действия каждой из сторон зависят от ходов партнёра. При этом каждая из сторон стремится принимать оптимальные решения, которые реализуют поставленные цели в наибольшей степени.

Наиболее последовательно теория игр применяется в экономике, где конфликтные ситуации возникают, например, в отношениях между поставщиком и потребителем, покупателем и продавцом, банком и клиентом. Применение теории игр можно найти и в политике, социологии, биологии, военном искусстве.

История теории игр как самостоятельной дисциплины начинается в 1944 году, когда Джон фон Нейман и Оскар Моргенштерн опубликовали книгу «Теория игр и экономическое поведение» («Theory of Games and Economic Behavior»). Хотя примеры теории игр встречались и раньше: трактат Вавилонского Талмуда о разделе имущества умершего мужа между его жёнами, карточные игры в 18-м веке, развитие теории шахматной игры в начале 20-го века, доказательство теоремы о минимаксе того же Джона фон Неймана в 1928 году, без которой не было бы никакой теории игр.

Классический пример из теории игр – дилемма заключённого. Двух подозреваемых берут под стражу и изолируют друг от друга. Окружной прокурор убеждён, что они совершили тяжкое преступление, но не имеет достаточных доказательств, чтобы предъявить им обвинение на суде. Он говорит каждому из заключённых, что у него имеется две альтернативы: признаться в преступлении, которое по убеждению полиции он совершил, или не признаваться. Если оба не признаются, то окружной прокурор предъявит им обвинение в каком-либо незначительном преступлении, например, мелкая кража или незаконное владение оружием, и они оба получат небольшое наказание. Если они оба признаются, то будут подлежать судебной ответственности, но он не потребует самого строгого приговора. Если же один признается, а другой нет, то признавшемуся приговор будет смягчён за выдачу сообщника, в то время как упорствующий получит «на полную катушку». Если эту стратегическую задачу сформулировать в сроках заключения, то она сводится к следующему:

	2-й заключённый. Непризнание	2-й заключённый. Признание
1-й заключённый. Непризнание	По 1 году каждому	10 лет первому и 3 месяца второму
1-й заключённый. Признание	3 месяца первому и 10 лет второму	8 лет каждому

Таким образом, если оба заключённых не признаются, они получат по 1 году каждый. Если оба признаются, то каждый получит по 8 лет. А если один признается, другой не признается, то тот, который признался, отделается тремя месяцами заключения, а тот, который не признается, получит 10 лет. Приведённая выше матрица правильно отражает дилемму заключённого: перед каждым стоит вопрос – признаться или не признаться. Игра, которую окружной прокурор предлагает заключённым, представляет собой *некооперативную игру* или иначе – *бескоалиционную игру*. Если бы оба заключённых имели возможность сотрудничать (то есть игра была бы *кооперативной*, или иначе *коалиционной игрой*), то оба не признались бы и получили по году тюрьмы каждый.

Решение задач теории игр

1. Игра 2 × 6

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *A*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B_J / A_I	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	6	–2	2	–3	7	3
A_2	4	3	1	7	1	4

1.1. Определение нижней цены игры – α

Стратегии *B* / Стратегии *A*	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	Минимумы строк
A_1	6	–2	2	–3	7	3	–3
A_2	4	3	1	7	1	4	**1**

В этом случае нижняя цена игры: α = 1, и для того, чтобы гарантировать себе выигрыш не хуже, чем 1, должны придерживаться стратегии A_2.

1.2. Определить верхнюю цену игры – β

Стратегии *B* / Стратегии *A*	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	Минимумы строк
A_1	6	–2	2	–3	7	3	–3
A_2	4	3	1	7	1	4	**1**
Максимумы столбцов	6	3	2	7	7	4	

В этом случае верхняя цена игры: β = 2, и для того, чтобы гарантировать себе проигрыш не хуже, чем 2, противник (игрок *B*) должен придерживаться стратегии B_3.

1.3. Графическое решение

Сравнить нижнюю и верхнюю цены игры в данной задаче $\alpha \neq \beta$, где платежная матрица не содержит седловой точки. Это значит, что игра не имеет решения в чистых минимаксных стратегиях, но она всегда имеет решение в смешанных стратегиях.

Смешанная стратегия игрока *A*:

$$S_{\mathrm{A}} = \begin{vmatrix} \mathrm{A}_1 & \mathrm{A}_2 \\ p_1 & p_2 \end{vmatrix},$$

где A_1, A_2 – стратегии игрока *A*, а p_1, p_2 – соответственно вероятности (частоты), с которыми эти стратегии применяются, причем $p_1 + p_2 = 1$.

Сравнивая стратегии B_1 и B_2, можно понять, что B_1 является невыгодной относительно B_2, поэтому из платежной матрицы удаляется стратегия B_1, и получается игра, представленная в таблице:

Стратегии *B* / Стратегии *A*	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	–2	2	–3	7	3
A_2	3	1	7	1	4

Сравнивая стратегии B_2 и B_6, можно понять, что B_6 является заведомо невыгодной относительно B_2, поэтому удаляется стратегия B_6 из платежной матрицы, и получается игра:

Стратегии *B* / Стратегии *A*	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	–2	2	–3	7
A_2	3	1	7	1

Сравнивая стратегии B_3 и B_5, можно понять, что B_5 является заведомо невыгодной относительно B_3, поэтому из платежной матрицы удаляется стратегия $\mathrm{B}_{5,}$ и получается игра:

Стратегии *B* / Стратегии *A*	B_2	B_3	B_4
A_1	–2	2	–3
A_2	3	1	7

Из последней таблицы видно, что игроку *A* следует искать свою оптимальную стратегию, смешивая случайным образом стратегии A_1 и A_2.

Взять участок оси абсцисс единичной длины и провести через его концы вертикальные прямые a_1 и a_2 соответствующие стратегиям A_1 и A_2 (рис. 1). Предполагается, что теперь, что игрок *B* будет пользоваться стратегией B_2 в чистом виде. Тогда, если я (игрок *A*) буду использовать чистую стратегию A_1, то выигрыш составит –2. Отметить соответствующую ему точку на оси a_1.

Если же я буду использовать чистую стратегию A_2, то выигрыш составит 3. Отметим соответствующую ему точку на оси a_2.

Очевидно, если применять, смешивая в различных пропорциях стратегии A_1 и A_2, выигрыш будет меняться по прямой, проходящей через точки с координатами (0, –2) и (1, 3).

Линия стратегии B_2 показана жирной линией. Абсцисса любой точки на данной прямой равна вероятности p_2 (частоте), с которой мы применяем стратегию A_2, а ордината – получаемому при этом выигрышу *k*.

Перейдем к геометрической интерпретации задачи в целом. Аналогичным образом наносятся на график линии всех стратегий игрока *B* (B_2, B_3, B_4), и получается картина, показанная на рисунке.

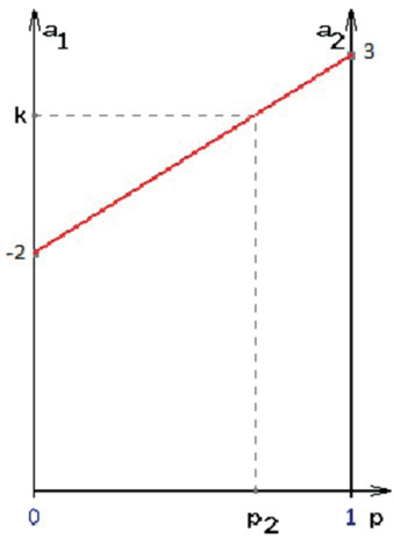

Рис. 1. Чистая стратегия B_2

Из рисунка 2 видно, что если я (игрок *A*) буду пользоваться чистой стратегией A_1, то разумный противник для минимизации моего выигрыша ответит стратегией B_4, и выигрыш составит –3.

Если же будет использована чистая стратегия A_2, то игрок *B* ответит стратегией B_3, и выигрыш составит 1. А если будут применяться смешанные в различных пропорциях стратегии A_1 и A_2, то выигрыш будет меняться по ломаной жирной линии, показанной на рисунке 3.

Жирная ломаная линия определяет *нижнюю границу выигрыша.* На ней выбирается точка с максимальной ординатой.

1.4. Оптимальная смешанная стратегия для игрока *A*

$$S_{\mathrm{A}}* = \begin{vmatrix} \mathrm{A}_1 & \mathrm{A}_2 \\ p_1 & p_2 \end{vmatrix}$$

Из теории игр известно, что если игрок *A* использует свою оптимальную стратегию, а игрок *B* остается в рамках своих активных стратегий, то средний выигрыш остается неизменным и равным цене игры *V* независимо от того, как игрок *B* использует свои активные стратегии. Поэтому если предположить, что игрок *B* будет пользоваться чистой стратегией B_2, то средний выигрыш *V* составит: $k_{12}p_1 + k_{22}p_2 = V$, где k_{ij} – элементы платежной матрицы.

С другой стороны, если предположить, что игрок *B* будет пользоваться чистой стратегией B_3, то средний выигрыш составит:

$$k_{13}p_1 + k_{23}p_2 = V$$

$$k_{12}p_1 + k_{22}p_2 = k_{13}p_1 + k_{23}p_2$$

Так как $p_1 + p_2 = 1$, то $k_{12}p_1 + k_{22}\left(1 - p_1\right) = k_{13}p_1 + k_{23}\left(1 - p_1\right)$

Оптимальная частота стратегии A_1:

В данной задаче:

$$p_1 = \frac{k_{23} - k_{22}}{k_{12} + k_{23} - k_{13} - k_{22}}$$

$$p_1 = \frac{1-3}{-2+1-2-3} = \frac{1}{3}$$

$$p_2 = 1 - p_1 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

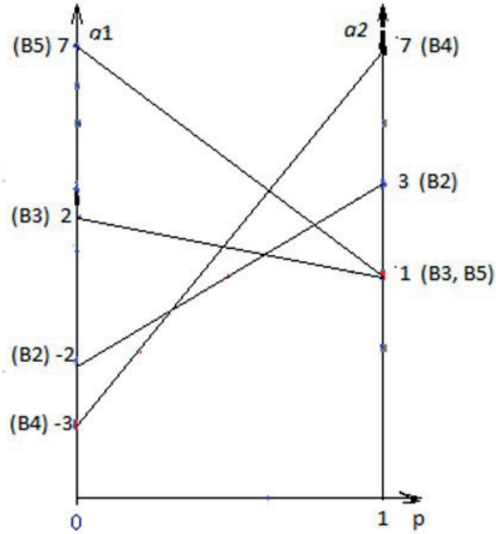

Рис. 2. Геометрическое решение игры 2 × 6

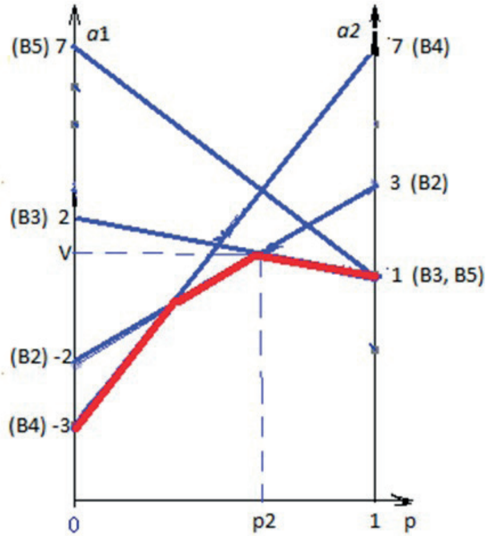

Рис. 3. Решение игры в смешанных стратегиях

1.5. Цена игры

$$V = k_{12}p_1 + k_{22}p_2 = -2 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

Ответ

Нижняя цена игры: α = 1

Верхняя цена игры: β = 2

Цена игры: $V = \dfrac{4}{3}$

Оптимальная стратегия игрока *A*: $S_{\text{A}} = \begin{vmatrix} \text{A}_1 & \text{A}_2 \\ \dfrac{1}{3} & \dfrac{2}{3} \end{vmatrix}$

2. Игра 5 × 2

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *B*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–2	0
A_2	5	4
A_3	7	–4
A_4	–2	6
A_5	5	3

Решение аналогично решению 1-ой задачи.

2.1. Нижняя цена игры α

Стратегии *A* \ Стратегии *B*	B_1	B_2	Минимумы строк
A_1	–2	0	–2
A_2	5	4	4

Стратегии *B* / Стратегии *A*	B_1	B_2	Минимумы строк
A_3	7	–4	–4
A_4	–2	6	–2
A_5	5	3	3

В этом случае нижняя цена игры: $\alpha = 4$, и для того, чтобы гарантировать выигрыш не хуже, чем 4, должны придерживаться стратегии A_2.

2.2. Верхняя цена игры β

Стратегии *B* / Стратегии *A*	B_1	B_2	Минимумы строк
A_1	–2	0	–2
A_2	5	4	4
A_3	7	–4	–4
A_4	–2	6	–2
A_5	5	3	3
Максимумы столбцов	7	6	

В этом случае верхняя цена игры: $\beta = 6$, и для того, чтобы гарантировать проигрыш не хуже чем 6, противник (игрок *B*) должен придерживаться стратегии B_2.

2.3. Сравнение нижней и верхней цен игры

Сравним нижнюю и верхнюю цены игры, в данной задаче они различаются, т. е. $\alpha \neq \beta$, и платежная матрица не содержит седловой точки. Это значит, что игра не имеет решения в чистых минимаксных стратегиях, но она всегда имеет решение в смешанных стратегиях.

Смешанная стратегия игрока *B* обозначается:

$$S_{\text{B}} = \begin{vmatrix} \text{B}_1 & \text{B}_2 \\ q_1 & q_2 \end{vmatrix},$$

где B_1, B_2 – стратегии игрока *B*, а q_1, q_2 – соответственно, вероятности, с которыми эти стратегии применяются, причем $q_1 + q_2 = 1$.

Оптимальная смешанная стратегия для игрока *B* – минимальный проигрыш.

2.4. Упрощение платежной матрицы

Стратегии *A* \ Стратегии *B*	B_1	B_2
A_2	5	4
A_3	7	–4
A_4	–2	6
A_5	5	3

Стратегии *A* \ Стратегии *B*	B_1	B_2
A_2	5	4
A_3	7	–4
A_4	–2	6

Из последней таблицы видно, что игроку *B* следует искать свою оптимальную стратегию, смешивая случайным образом стратегии B_1 и B_2.

2.5. Геометрическая интерпретация

Рассмотрим геометрическую интерпретацию игровой модели по последней таблице.

Аналогичным образом нанесем на график линии всех стратегий игрока *A* (A_2, A_3, A_4) и получим картину, показанную на рис. 4. Из рисунка видно, что если игрок *B* будет пользоваться чистой стратегией B_1, то разумный противник (игрок *A*) для максимизации проигрыша *B* ответит ему стратегией A_3, и его проигрыш составит 7.

Если же *B* будет пользоваться чистой стратегией B_2, то игрок *A*, ответит ему стратегией A_4, и проигрыш *B* составит 6. А если *B* будет применять, смешивая в различных пропорциях, стратегии B_1 и B_2, его проигрыш будет меняться по ломаной жирной линии, показанной на рис. 5.

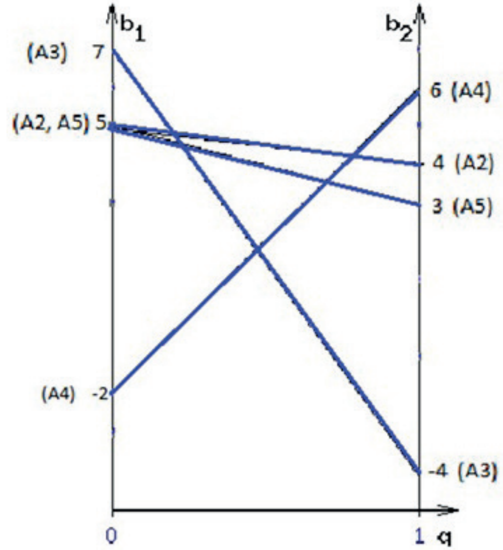

Рис. 4. Линии стратегий игрока *A*

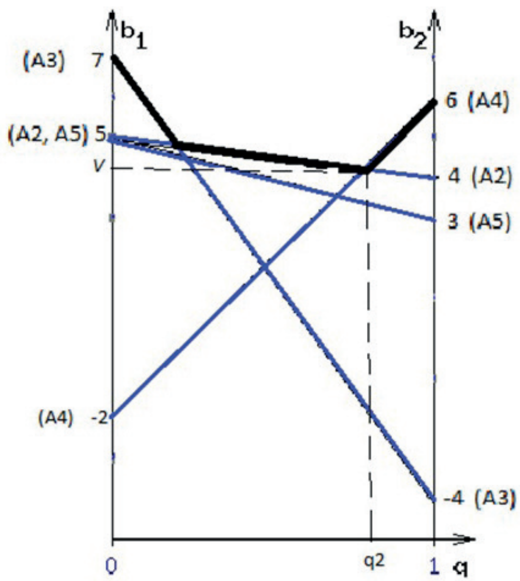

Рис. 5. Верхняя граница проигрыша, оптимальная частота q_2 и цена игры V

Жирная ломаная линия определяет *верхнюю границу проигрыша*.

Кроме того, из рис. 5 видны *активные стратегии* игрока *А*. В задаче это стратегии A_2 и A_4. Определив две активные стратегии игрока *А* исходная задача сведена к задаче размерностью 2 × 2.

Аналитическая интерпретация:

Стратегии *B* / Стратегии *A*	B_1	B_2
A_2	5	4
A_4	–2	6

2.6. Оптимальная смешанная стратегия для игрока *А*

$$S_A{}^* = \begin{vmatrix} A_2 & A_4 \\ p_2 & p_4 \end{vmatrix}$$

$$k_{21}p_2 + k_{41}p_4 = V,$$

где k_{ij} – элементы платежной матрицы.

$$k_{22}p_2 + k_{42}p_4 = V$$

$$k_{21}p_2 + k_{41}p_4 = k_{22}p_2 + k_{42}p_4$$

А с учетом того, что $p_2 + p_4 = 1$:

$$k_{21}p_2 + k_{41}\left(1 - p_2\right) = k_{22}p_2 + k_{42}\left(1 - p_2\right)$$

Оптимальная частота стратегии A_2:

$$p_2 = \frac{k_{42} - k_{41}}{k_{21} + k_{42} - k_{22} - k_{41}}$$

В данной задаче:

$$p_2 = \frac{6 - (-2)}{5 + 6 - 4 - (-2)} = \frac{8}{9}$$

Вероятность p_4:

$$p_4 = 1 - p_2 = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

2.7. Цена игры

$$V = k_{21}p_2 + k_{41}p_4 = 5\cdot\frac{8}{9} + (-2)\cdot\frac{1}{9} = \frac{38}{9}$$

2.8. Оптимальная смешанная стратегия для игрока *B*

$$S_{\text{В}}* = \begin{vmatrix} \text{В}_1 & \text{В}_2 \\ q_1 & q_2 \end{vmatrix}$$

где q_1, q_2 – вероятности (частоты), с которыми применяются соответственно стратегии В_1 и $\text{В}_{2.}$

$$k_{21}q_1 + k_{22}q_2 = V$$

Так как $q_1 + q_2 = 1$, то оптимальная частота стратегии В_1 может быть найдена как:

$$q_1 = \frac{V - k_{22}}{k_{21} - k_{22}}$$

В данной задаче:

$$q_1 = \frac{\frac{38}{9} - 4}{5 - 4} = \frac{2}{9}$$

Вероятность q_2:

$$q_2 = 1 - q_1 = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

Ответ

Нижняя цена игры: $\alpha = 4$

Верхняя цена игры: $\beta = 6$

Цена игры: $V = \frac{38}{9}$

Оптимальная стратегия игрока *B*:

$$S_{\text{В}}* = \begin{vmatrix} \text{В}_1 & \text{В}_2 \\ \frac{2}{9} & \frac{7}{9} \end{vmatrix}$$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение конфликтной ситуации и перечислите ее основные черты.
2. Как называется математическая модель конфликтной ситуации?
3. В чем состоит различие между реальным конфликтом и игрой?
4. В каких областях находят применение математико-игровые модели?
5. Как называются заинтересованные стороны в теории игр?
6. В чем состоит отличие коалиций интересов от коалиций действия?
7. Дайте определение понятия «стратегия».
8. Что понимается под исходом, или ситуацией конфликта?
9. Как называются недопустимые ситуации?
10. Чем измеряется степень удовлетворения интересов в теории игр?
11. Что представляет собой отношение предпочтения, и какими свойствами оно обладает?
12. Дайте определение функции выигрыша.
13. Что понимается под оптимальной стратегией?
14. Какие ситуации называются неустойчивыми?
15. Дайте определение удовлетворительной (приемлемой, допустимой) ситуации для игроков *A* и *B*.
16. Дайте определение ситуации равновесия и перечислите ее альтернативные названия.
17. В чем состоит свойство равнозначности седловых точек?
18. Для двух седловых точек a_{i1j1} и a_{i2j2} матрицы *A* докажите справедливость равенства: $a_{i1j1} = a_{i2j2}$.
19. В чем состоит свойство взаимозаменяемости седловых точек?
20. Дайте определение цены игры в чистых стратегиях.
21. Какие стратегии называются чистыми оптимальными стратегиями, и какими свойствами они обладают?
22. Что понимается под решением игры в чистых стратегиях?
23. В чем состоит критерий существования цены игры в чистых стратегиях?
24. Какое соотношение связывает нижнюю и верхнюю игры без седловой точки?
25. Дайте определение смешанной стратегии.

26. Почему сумма вероятностей применения игроком чистых стратегий в смешанной стратегии равна единице?
27. Почему конечное множество не менее двух чистых стратегий игрока является собственным подмножеством множества смешанных стратегий?
28. Дайте геометрическую интерпретацию множества всех смешанных стратегий для случаев: $m = 1$; $m = 2$; $m = 3$.
29. Почему игра в смешанных стратегиях называется смешанным расширением игры в чистых стратегиях?
30. Покажите, что множества смешанных стратегий игроков A и B являются компактами в евклидовом пространстве R_m и R_n соответственно.
31. Каким соотношением связаны показатели эффективности смешанной стратегии игрока A при смешанной и чистой стратегии игрока B?
32. Каким соотношением связаны показатели эффективности смешанной стратегии игрока B при смешанной и чистой стратегии игрока A?
33. Дайте определение верхней и нижней цен игр в смешанных стратегиях и докажите соотношение, которое их связывает.
34. Какие стратегии называются оптимальными смешанными стратегиями, и какими свойствами они обладают?
35. Что понимается под полным решением игры в смешанных стратегиях?
36. Сформулируйте основную теорему теории матричных игр.
37. В чем состоит свойство взаимозаменяемости седловых точек произвольной функции $f(x,y)$, определенной на декартовом произведении $X \times Y$, и какое альтернативное название оно имеет?
38. Сформулируйте критерий (необходимое и достаточное условие) существования седловых точек.
39. Сформулируйте в терминах цены игры V, функции выигрыша H и множества S_B смешанных стратегий игрока B необходимые и достаточные условия оптимальности стратегии игрока A.
40. Сформулируйте в терминах цены игры V, функции выигрыша H и множества S_A смешанных стратегий игрока A необходимые и достаточные условия оптимальности стратегии игрока B.
41. Останутся ли в силе необходимые и достаточные условия оптимальности смешанных стратегий, сформулированные в 39 и 40 вопросах, если множества смешанных стратегий противника заменить на множества чистых стратегий?

42. Сформулируйте критерий решения игры в смешанных стратегиях в терминах седловых точек функции выигрыша.
43. В чем состоит суть теоремы об активных стратегиях?
44. Дайте определение «смеси чистых активных стратегий».
45. В чем состоит суть теоремы о смесях активных стратегий?
46. Благодаря чему возможно «одномерное» изображение смешанной стратегии $P=\left(p_1,p_2\right)\left(Q=\left(q_1,q_2\right)\right)$?
47. Сформулируйте алгоритм построения отрезка $a_{11}a_{21}$ (алгоритм «A; B_1»).
48. Сформулируйте алгоритм построения отрезка $a_{12}a_{21}$ (алгоритм «A; B_2»).
49. Как найти оптимальную смешанную стратегию игрока A и цену игры 2×2 графически, используя алгоритм «A; B_1, B_2»?
50. Приведите примеры случаев, когда отрезки $a_{11}a_{21}$ и $a_{12}a_{21}$ пересекаются в точке с абсциссой, лежащей внутри отрезка $[0,1]$, но эта точка не является максимальной точкой нижней огибающей этих отрезков.
51. Сформулируйте общий алгоритм «A» геометрического нахождения оптимальных стратегий игрока A, цены игры, нижней и верхней цен игры в чистых стратегиях, седловых точек матрицы игры и доминирующих стратегий игроков.
52. Сформулируйте алгоритм «A, B» геометрического решения игры 2×2 с матрицей A.
53. Покажите, что формулы:

$$\begin{cases} p_1^0=\dfrac{a_{22}-a_{21}}{\left(a_{11}+a_{22}\right)-\left(a_{12}+a_{21}\right)} \\ p_2^0=1-p_1^0=\dfrac{a_{11}-a_{12}}{\left(a_{11}+a_{22}\right)-\left(a_{12}+a_{21}\right)} \end{cases} \text{ и } V=\frac{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}{\left(a_{11}+a_{22}\right)-\left(a_{12}+a_{21}\right)},$$

$$\begin{cases} q_1^0=\dfrac{a_{22}-a_{12}}{\left(a_{11}+a_{22}\right)-\left(a_{12}+a_{21}\right)} \\ q_2^0=1-q_1^0=\dfrac{a_{11}-a_{21}}{\left(a_{11}+a_{22}\right)-\left(a_{12}+a_{21}\right)} \end{cases},$$

позволяющие найти решение игры 2×2, можно получить из геометрических соображений.

Контрольная работа

Вариант 1

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока A, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	6	–2	2	–3	7	3
A_2	4	3	1	7	1	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока B, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2
A_1	–2	0
A_2	5	4
A_3	7	–4
A_4	–2	6
A_5	5	3

Вариант 2

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока A, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	8	–2	2	–5	7	6
A_2	2	3	1	7	1	–3

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока В, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–1	3
A_2	5	4
A_3	8	–5
A_4	–2	6
A_5	2	6

Вариант 3

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 9 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока A, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	4	–3	5	–3	7	3
A_2	1	3	1	7	6	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока B, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2
A_1	–1	5
A_2	6	3
A_3	8	–4
A_4	–2	5
A_5	5	4

Вариант 4

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 10 & 3 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 8 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *A*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	2	–3	3	–3	4	–2
A_2	–4	5	2	7	1	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *B*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–1	2
A_2	5	4
A_3	7	–4
A_4	–2	8
A_5	5	3

Вариант 5

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) *A* и *B*, среднюю цену игры *V* (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *A*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	6	–2	5	–3	7	3
A_2	4	3	1	78	1	3

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *B*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–3	0
A_2	5	4
A_3	6	–4
A_4	–2	6
A_5	5	3

Вариант 6

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) *A* и *B*, среднюю цену игры *V* (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *A*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	2	–2	5	–3	7	3
A_2	8	3	1	7	3	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока B, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–2	7
A_2	5	–3
A_3	7	–4
A_4	–2	6
A_5	5	3

Вариант 7

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 2 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 9 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока A, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	6	–2	5	–3	7	3
A_2	4	3	2	7	1	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока B, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–3	2

B / A	B_1	B_2
A_2	4	4
A_3	7	–4
A_4	–2	7
A_5	5	3

Вариант 8

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока A, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	6	–2	4	–3	7	3
A_2	1	3	1	7	2	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *B*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–1	0
A_2	5	4
A_3	6	–4
A_4	–2	6
A_5	5	2

Вариант 9

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) *A* и *B*, среднюю цену игры *V* (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 6 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 8 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *A*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	4	–3	5	–2	7	3
A_2	–4	3	1	7	1	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *B*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2
A_1	–3	2
A_2	6	4
A_3	6	–4
A_4	–3	6
A_5	5	2

Вариант 10

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) *A* и *B*, среднюю цену игры *V* (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *A*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	8	–3	5	–3	7	4
A_2	4	3	1	7	5	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *B*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–3	2
A_2	5	4
A_3	5	–4
A_4	–2	7
A_5	6	3

Вариант 11

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) *A* и *B*, среднюю цену игры *V* (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока A, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	6	–1	2	–4	7	3
A_2	5	3	1	7	2	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока B, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–2	0
A_2	6	4
A_3	7	–3
A_4	–3	6
A_5	5	2

Вариант 12

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 8 & 4 & 7 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *A*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	6	–2	2	–3	7	3
A_2	4	3	1	7	1	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *B*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–2	0
A_2	5	4
A_3	7	–4
A_4	–2	6
A_5	5	3

Вариант 13

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока A, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	8	–2	2	–5	7	6
A_2	2	3	1	7	1	–3

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока B, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2
A_1	–1	3
A_2	5	4
A_3	8	–5
A_4	–2	6
A_5	2	6

Вариант 14

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 9 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока A, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	4	–3	5	–3	7	3
A_2	1	3	1	7	6	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *B*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–1	5
A_2	6	3
A_3	8	–4
A_4	–2	5
A_5	5	4

Вариант 15

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) *A* и *B*, среднюю цену игры *V* (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 8 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *A*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	2	–3	3	–3	4	–2
A_2	–4	5	2	7	1	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока B, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2
A_1	–1	2
A_2	5	4
A_3	7	–4
A_4	–2	8
A_5	5	3

Вариант 16

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *A*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	6	–2	5	–3	7	3
A_2	4	3	1	78	1	3

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *B*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–3	0
A_2	5	4
A_3	6	–4
A_4	–2	6
A_5	5	3

Вариант 17

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) *A* и *B*, среднюю цену игры *V* (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 8 & 3 & 5 & 4 & 2 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & 8 \\ 5 & 2 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока A, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	2	–2	5	–3	7	3
A_2	8	3	1	7	3	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока B, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–2	7
A_2	5	–3
A_3	7	–4
A_4	–2	6
A_5	5	3

Вариант 18

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 2 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 9 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *A*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	6	–2	5	–3	7	3
A_2	4	3	2	7	1	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *B*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–3	2
A_2	4	4
A_3	7	–4
A_4	–2	7
A_5	5	3

Вариант 19

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока A, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	6	–2	4	–3	7	3
A_2	1	3	1	7	2	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока B, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–1	0

B / A	B_1	B_2
A_2	5	4
A_3	6	–4
A_4	–2	6
A_5	5	2

Вариант 20

Задание 1. Найти оптимальные стратегии (объемы производства) $P = (p_1, p_2)$ и $Q = (q_1, q_2)$ игроков (изделий) A и B, среднюю цену игры V (платежной матрицы): $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 2 \end{pmatrix}$.

Решить задачу аналитически и геометрически.

Задание 2. Для игры с природой составить матрицы опасений, сожалений. Найти для каждой из них оптимальные стратегии по критериям Сэвиджа, Гурвица и Байеса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 6 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Игра 2 × 6.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока A, цену игры V, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

B / A	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	4	–3	5	–2	7	3
A_2	–4	3	1	7	1	4

Задание 4. Игра 5 × 2.

Найти графически и аналитически оптимальную (смешанную) стратегию игрока *B*, цену игры *V*, нижнюю α и верхнюю β цены игры в чистых стратегиях, если матрица игры имеет следующий вид:

A \ B	B_1	B_2
A_1	–3	2
A_2	6	4
A_3	6	–4
A_4	–3	6
A_5	5	2

Литература

Основная:

1. *Абчук В.А.* Математика для менеджеров и экономистов. – СПб.: изд. Михайлова В.А., 2002.
2. *Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б.* Математические методы и модели для менеджмента. – СПб.: Лань, 2005.
3. *Экономико*-математическое моделирование / под. общ. ред. И.Н. Дрогобыцкого – М.: Экзамен, 2006.

Дополнительная:

1. *Абчук В.А.* Экономико-математические методы. – СПб.: Союз, 1999.
2. *Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О.* Игровые методы в управлении экономикой и бизнесом. – М.: Дело, 2001.

Содержание

Учебно-методическое пособие

Блаженов Алексей Викторович, канд. физ.-мат. наук, доцент
Матвеев Юрий Леонидович, докт. физ.-мат. наук, профессор

Учебно-методическое пособие по дисциплине «Теория игр»

Начальник РИО А.В. Ляхтейнен
Редактор Л.Ю. Кладова
Верстка М.В. Ивановой

Подписано в печать 26.12.2018. Формат 60×90 $^{1}/_{16}$. Гарнитура Times New Roman.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 2,75. Тираж 100 экз. Заказ №728.
РГГМУ, 192007, Санкт-Петербург, Воронежская ул., 79.