



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра инженерной гидрологии

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(бакалаврская работа)

На тему Практическое использование
фрактальной размерности
речной сети

Исполнитель Мережкин Сергей Александрович
(фамилия, имя, отчество)

Руководитель Кандидат технических наук, доцент
(ученая степень, ученое звание)

Девятов Владимир Сергеевич
(фамилия, имя, отчество)

«К защите допускаю»
Заведующий кафедрой

(подпись)

Кандидат технических наук, доцент
(ученая степень, ученое звание)

Гайдукова Екатерина Владимировна
(фамилия, имя, отчество)

27 » июл 2025г.

Санкт-Петербург
2025

Содержание

	Стр.
Введение.....	3
1 Теоретические основы исследования.....	5
1.1 Фракталы и их свойства.....	5
2 Методы определения размерности геометрических фракталов.....	11
2.1 Метод коробок.....	11
2.2 Метод, основанный на формуле Мандельброта.....	12
2.3 Канторовский метод.....	13
3 Формирование базы данных для исследования.....	15
4 Вычисление фрактальных размерностей речной сети и статистических гидрологических характеристик.....	33
4.1 Вычисление фрактальных размерностей речной сети канторовским методом.....	33
4.2 Вычисление статистических гидрологических характеристик.....	39
5 Практическое использование фрактальной размерности речной сети..	43
Заключение.....	48
Список использованных источников.....	49
Приложение А – Расчет фрактальной размерности.....	52

Введение

Геометрия играет важную роль в изучении природы. Люди создают разные модели, чтобы лучше понять, как устроен мир. Раньше геометрию природы представляли с помощью привычных фигур – прямых, окружностей и т.д. Однако Бенуа Б. Мандельброт рассказал миру о том, что классического набора фигур в геометрии уже недостаточно для описания длины рек, периметра озер и других природных объектов. Чтобы описать такие сложные природные формы, он предложил использовать новое понятие – фракталы. Мандельброт отметил, что для описания этих объектов нужно использовать дробные, нецелые размерности, которые получили название фрактальные размерности. Они помогают точно измерять и описывать фрактальные формы. [1].

Во многих природных системах встречаются формы, структура которых выходит за рамки традиционной геометрии. Чтобы описать такие объекты, используется фрактальный подход – раздел математики, занимающийся исследованием фигур, обладающих свойством самоподобия. Вокруг нас существует множество примеров активного проявления самоподобия: рост деревьев и дренажные системы речных бассейнов, растительный покров и лесные пожары, структура облачности и гроззовые электрические разряды [2].

Фрактальные структуры используются в разных сферах, где необходимо описывать сложные формы. Благодаря своей универсальности фрактальные методы становятся важным инструментом для анализа объектов и явлений, которые сложно описать традиционными способами. Например, в медицине подобные методы применяются для изучения строения сосудов и тканей, в цифровой графике фрактальные алгоритмы используются для создания реалистичных изображений природы. Кроме того, фракталы находят применение в экономике и других науках, где необходимо исследовать нестабильные или хаотичные процессы.

Фракталы играют важную роль в понимании природных процессов. Особенно интересны с этой точки зрения речные сети, которые формируются по принципу разветвления и демонстрируют повторяемость формы на разных уровнях – от мелких ручьев до крупных рек.

Речные сети обладают сложной, разветвленной структурой, которую трудно описать с помощью классических геометрических методов. Фрактальный подход позволяет более точно оценивать такие структуры, учитывая их самоподобие и масштабную повторяемость. В условиях изменения климата такой метод дает новые возможности для прогнозирования водных процессов, а также оценки состояния водосборов. Поэтому использование фрактальной размерности в изучении речных сетей представляет собой актуальное и перспективное направление исследований.

В связи с вышеизложенным, целью исследования является определение зависимости фрактальной размерности речной сети от статистических гидрологических характеристик различных рек.

Для достижения цели исследования необходимо решить следующие задачи:

- а) изучить существующие виды фракталов;
- б) рассмотреть методы расчета фрактальной размерности и выбрать наиболее подходящий для исследования;
- в) определить и исследовать фрактальную размерность речных систем;
- г) рассчитать статистические гидрологические характеристики рек и выявить их зависимость от фрактальной размерности.

1 Теоретические основы исследования

1.1 Фракталы и их свойства

Бенуа Мандельброт разработал новую геометрию природы, которая способна описать в окружающем мире огромное множество неправильных фигур. Это семейство фигур он назвал фракталами [3]. За основу он взял латинское слово *fractus*, означающее «разделенный на части» [4].

Фрактальные формы встречаются повсюду: в силуэтах гор, очертаниях берегов и даже в изгибах речных русел. Некоторые из них постоянно меняются – как пламя или облака, – в то время как другие, например, кроны деревьев или сосуды в теле человека, сохраняют определенную структуру, которая сформировалась в ходе естественного развития [5].

Фрактал – это структура, в которой одна и та же форма повторяется на разных масштабах. Иначе говоря, ее части по строению напоминают целое. Подобные объекты обладают самоподобием, то есть выглядят одинаково независимо от того, насколько сильно мы их приближаем или удаляем. Например, если увеличить часть береговой линии, она будет выглядеть так же извилисто, как и вся линия в целом.

Как известно, размерность отрезка на прямой равна единице, размерность квадрата на плоскости – двум, размерность шара в трехмерном пространстве – трем и так далее [6]. Классическая геометрия описывает фигуры с целыми размерностями. Фракталы же имеют дробную размерность, что отражает их промежуточную сложность между разными измерениями.

Фрактальные объекты обладают рядом характерных черт [7]:

1) Самоподобие – элементы структуры на разных уровнях масштабирования повторяют общую форму;

2) Дробная размерность – описывает уровень сложности структуры. Чем выше фрактальная размерность, тем больше информации «содержится» в объекте;

3) Масштабная инвариантность – свойства структуры сохраняются при изменении масштаба. Это позволяет использовать один и тот же подход для анализа как малых, так и больших участков;

4) Итеративность – фракталы формируются путем многократного повторения определенного преобразования.

Если взглянуть на фракталы, а точнее на все их разнообразие, можно заметить множество отличий, которые наблюдаются в форме представления фракталов, а не только в форме фигур, из которых они состоят. Таким образом, различают геометрические, алгебраические и природные фракталы [8].

Геометрические фракталы

Геометрические фракталы являются одними из самых наглядных, поскольку у них очевидна самоподобность частей. Также отмечается, что геометрические фракталы представляют собой самый ранний тип фракталов [9].

Геометрические фракталы – это фигуры, которые создаются по четким правилам, шаг за шагом. Они начинаются с простой формы, например, отрезка или треугольника. Затем эта фигура делится и изменяется по определенной схеме, и эти действия повторяются снова и снова. Каждый новый шаг делает фигуру все сложнее, но она при этом сохраняет свою форму на всех уровнях.

Один из самых известных примеров – треугольник Серпинского (рисунок 1.1) [9]. Сначала рисуется обычный треугольник. Потом из его центра убирается часть, и остаются три меньших треугольника. После этого то же самое делают с каждым из оставшихся треугольников. Этот процесс можно повторять бесконечно, и каждый раз фигура будет выглядеть похоже на саму себя, только более детализированной [10].

Также в качестве примера геометрического фрактала можно привести кривую Коха (рисунок 1.1) [11]. Она строится из прямой линии, в которую на каждом этапе добавляются «уголки», превращая линию в снежинку с бесконечной длиной [11].

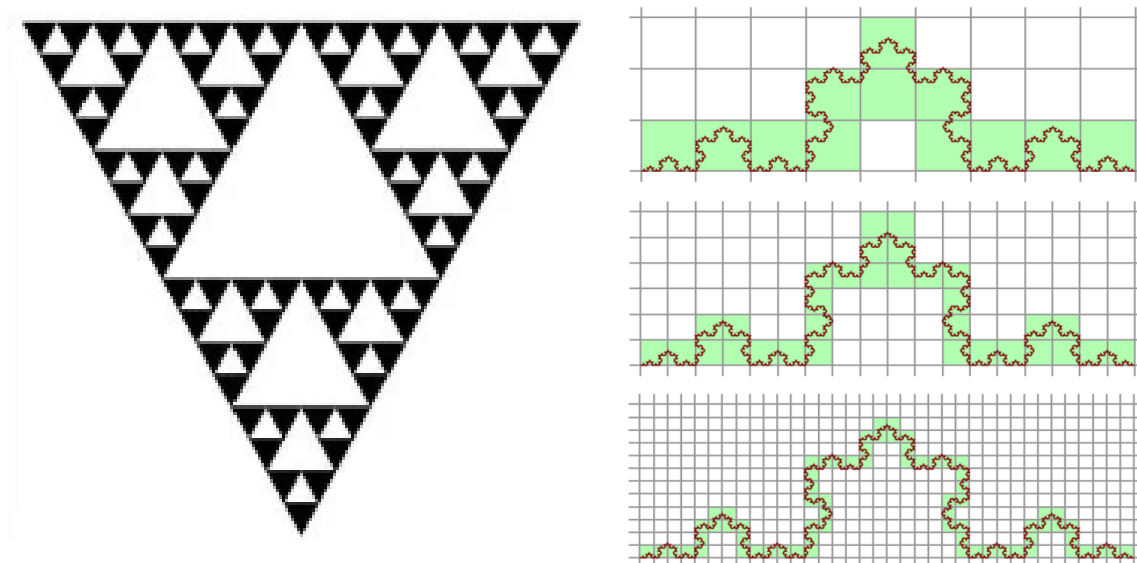


Рисунок 1.1 – Геометрические фракталы.

Геометрические фракталы широко используются в различных прикладных областях: от компьютерной графики до анализа природных форм и разработки алгоритмов сжатия изображений. Их четкая структура и предсказуемость делают их удобными как для визуализации, так и для теоретических исследований.

Алгебраические фракталы

Алгебраические фракталы возникают в результате итеративных вычислений с использованием алгебраических формул, чаще всего – в комплексной плоскости. Различают линейные и нелинейные алгебраические фракталы [9]. Примеры алгебраических фракталов изображены на рисунке 1.2 [9].

Основной принцип построения заключается в следующем: выбирается некоторое начальное значение, и к нему последовательно применяется функция, например:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c, \quad (1)$$

где z и c – комплексные числа, причем c остается неизменным, а z обновляется на каждом шаге.

Повторение этой операции позволяет определить, принадлежит ли исходная точка фракталу: если значения z с течением итераций не стремятся к бесконечности, точка считается частью фрактального множества.

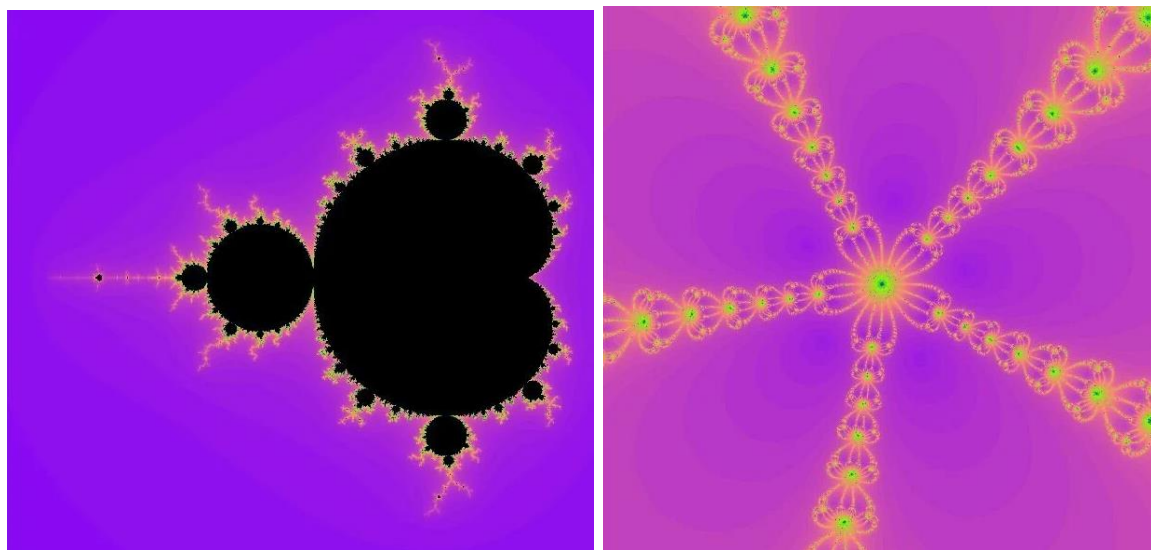


Рисунок 1.2 – Алгебраические фракталы.

Алгебраические фракталы используются не только в математике, но и в прикладных задачах – например, при создании графики, генерации сложных структур, в анализе сигналов. Благодаря своей выразительности и сложности они также часто применяются в визуальном искусстве и цифровом дизайне.

Природные фракталы

Для обозначения естественных структур, которые могут быть описаны фрактальным множеством, Бенуа Мандельброт ввел понятие «природный фрактал» [12].

Многие природные объекты и явления обладают свойствами, характерными для фракталов. Хотя такие структуры не формируются по строгим математическим алгоритмам, в их строении можно заметить

повторяющиеся элементы, масштабируемость и сложность, возникающую из простых закономерностей.

Одна из основных черт природных фракталов – приближенное самоподобие. Кроме того, в природе широко распространена итеративная организация – когда система развивается путем повторения схожих форм на разных на разных уровнях, например, от крупных к мелким элементам.

Также важно отметить сложность без симметрии: природные формы редко бывают идеально упорядоченными, однако в их строении можно выделить устойчивые закономерности. Такие формы сложно описать с помощью классической геометрии, но они хорошо поддаются фрактальному анализу.

Как отмечалось ранее, фрактальные структуры нас окружают повсюду: речные системы, деревья и растительность, снежинки и иней, побережья и горные хребты [5]. Примеры природных фракталов представлены на рисунке 1.3 [12].



Рисунок 1.3 – Природные фракталы.

Природные фракталы не только интересны с эстетической и научной точки зрения, но и имеют прикладное значение. Фрактальные модели позволяют точнее описывать природные процессы, прогнозировать поведение

систем. Кроме того, понимание таких структур помогает разрабатывать новые технологии – от медицинских моделей до цифровых ландшафтов.

2 Методы определения размерности геометрических фракталов

2.1 Метод коробок

Метод коробок является одним из самых применимых способов фрактальной размерности. Он особенно удобен для анализа изображений, карт, топографических сетей и экспериментальных данных. Этот метод универсален и позволяет количественно описывать сложность объектов даже при отсутствии строгой самоподобной структуры [13].

Принцип заключается в следующем: изучаемый объект накрывается сеткой, состоящей из квадратов или кубов одинакового размера. Размер ячеек постепенно уменьшается, и на каждом шаге подсчитывается количество ячеек, в которых содержится хотя бы часть объекта.

Таким образом, можно проследить, как число покрывающих элементов меняется при уменьшении масштаба. Чем сложнее структура, тем медленнее убывает количество ячеек при уменьшении их размера.

Алгоритм расчета:

- а) на плоскость или пространство, в котором расположен фрактал, накладывается сетка с ячейками размера ϵ ;
- б) подсчитывается количество ячеек $N(\epsilon)$, пересекающихся с объектом;
- в) повторяется процесс для меньших значений ϵ ;
- г) строится график зависимости $\log N(\epsilon)$ от $\log(1/\epsilon)$;
- д) наклон полученной прямой на графике аппроксимируется линейной регрессией. Его значение и будет приближенной фрактальной размерностью D .

Фрактальная размерность вычисляется по формуле (2) [13].

$$D = \frac{\log N(\epsilon)}{\log(1/\epsilon)}, \quad (2)$$

где D – фрактальная размерность;

ϵ – размер ячеек;

$\log N(\epsilon)$ – логарифм от числа ячеек, пересекающихся с объектом;

$\log(1/\epsilon)$ – логарифм обратного значения стороны ячейки.

Преимуществами данного метода являются простота реализации (метод легко применять к двумерным и трехмерным данным, в том числе к изображениям), гибкость (метод не требует строгой самоподобной структуры) и широкая применимость (метод используется в географии, биологии, медицине, экологии и компьютерной графике). На рисунке 2.1 [13] представлен пример расчета фрактальной размерности методом коробок.

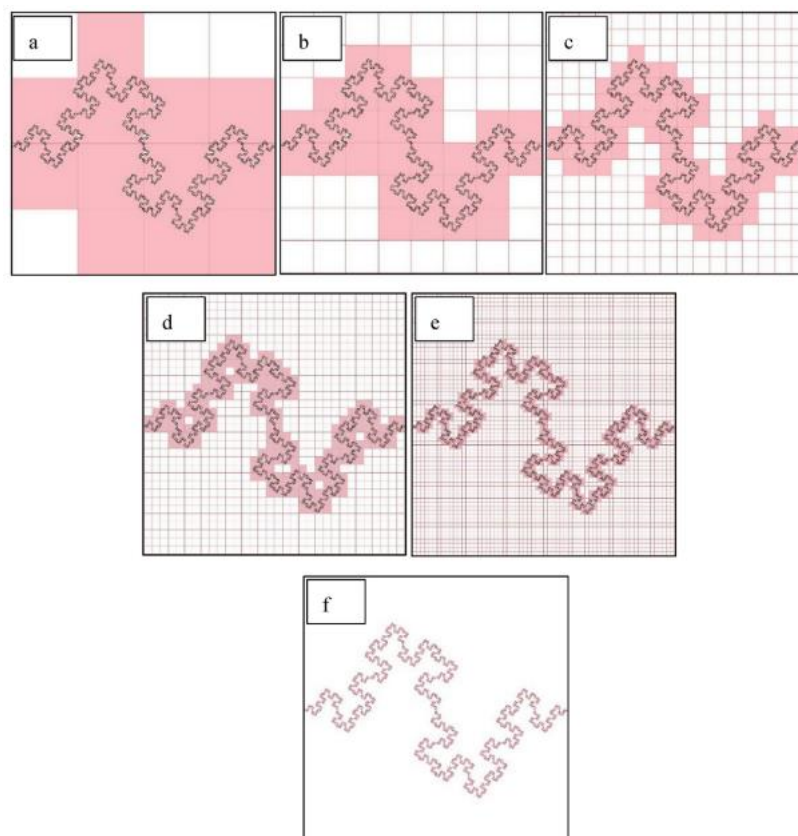


Рисунок 2.1 – Пример расчета фрактальной размерности методом коробок.

2.2 Метод, основанный на формуле Мандельброта

Бенуа Мандельброт считал, что измерение кривой линии является началом фрактальной геометрии. Для того, чтобы измерить кривую линию,

существует два метода: метод измерения раствором циркуля и метод подсчета клеток [1].

Фрактальная размерность D определяется исходя из уравнения линейного приближения (3) [1]:

$$\lg N = a \cdot \lg \delta + b, \quad (3)$$

где $a = D$;

$\lg N$ – натуральный логарифм числа клеток/приложений циркуля;

$\lg \delta$ – натуральный логарифм размера клеток/циркуля.

2.3 Канторовский метод

Изложенные выше методы измерения являются классическими, однако для разветвленных структур стоит рассмотреть еще один метод, называемый канторовским [1].

Если обратить внимание внутри разветвленной структуры на границу замкнутой области, то можно увидеть точки пересечения. На рисунке 2.2 [1] разветвленная структура $N1$ пересекается с областью линейного размера $R1$ в 14 точках. При размере $R2$ пересечение разветвленной структуры $N2$ будет в 23 точках. Метод назван канторовским, поскольку данные точки образуют канторовское множество. Связь между N и R будет степенной [1].

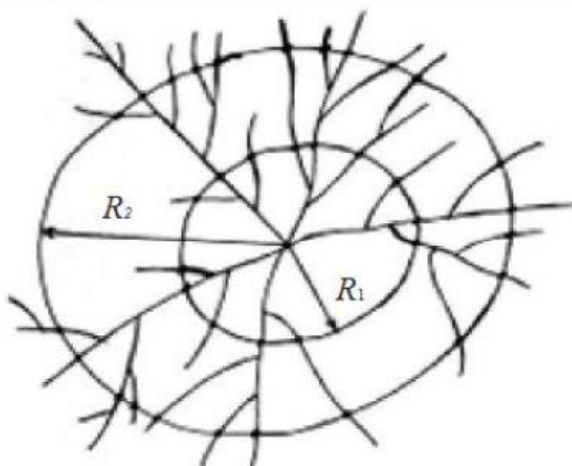


Рисунок 2.2 – Степенная связь между N и R . Точками отмечены границы пересечений. $N=R^h$, где h – размерность блуждания.

Связь между размерностью блуждания и фрактальной размерностью на плоскости: $h=2 \cdot (D-1)$.

Вывод. Исходя из вышеизложенных методов измерения фрактальной размерности, в работе используется канторовский метод, так как расчет будет производиться для речных сетей, которые, в свою очередь, представляют собой разветвленную структуру.

3 Формирование базы данных для исследования

Для дальнейшего исследования, направленного на определение фрактальной размерности речных сетей и вычисление основных статистических гидрологических характеристик, была сформирована база данных, включающая в себя как временные ряды наблюдений, так и пространственные характеристики исследуемых объектов.

В качестве временных гидрологических данных были использованы ряды среднегодовых расходов воды на замыкающем створе по 13 различным рекам Российской Федерации за 15-летний период с 2008 по 2022 год. Эти сведения были получены из официального ресурса – Автоматизированной информационной системы государственного мониторинга водных объектов (АИС ГМВО) [14]. Указанный временной интервал выбран на основании доступности и полноты данных. В связи с отсутствием данных о среднегодовых расходах воды на замыкающем створе реки Камчатка на данном информационном ресурсе, данные по этой реке были взяты из гидрологических ежегодников [15] за 15-летний период с 1965 по 1979 год. Ряды среднегодовых расходов воды выбранных рек представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Ряды среднегодовых расходов воды выбранных рек

№	Река–пост	Средний расход воды, м ³ /с
1	р. Иловля – Боровки	4,57
2	р. Люта – Сиковицы	4,31
3	р. Поной – Каневка	120,72
4	р. Тымь – Адотымово	70,43
5	р. Чагра – Новотулка	2,13
6	р. Подкумок – Незлобная	10,63
7	р. Чирко-Кемь – Юшкозеро	95,82

8	р. Ток – Ероховка	12,38
9	р. Вихорева – Кобляково	20,09
10	р. Амыл – Качулька	231,40
11	р. Камчатка – уроч. Большие Щеки	955,27
12	р. Сояна – Сояна	57,42
13	р. Нея – Буслаево	45,01
14	р. Мга – Горы	8,04

В качестве пространственной основы исследования были использованы цифровые карты бассейнов тех же рек. Был использован специализированный веб-ресурс – интерактивная карта бассейнов рек Российской Федерации [16]. Данный ресурс представляет собой удобный инструмент для визуализации и изучения гидрографической структуры России. Интерфейс карты позволяет получать доступ к структурированной информации о системе водосборов, включая основные реки и их притоки, а также границы бассейнов. Реки были отобраны с учетом их географического распределения, принадлежности к различным гидрографическим районам страны. Карта Российской Федерации с нанесенным расположением выбранных рек представлена на рисунке 3.1, где числа – это порядковые номера рек из таблицы 3.1. Далее будет представлена основная информация о реках с описанием географического положения, гидрологических особенностей и других значимых параметров.



Рисунок 3.1 – Карта Российской Федерации с расположением выбранных рек. Числа – порядковые номера рек из таблицы 3.1.

Основная информация о выбранных реках

Река Иловля

Иловля – водоток в Волгоградской области, впадающий в реку Дон с правой стороны. Исток находится на Приволжской возвышенности. Оттуда течет преимущественно на юг. Ее длина около 358 километров, водосбор охватывает порядка 9,2 тыс. кв. километров. Река относится к типу равнинных, русло умеренно извилистое. Основной объем воды поступает за счет весеннего таяния снега, что определяет выраженное половодье [17]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.2 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.2.

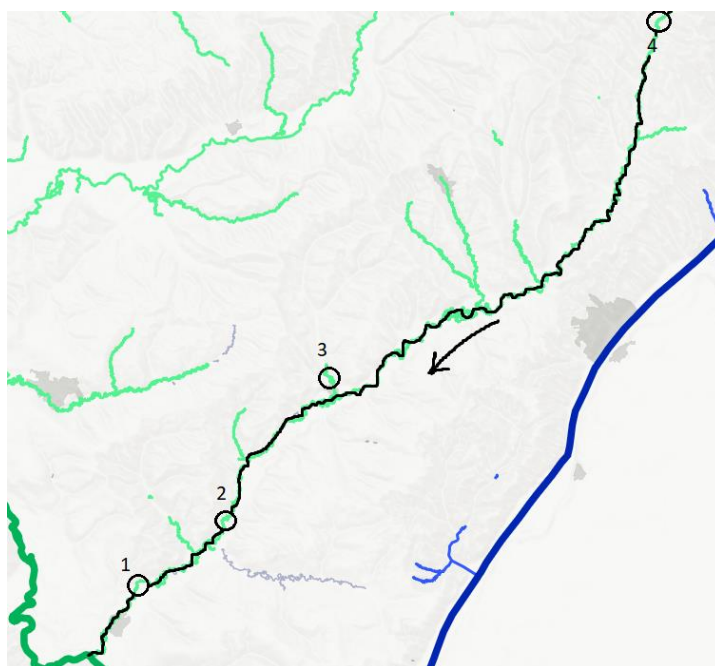


Рисунок 3.2 – Река Иловля на карте бассейнов рек Российской Федерации [16]. Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Иловля и ее притоках

№ на рисунке 3.2	Код поста	Название
1	78231	р. Иловля – Боровки
2	78229	р. Иловля – Александровка
3	78613	р. Ольховка – Клиновое
4	78225	р. Иловля – Гвардейское

Река Люта

Люта расположена в Псковской области и является притоком реки Великая. Ее протяженность составляет около 150 километров, а площадь водосборного бассейна – примерно 3,2 тыс. кв. километров. Русло реки проходит через равнинные и частично заболоченные участки, окруженные лесами. Водный режим формируется преимущественно за счет снегового питания, с характерным половодьем весной. Зимой река замерзает, формируя устойчивый ледяной покров [18]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.3 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.3.

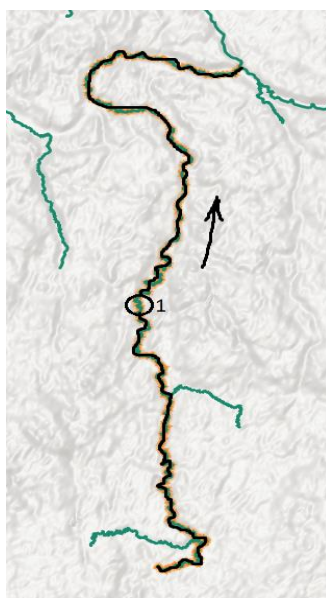


Рисунок 3.3 – Река Люта на карте бассейнов рек Российской Федерации [16].
Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Люта и ее притоках

№ на рисунке 3.3	Код поста	Название
1	72761	р. Люта – Сиковицы

Река Поной

Поной – одна из главных рек Кольского полуострова. Поной берет начало в возвышенных участках хребта Кейвы и направляется к Белому морю. Она имеет длину около 426 километров и водосборный бассейн площадью около 15,5 тыс. кв. километров. Русло неровное, с наличием порогов. На режим реки оказывает влияние снежное питание, обеспечивающее значительное половодье весной [19]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.4 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.4.

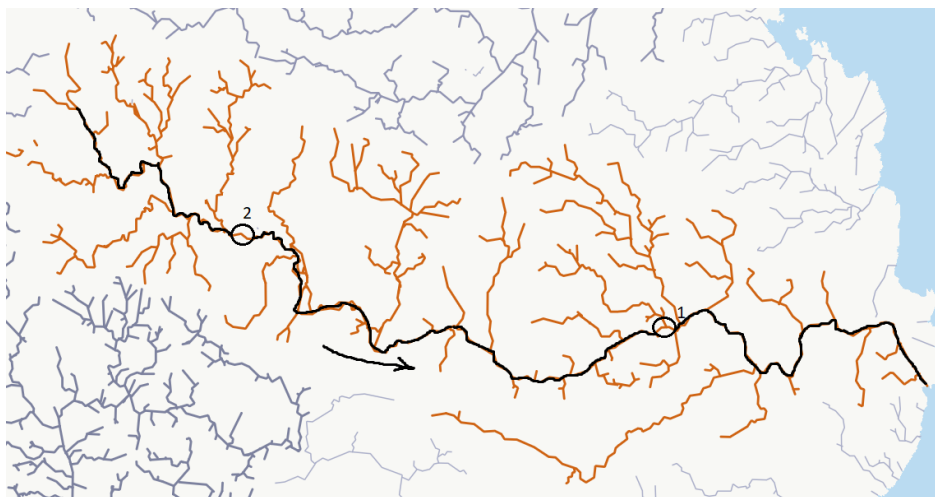


Рисунок 3.4 – Река Поной на карте бассейнов рек Российской Федерации [16]. Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.4.

Таблица 3.4 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Поной и ее притоках

№ на рисунке 3.4	Код поста	Название
1	71168	р. Поной – Каневка
2	71165	р. Поной – Краснощелье

Река Тымь

Тымь – одна из значительных рек Сахалина, длина которой оценивается в 330 километров, при площади водосбора порядка 7,8 тыс. кв. километров. Истоки расположены в центральной горной части острова. На верхнем отрезке течение быстрое и порожистое, на нижнем – замедляется. Река питается преимущественно осадками и снегом, замерзает с наступлением холодного сезона [20]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.5 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.5.



Рисунок 3.5 – Река Тымь на карте бассейнов рек Российской Федерации [16]. Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Тымь и ее притоках

№ на рисунке 3.5	Код поста	Название
1	4033	р. Тымь – Адотымово
2	4043	р. Славка – Славы
3	4032	р. Тымь – Красная Тымь
4	4038	р. Малая Тымь – Белое
5	4036	р. Красная – Ясное

Река Чагра

Чагра – река, протекающая по территории Самарской и Саратовской областей. Ее длина составляет около 250 километров, а площадь водосборного бассейна – порядка 3400 кв. километров. Является притоком Волги. Река берет начало на Приволжской возвышенности и течет по степным и лесостепным участкам. Основной объем стока формируется за счет талых вод, с заметным подъемом уровня весной. В холодный сезон устанавливается ледостав, продолжающийся до ранней весны [21]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.6 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.6.

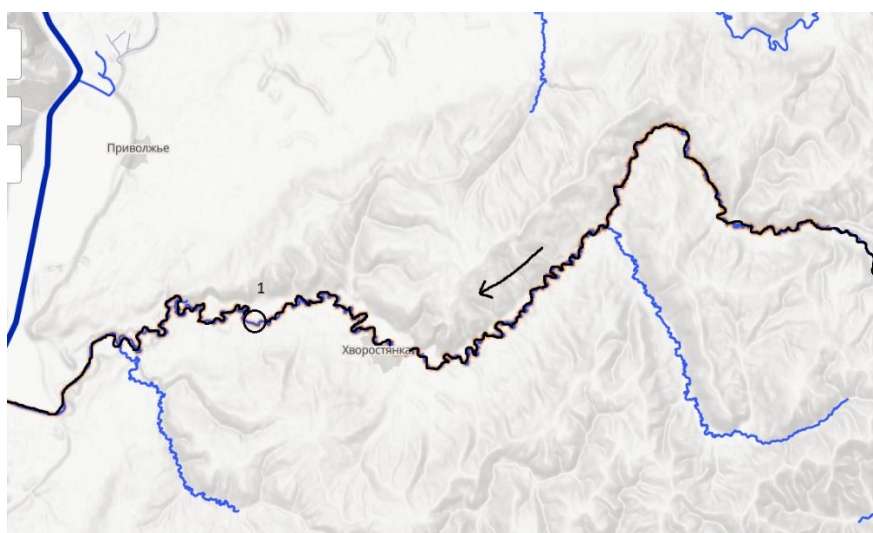


Рисунок 3.6 – Река Чагра на карте бассейнов рек Российской Федерации [16].
Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.6.

Таблица 3.6 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Чагра и ее притоках

№ на рисунке 3.6	Код поста	Название
1	77336	р. Чагра – Новотулка

Река Подкумок

Подкумок – река, текущая через Ставропольский край и северные районы Кавказа, правобережный приток Кумы. Ее длина приближается к 160 километрам, водосбор охватывает порядка 2,2 тыс. кв. километров. Начинается с горных склонов, затем переходит в равнинную часть. Основной вклад в питание дают снега и дожди. Ледостав наблюдается с декабря по март [22]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.7 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.7.

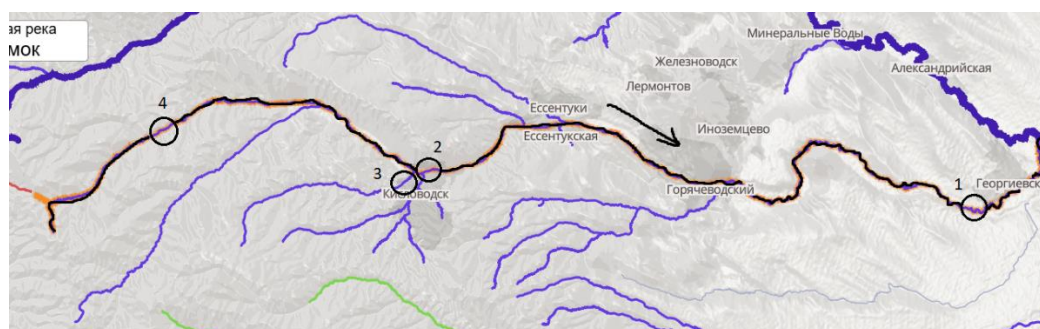


Рисунок 3.7 – Река Подкумок на карте бассейнов рек Российской Федерации [16]. Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.7.

Таблица 3.7 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Подкумок и ее притоках

№ на рисунке 3.7	Код поста	Название
1	84399	р. Подкумок – Незлобная
2	84043	р. Подкумок – Кисловодск
3	84400	р. Аликановка – Кисловодск

№ на рисунке 3.7	Код поста	Название
4	84042	р. Подкумок – Первомайское

Река Чирко-Кемь

Расположенная на территории Карелии, Чирко-Кемь впадает в реку Кемь. Ее длина – около 220 километров, водосборный бассейн – порядка 4 тыс. кв. километров. Река берет начало в болотистой местности и течет по равнинной территории с многочисленными озерами. Питание смешанное, с преобладанием снегового. Ледостав длится с ноября по апрель [23]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.8 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.8.

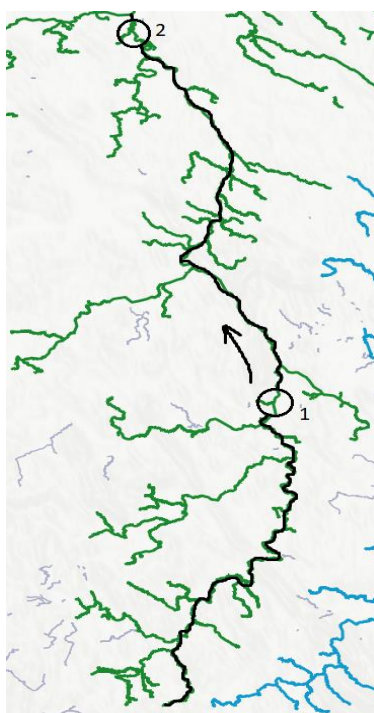


Рисунок 3.8 – Река Чирко-Кемь на карте бассейнов рек Российской Федерации [16]. Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.8.

Таблица 3.8 – Список гидрологических постов, расположенных на реке
Чирко-Кемь и ее притоках

№ на рисунке 3.8	Код поста	Название
1	49055	р. Чирко-Кемь – Андропова Гора
2	49058	р. Чирко-Кемь – Юшкозеро

Река Ток

Ток – степная река в Оренбургской области, является правым притоком Самары. Ее протяженность – около 250 километров, площадь водосбора – порядка 5 тыс. кв. километров. Река берет начало на возвышенных участках и течет через равнинную местность. Характерен снеговой тип питания. Замерзает в ноябре, вскрывается в марте [24]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.9 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.9.

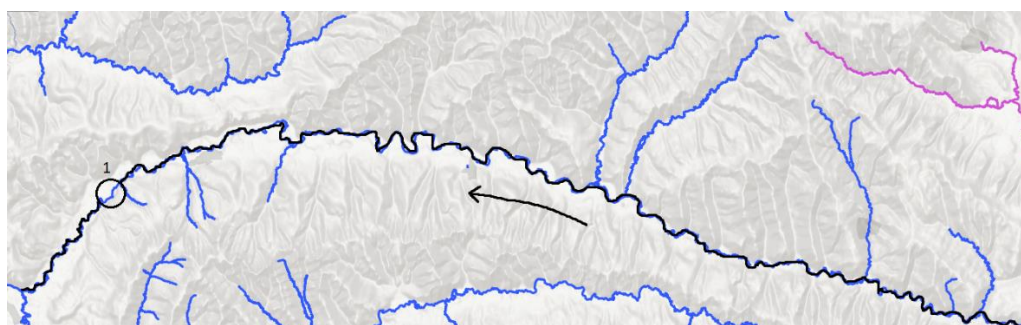


Рисунок 3.9 – Река Ток на карте бассейнов рек Российской Федерации [16].
Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.9.

Таблица 3.9 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Ток и
ее притоках

№ на рисунке 3.9	Код поста	Название
1	77266	р. Ток – Ероховка

Река Вихорева

Река Вихорева протекает по территории Иркутской области и является притоком реки Уда. Ее протяженность составляет около 300 километров, бассейн занимает площадь порядка 5,3 тыс. кв. километров. Основные источники питания – талые воды и осадки. Ледостав длится с октября по май [25]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.10 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.10.

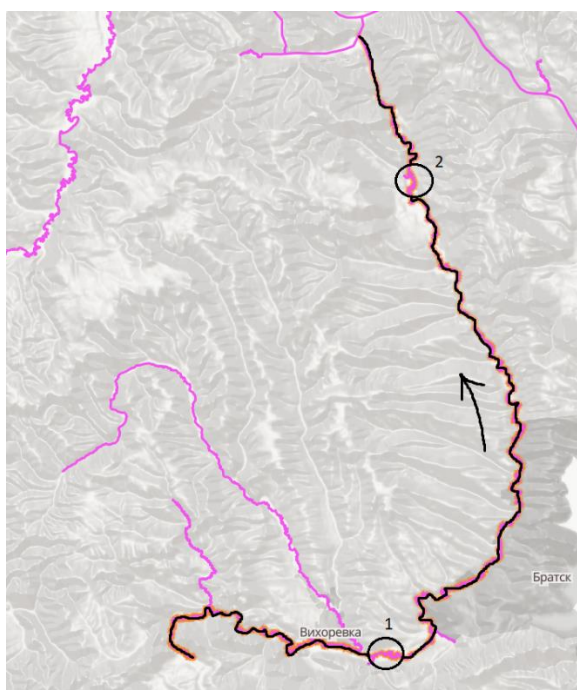


Рисунок 3.10 – Река Вихорева на карте бассейнов рек Российской Федерации [16]. Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.10.

Таблица 3.10 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Вихорева и ее притоках

№ на рисунке 3.10	Код поста	Название
1	8251	р. Вихорева – Кузнецовка
2	8254	р. Вихорева – Кобляково

Река Амыл

Амыл – река, протекающая по территории Красноярского края. Впадает в Тубу. Ее длина около 260 километров, а площадь водосборного бассейна – примерно 9,5 тыс. кв. километров. Течет по горной и лесной местности. Водный режим формируется за счет снегового и дождевого стока. Ледостав наблюдается с октября по май [26]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.11 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.11.

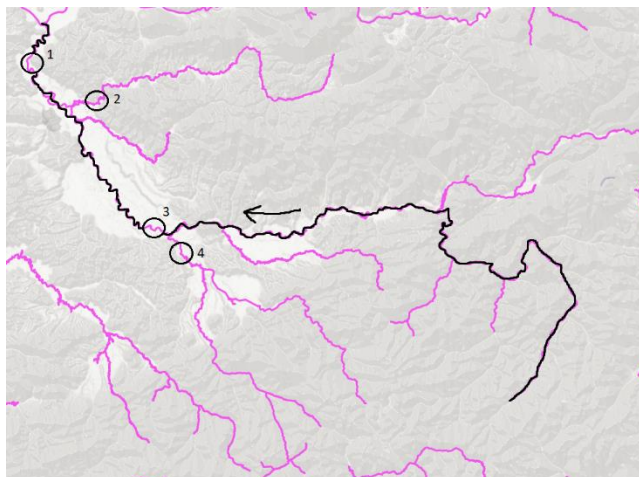


Рисунок 3.11 – Река Амыл на карте бассейнов рек Российской Федерации [16]. Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.11.

Таблица 3.11 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Амыл и ее притоках

№ на рисунке 3.11	Код поста	Название
1	9282	р. Амыл – Качулька
2	9285	р. Копь – Черепановка
3	9279	р. Амыл – Верхний Кужебар
4	9283	р. Шадат – Усть-Шадат

Река Камчатка

Камчатка – одна из крупнейших рек Камчатского полуострова, протяженностью около 760 километров и водосборной площадью почти 56 тыс. кв. километров. Река берет начало в горах и впадает в Тихий океан. Характерна высокая скорость течения, значительная глубина и наличие порогов. Водный режим – смешанный, со снежным и дождевым питанием. Замерзает река в ноябре, вскрывается в мае [27]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.12 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.12.

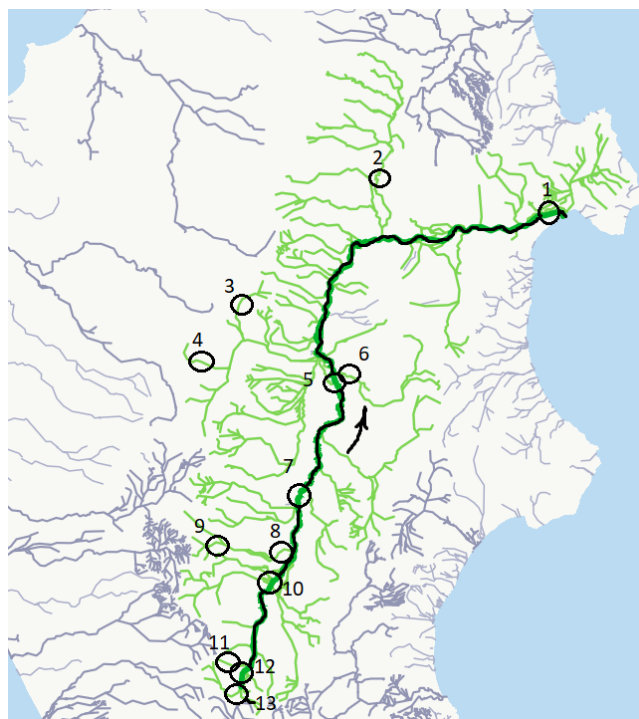


Рисунок 3.12 – Река Камчатка на карте бассейнов рек Российской Федерации [16]. Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.12.

Таблица 3.12 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Камчатка и ее притоках

№ на рисунке 3.12	Код поста	Название
1	2023	р. Камчатка – уроч. Большие Щеки
2	2223	р. Еловка – в 88,7 км от устья

№ на рисунке 3.12	Код поста	Название
3	2063	р. Анавгай – Анавгай
4	2058	р. Уксичан – Эссо
5	2014	р. Камчатка – Лазо
6	2048	р. Толбачик – Толбачик
7	2043	р. Долиновка – Долиновка
8	2040	р. Кирганик – Кирганик
9	2226	р. Правый Кирганик – уроч. Стрелка
10	2010	р. Камчатка – Верхне-Камчатск
11	2030	р. Кунч – в 5,4 км от устья
12	2032	р. Машихинская – в 14,6 км от устья
13	2007	р. Камчатка Озерная – уроч. Бугры

Река Сояна

Сояна протекает в Архангельской области, впадает в Мезень. Длина водотока составляет порядка 260 километров, площадь бассейна – около 6,5 тыс. кв. километров. Река течет по заболоченной равнинной территории с лесами. Основа питания – талые воды. Ледостав – с ноября по апрель [28]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.13 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.13.

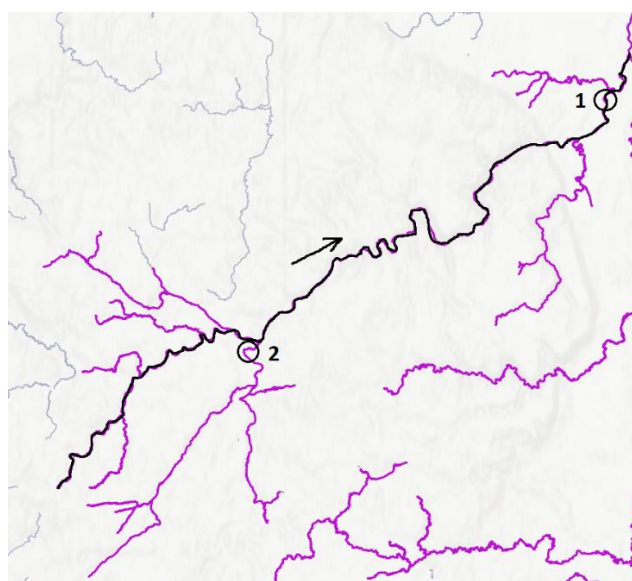


Рисунок 3.13 – Река Сояна на карте бассейнов рек Российской Федерации [16]. Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.13.

Таблица 3.13 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Сояна и ее притоках

№ на рисунке 3.13	Код поста	Название
1	70374	р. Сояна – Сояна
2	70377	р. Котуга – Кепино

Река Нея

Нея – река в Костромской области, правобережный приток Унжи. Ее длина около 250 километров, а площадь водосборного бассейна – приблизительно 6 тыс. кв. километров. Течение проходит через лесные и болотистые участки. Питание преимущественно снеговое, паводки выражены в весенний период. Река замерзает в ноябре, вскрывается в апреле [29]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.14 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.14.

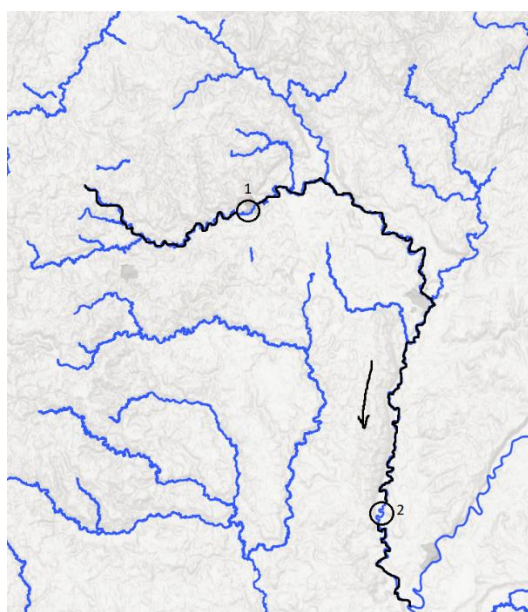


Рисунок 3.14 – Река Нея на карте бассейнов рек Российской Федерации [16].
 Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.14.

Таблица 3.14 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Нея
 и ее притоках

№ на рисунке 3.14	Код поста	Название
1	75292	р. Нея – Парфеньево
2	75293	р. Нея – Буслаево

Река Мга

Река Мга расположена в пределах Ленинградской области и является левым притоком Невы. Ее протяженность – около 93 километров, площадь водосборного бассейна – порядка 1 тыс. кв. километров. Характерна равнинная конфигурация русла. Преобладающим является снеговое питание. Ледостав наблюдается с ноября по апрель [30]. Изображение реки с карты бассейнов рек Российской Федерации представлено на рисунке 3.15 [16]. Список гидрологических постов, расположенных на реке и ее притоках, представлен в таблице 3.15.

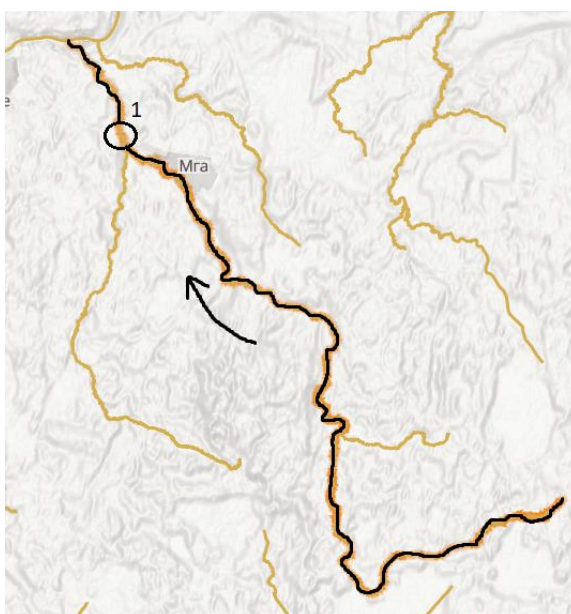


Рисунок 3.15 – Река Мга на карте бассейнов рек Российской Федерации [16].
Числами обозначены гидрологические посты, представленные в таблице 3.15.

Таблица 3.15 – Список гидрологических постов, расположенных на реке Мга
и ее притоках

№ на рисунке 3.15	Код поста	Название
1	72039	р. Мга – Горы

Данный набор рек охватывает различные физико-географические зоны России, начиная с лесов и степей в европейской части, заканчивая горными районами Камчатки.

4 Вычисление фрактальных размерностей речной сети и статистических гидрологических характеристик

4.1 Вычисление фрактальных размерностей речной сети канторовским методом

Как упоминалось ранее, вычисление фрактальной размерности в работе будет производиться канторовским методом [1], поскольку он подходит для разветвленных структур, какой и является речная сеть. Для получения более точного результата расчета все реки были выбраны в одном масштабе. Фрактальная размерность будет вычисляться для замыкающего створа каждой реки.

Вычисление производится по следующему алгоритму:

- а) изображение реки с карты бассейнов рек [16] делится на меры (подбираются равные меры для всех рек);
- б) отмечаются точки пересечений, подсчитывается количество пересечений N с каждой областью R ;
- в) строится график зависимости $\ln R$ от $\ln N$, по которому определим размерность блуждания h ;
- г) По формуле (4) вычисляется фрактальная размерность D [1].

$$D = (h / 2) + 1, \quad (4)$$

где D – фрактальная размерность;

h – размерность блуждания.

Расчет фрактальной размерности реки Поной

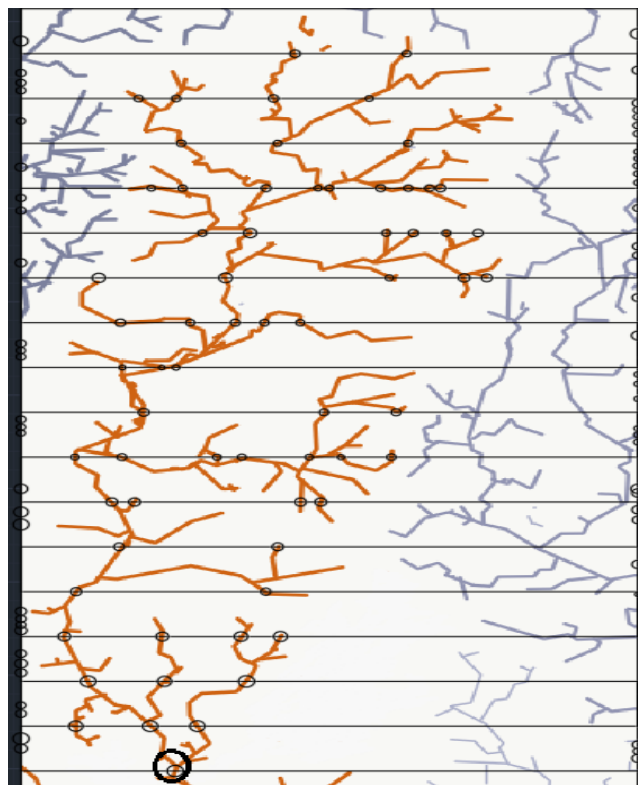


Рисунок 4.1 – Река Поной, поделенная мерами.

Таблица 4.1 – Расчет фрактальной размерности реки Поной

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	9	2,20	1,00	0,00	1,54	1,77
2	11	2,40	1,41	0,35		
3	15	2,71	1,73	0,55		
4	17	2,83	2,00	0,69		
5	18	2,89	2,24	0,80		
6	24	3,18	2,45	0,90		
7	31	3,43	2,65	0,97		
8	33	3,50	2,83	1,04		
9	36	3,58	3,00	1,10		
10	42	3,74	3,16	1,15		
11	43	3,76	3,32	1,20		
12	47	3,85	3,46	1,24		
13	53	3,97	3,61	1,28		
14	53	3,97	3,74	1,32		
15	60	4,09	3,87	1,35		
16	62	4,13	4,00	1,39		
17	62	4,13	4,12	1,42		

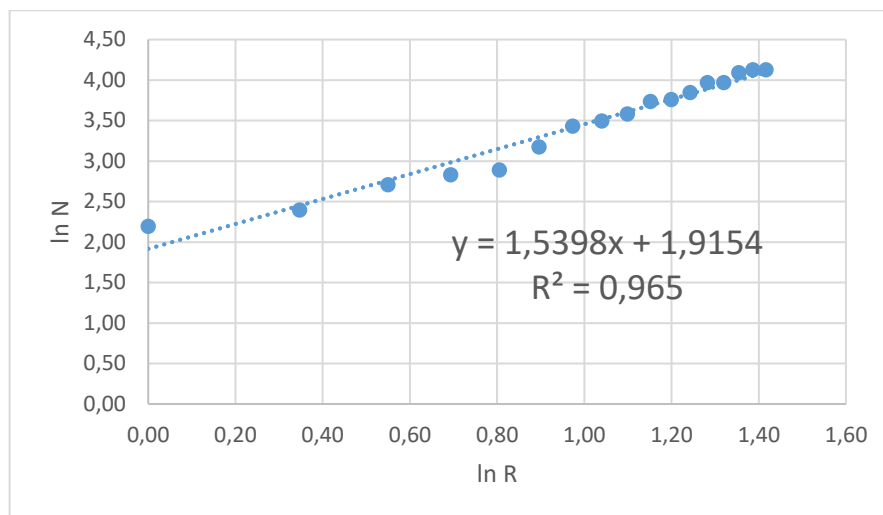


Рисунок 4.2 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Поной).

На рисунке 4.1 представлена река Поной на карте бассейнов рек [16], поделенная мерами. Окружностями обозначены точки пересечений. Расчет фрактальной размерности представлен в таблице 4.1. На рисунке 4.2 представлен график зависимости $\ln R$ от $\ln N$, по которому снимаем размерность блуждания h . Фрактальная размерность реки Поной для замыкающего створа составила 1,77.

Расчет фрактальной размерности реки Чирко-Кемь

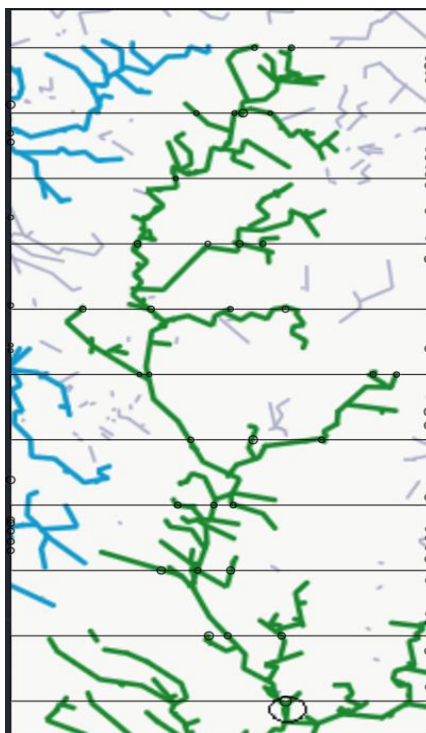


Рисунок 4.3 – Река Чирко-Кемь, поделенная мерами.

Таблица 4.2 – Расчет фрактальной размерности реки Чирко-Кемь

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	6	1,79	1,00	0,00	1,66	1,83
2	9	2,20	1,41	0,35		
3	18	2,89	1,73	0,55		
4	20	3,00	2,00	0,69		
5	23	3,14	2,24	0,80		
6	26	3,26	2,45	0,90		
7	28	3,33	2,65	0,97		
8	29	3,37	2,83	1,04		
9	39	3,66	3,00	1,10		
10	42	3,74	3,16	1,15		

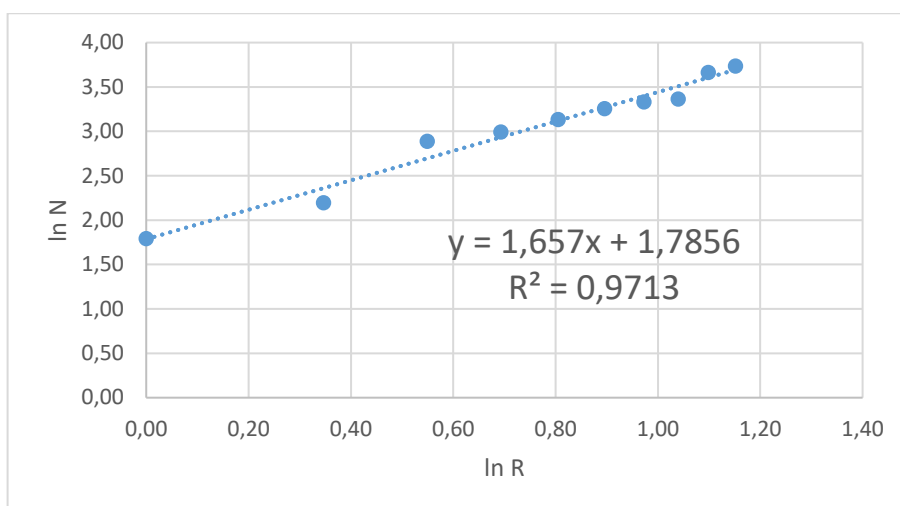


Рисунок 4.4 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Чирко-Кемь).

На рисунке 4.3 представлена река Чирко-Кемь на карте бассейнов рек [16], поделенная мерами. Окружностями обозначены точки пересечений. Расчет фрактальной размерности представлен в таблице 4.2. На рисунке 4.4 представлен график зависимости $\ln R$ от $\ln N$, по которому снимаем размерность блуждания h . Фрактальная размерность реки Чирко-Кемь для замыкающего створа составила 1,83.

Расчет фрактальной размерности остальных рек представлен в приложении А.



Рисунок 4.5 – Карта Российской Федерации с нанесенными фрактальными размерностями выбранных рек.

4.2 Вычисление статистических гидрологических характеристик

Статистические гидрологические характеристики рассчитываются по следующим формулам [31]:

$$Cv = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^2}{n-1}}, \quad (5)$$

где Cv – коэффициент вариации;

n – длина ряда;

k – модульный коэффициент.

$$Cs = \frac{n \sum_{i=1}^n (k_i - 1)^3}{(n-1)(n-2)Cv^3}, \quad (6)$$

где Cs – коэффициент асимметрии;

Cv – коэффициент вариации;

n – длина ряда;

k – модульный коэффициент.

$$\sigma = Cv\bar{Q}, \quad (7)$$

Где σ – среднеквадратическое отклонение, м³/с;

Cv – коэффициент вариации;

\bar{Q} – средний расход воды, м³/с.

Таблица 4.3 – Вычисление статистических гидрологических характеристик

№	Река-пост	Фрактальная размерность D	Средний расход воды, м ³ /с	Среднеквадратическое отклонение, м ³ /с	Cv	Cs
1	р. Иловля – Боровки	1,55	4,57	4,01	0,88	1,84
2	р. Люта – Сиковицы	1,42	4,31	1,46	0,34	– 0,07

№	Река-пост	Фрактальная размерность D	Средний расход воды, м ³ /с	Среднеквадратическое отклонение, м ³ /с	C_v	C_s
3	р. Поной — Каневка	1,77	120,72	21,46	0,18	0,53
4	р. Тымь — Адотымово	1,58	70,43	9,26	0,13	0,30
5	р. Чагра — Новотулка	1,31	2,13	1,08	0,51	0,97
6	р. Подкумок — Незлобная	1,68	10,63	3,76	0,35	0,21
7	р. Чирко-Кемь — Юшкозеро	1,83	95,82	21,43	0,22	0,80
8	р. Ток — Ероховка	1,30	12,38	3,76	0,30	0,94
9	р. Вихорева — Кобляково	1,54	20,09	4,41	0,22	1,26
10	р. Амыл — Качулька	1,22	231,40	47,71	0,21	0,20
11	р. Камчатка — уроч. Большие Щеки	1,98	955,27	91,26	0,10	1,70
12	р. Сояна — Сояна	1,75	57,42	11,01	0,19	0,47
13	р. Нея — Буслаево	1,94	45,01	12,01	0,27	0,77
14	р. Мга — Горы	1,42	8,04	1,93	0,24	0,58

В таблице 4.3 представлены вычисленные значения статистических гидрологических характеристик всех рек, такие как средний расход воды, среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации и коэффициент асимметрии. Также в данной таблице представлены значения фрактальных размерностей, вычисленные для всех рек.

Погрешности (абсолютные и относительные) для вычисленных статистических гидрологических характеристик рассчитываются по следующим формулам [31]:

а) абсолютные погрешности

- для среднего значения

$$\varepsilon_Q = \frac{\sigma_Q}{\sqrt{n}}, \quad (8)$$

- для коэффициента вариации

$$\varepsilon_{Cv} = \frac{Cv}{n+4Cv^2} \sqrt{\frac{n(1+Cv^2)}{2}}, \quad (9)$$

- для коэффициента асимметрии

$$\varepsilon_{Cs} = \sqrt{\frac{6}{n}(1 + 6Cv^2 + 5Cv^4)}; \quad (10)$$

б) относительные погрешности

- для среднего значения

$$\varepsilon_{Q,\%} = \frac{Cv}{\sqrt{n}} 100\%, \quad (11)$$

- для коэффициента вариации

$$\varepsilon_{Cv,\%} = \frac{1}{n+4Cv^2} \sqrt{\frac{n(1+Cv^2)}{2}} 100\%, \quad (12)$$

- для коэффициента асимметрии

$$\varepsilon_{Cs,\%} = \frac{1}{Cs} \sqrt{\frac{6}{n}(1 + 6Cv^2 + 5Cv^4)} 100\%. \quad (13)$$

Таблица 4.4 – Вычисление погрешностей статистических
гидрологических характеристик

№	Река-пост	Абсолютная погрешность			Относительная погрешность, %		
		Q	Cv	Cs	Q	Cv	Cs
1	р. Иловля – Боровки	1,03	0,18	1,86	22,7	20,2	101
2	р. Люта – Сиковицы	0,38	0,06	0,84	8,78	18,7	1199
3	р. Поной – Каневка	5,54	0,03	0,69	4,65	18,4	131

4	р. Тымь – Адотымово	2,39	0,02	0,66	3,36	18,3	221
5	р. Чагра – Новотулка	0,28	0,10	1,08	13,2	19,2	111
6	р. Подкумок – Незлюбная	0,97	0,07	0,85	9,04	18,7	405
7	р. Чирко-Кемь – Юшкозеро	5,53	0,04	0,72	5,68	18,5	90,2
8	р. Ток – Ероховка	0,97	0,06	0,80	7,75	18,6	84,6
9	р. Вихорева – Кобляково	1,14	0,04	0,72	5,68	18,5	57,3
10	р. Амыл – Качулька	12,3	0,04	0,71	5,42	18,4	357
11	р. Камчатка – уроч. Большие Щеки	23,5	0,02	0,65	2,58	18,3	38,3
12	р. Сояна – Сояна	2,84	0,03	0,70	4,91	18,4	149
13	р. Нея – Буслаево	3,11	0,05	0,77	6,97	18,6	99,4
14	р. Мга – Горы	0,49	0,04	0,74	6,20	18,5	127

В таблице 4.4 представлен расчет абсолютных и относительных погрешностей для среднего расхода воды, коэффициента вариации и коэффициента асимметрии по всем замыкающим постам на выбранных реках.

5 Практическое использование фрактальной размерности речной сети

Целью исследования является определение зависимости фрактальной размерности речной сети от статистических гидрологических характеристик. После того, как были рассчитаны значения фрактальной размерности всех рек, а также значения статистических гидрологических характеристик, следующим этапом является построение графиков зависимости и выявление закономерностей.

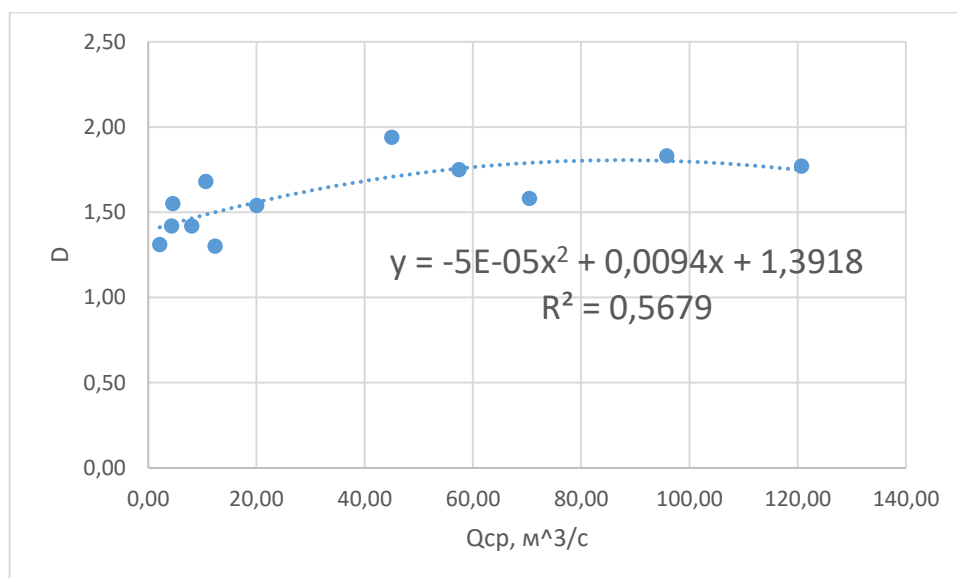


Рисунок 5.1 – График зависимости фрактальной размерности D от среднего расхода воды Q .

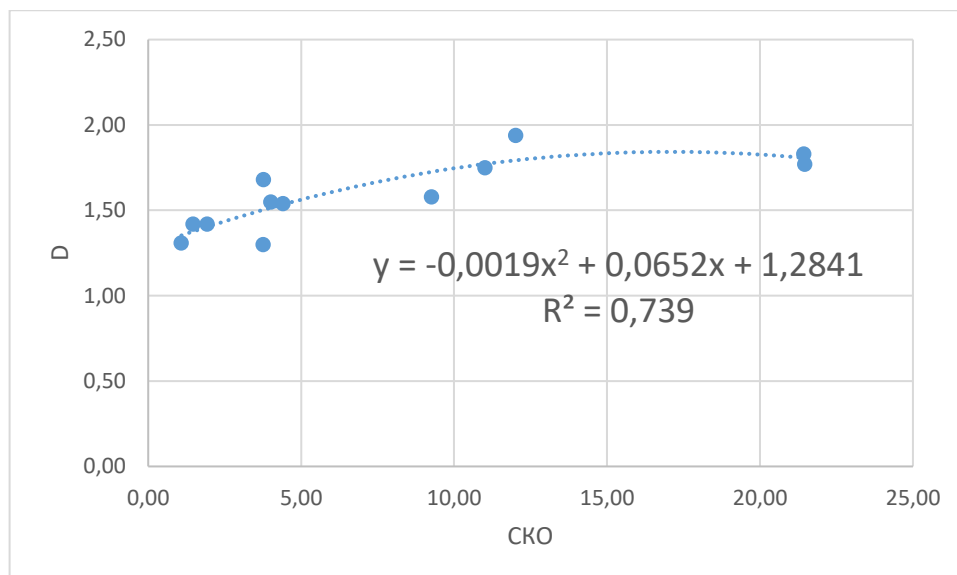


Рисунок 5.2 – График зависимости фрактальной размерности D от среднеквадратического отклонения.

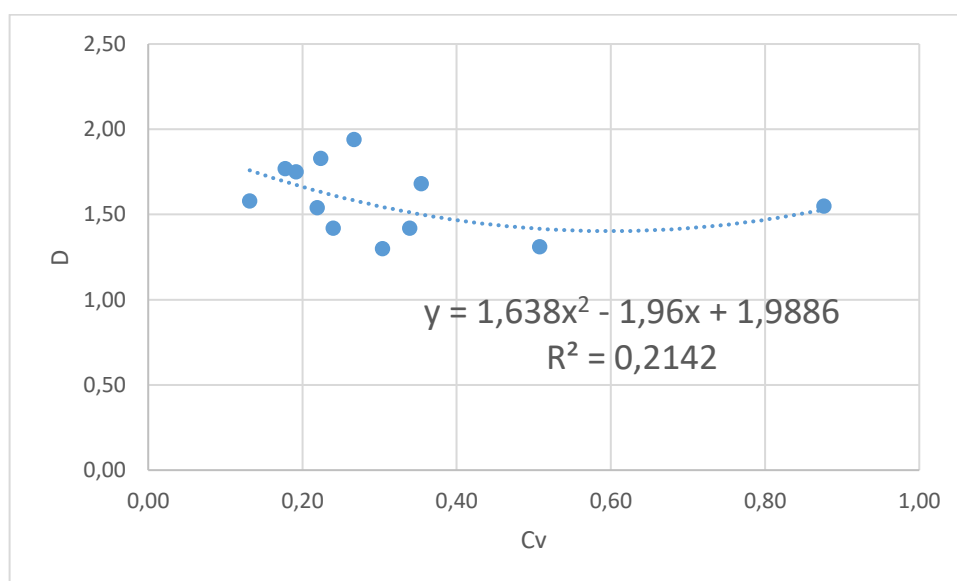


Рисунок 5.3 – График зависимости фрактальной размерности D от коэффициента вариации C_v .

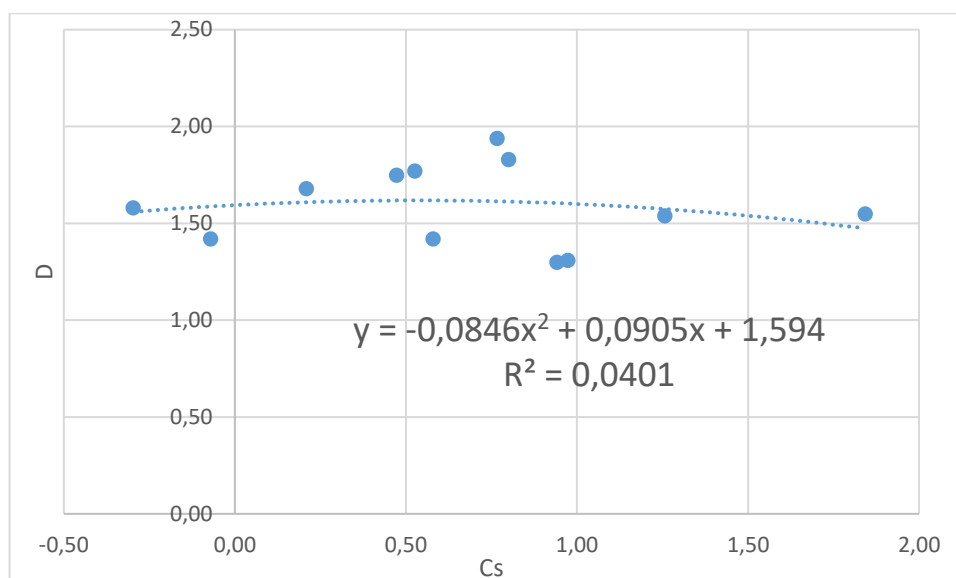


Рисунок 5.4 – График зависимости фрактальной размерности D от коэффициента асимметрии C_s .

На рисунках 5.1 – 5.4 представлены графики зависимости фрактальной размерности от статистических гидрологических характеристик. Графики зависимости строились без учета реки Амыл и реки Камчатка, поскольку они являются, соответственно, горной и полизональной реками, и требуют дополнительного исследования.

При построении графиков зависимости использовалась параболическая связь, поскольку крупные малоприточные реки, такие как, например, река Нил, имеют небольшую фрактальную размерность, но при этом большие значения расходов воды. Следовательно, при использовании параболической связи появляется возможность фиксировать расходы крупных рек.

В ходе анализа было выявлено, что наиболее тесная связь с фрактальной размерностью наблюдается у среднеквадратического отклонения и среднего расхода воды. Связь менее тесная с фрактальной размерностью у коэффициента вариации и коэффициента асимметрии. Выявленная зависимость в будущем сможет служить для определения среднего расхода воды и среднеквадратического отклонения в зависимости от фрактальной размерности на малоизученных реках с возможностью построения кривых

обеспеченности, более точных при использовании нормального закона распределения.

На рисунках 5.5, 5.6 и 5.7 представлены кривые обеспеченности Пирсона третьего типа реки Люта, реки Вихорева и реки Чирко-Кемь соответственно. Синяя кривая построена по фактическим рядам среднегодовых расходов воды при коэффициенте асимметрии равным нулю. Оранжевая кривая построена по фактическим рядам среднегодовых расходов воды при коэффициенте асимметрии не равным нулю. Серая кривая построена по значениям среднего расхода воды и среднеквадратического отклонения, снятых с графика зависимости от фрактальной размерности при коэффициенте асимметрии равным нулю. Желтая кривая построена по значениям среднего расхода воды и среднеквадратического отклонения, снятых с графика зависимости от фрактальной размерности, коэффициент асимметрии снят с графика зависимости от фрактальной размерности. Значение коэффициента асимметрии при построении синей и серой кривых взято равным нулю, поскольку связи с фрактальной размерностью на графике не наблюдается.

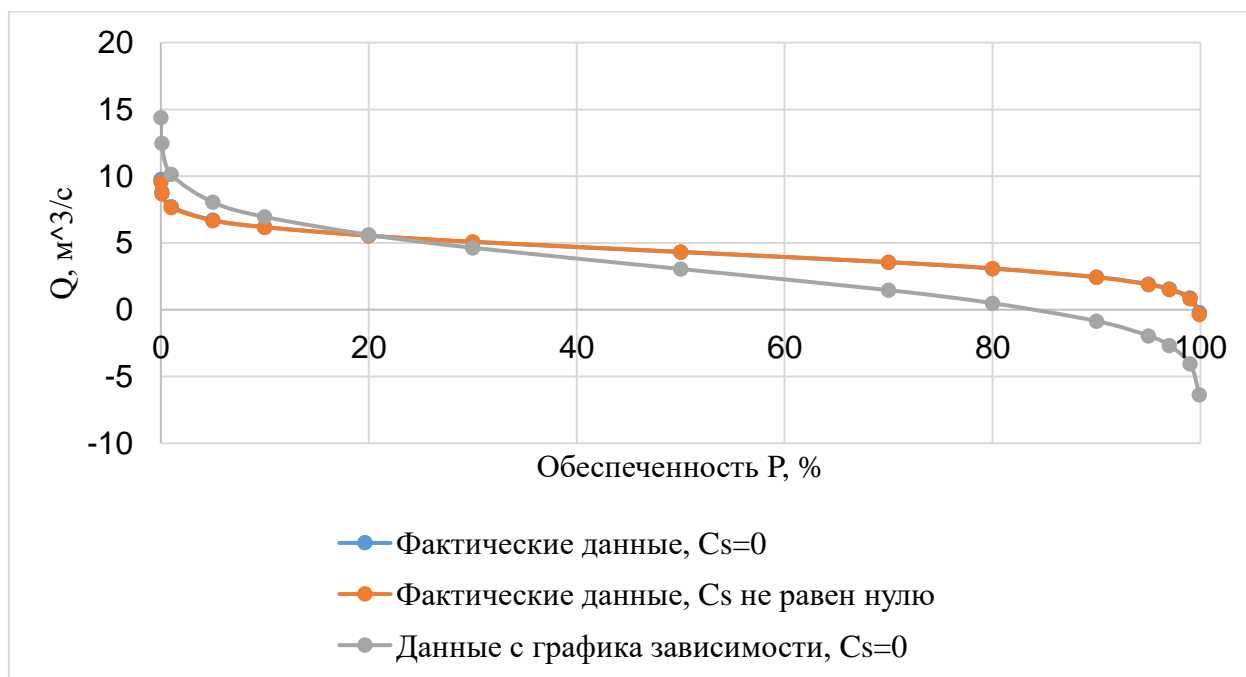


Рисунок 5.5 – Кривые обеспеченности реки Люта.

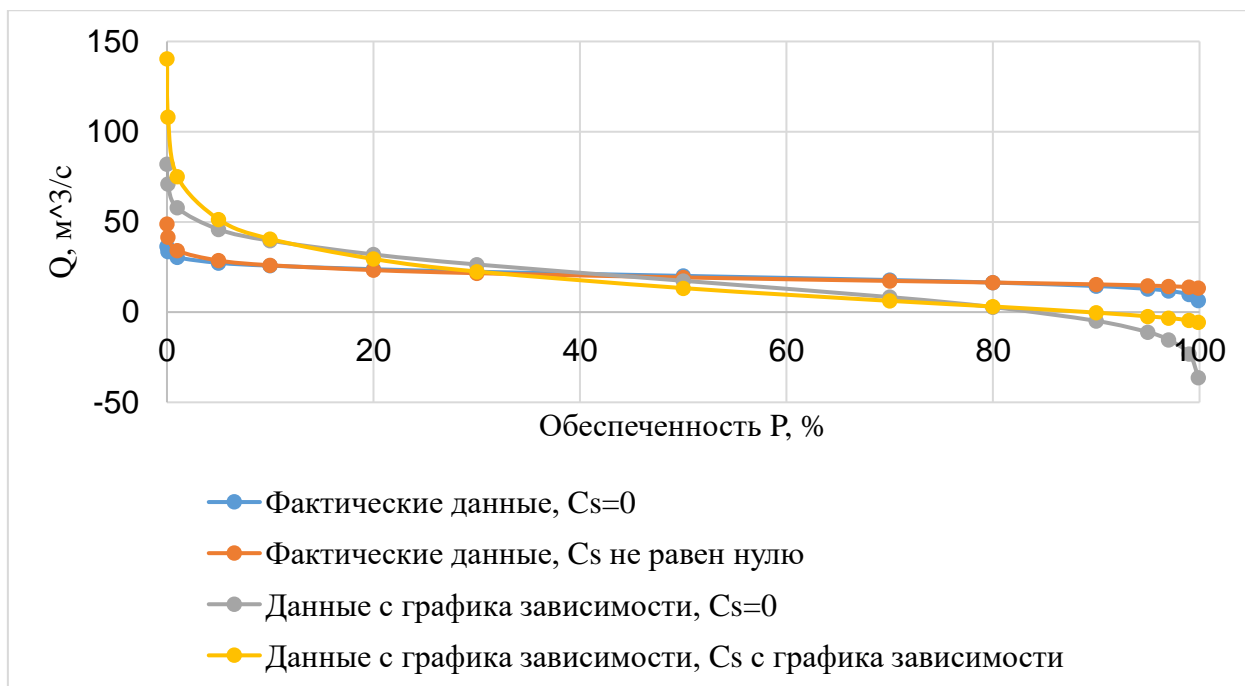


Рисунок 5.6 – Кривые обеспеченности реки Вихорева.

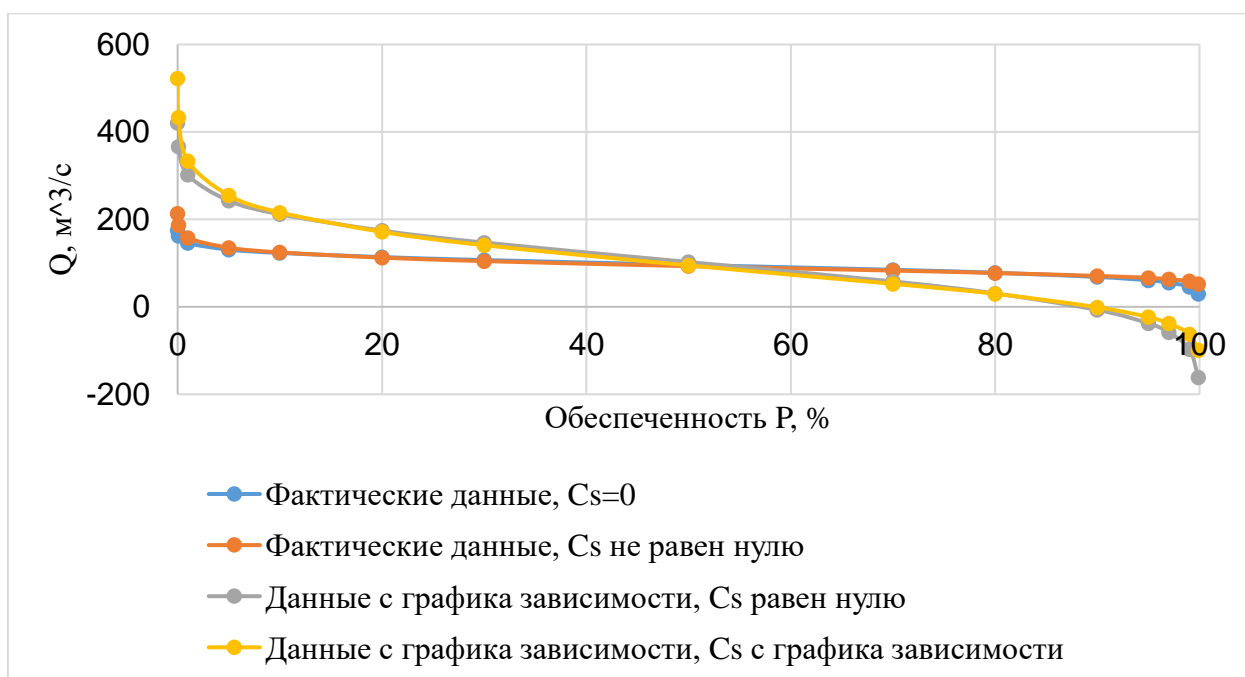


Рисунок 5.7 – Кривые обеспеченности реки Чирко-Кемь.

Заключение

В ходе выполнения исследования были получены следующие результаты:

- а) изучены существующие виды фракталов: геометрические, алгебраические и природные;
- б) рассмотрены методы расчета фрактальной размерности и выбран наиболее подходящий для исследования – канторовский;
- в) определена и исследована фрактальная размерность всех выбранных речных сетей;
- г) рассчитаны статистические гидрологические характеристики всех выбранных рек и выявлена их зависимость от фрактальной размерности.

Самое большое значение фрактальной размерности среди выбранных рек имеет река Камчатка – 1,98, а самое маленькое – река Ток – 1,30.

В ходе анализа графиков зависимостей фрактальной размерности речной сети от статистических гидрологических характеристик было выявлено, что наиболее тесная связь наблюдается между фрактальной размерностью и среднеквадратическим отклонением. Немного менее тесная связь наблюдается между фрактальной размерностью и средними расходами воды. Самая слабая связь наблюдается между фрактальной размерностью и коэффициентом вариации, коэффициентом асимметрии.

Выявленная зависимость средних расходов воды от фрактальной размерности речной сети в будущем сможет позволить определять средний расход воды на малоизученных реках с возможностью построения кривых обеспеченностей.

Список использованных источников

- 1 Балханов, В. К. Основы фрактальной геометрии и фрактального исчисления [Текст] / В.К. Балханов. – Улан-Удэ: Издательство БГУ, 2013, – 224 с.
- 2 Иудин, Д. И., Копосов, Е.В. Фракталы: от простого к сложному [Текст] / Д.И. Иудин. –Нижний Новгород: ННГАСУ, 2012, – 200 с.
- 3 Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы [Текст] / Б. Мандельброт. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002, – 656 с.
- 4 Фракталы: что это такое и какие они бывают [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://skillbox.ru/media/code/fraktaly-chto-eto-takoe-i-kakie-oni-byvayut/>. (Дата обращения 15.04.2025).
- 5 Пайтген, Х. О., Рихтер, П.Х. Красота фракталов [Текст] / Х.О. Пайтген. –Москва: Мир, 1993, – 176 с.
- 6 Вишик, М. И. Фрактальная размерность множеств [Текст] / М. И. Вишик. – Соросовский образовательный журнал, № 1, 1998. – С. 122–127.
- 7 Никора, В. И. Фрактальные свойства некоторых гидрологических объектов [Текст] / В. И. Никора. – Кишинев, 1988. – 200 с.
- 8 Бесконечность математики: что такое фракталы и как они устроены [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.techinsider.ru/science/8906-krasota-povtora-fraktaly/>. (Дата обращения 15.04.2025).
- 9 Популярно о фракталах: многообразие фракталов и их классификация [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://novainfo.ru/article/3951>. (Дата обращения: 15.04.2025).
- 10 Треугольник Серпинского: что это такое, как построить и где его применять [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://habr.com/ru/companies/itglobalcom/articles/753200/>. (Дата обращения: 15.04.2025).

11 Снежинка Коха [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://elementy.ru/posters/fractals/Koch>. (Дата обращения: 15.04.2025).

12 Хаос и порядок: фрактальный мир [Электронный ресурс] Режим доступа: https://elementy.ru/nauchno-populyarnaya_biblioteka/433062/Khaos_i_poryadok_fraktalnyy_mir. (Дата обращения: 15.04.2025).

13 Фрактальная размерность: что это и как вычислить [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://habr.com/ru/companies/skillfactory/articles/866014/>. (Дата обращения: 15.04.2025).

14 Автоматизированная информационная система государственного мониторинга водных объектов (АИС ГМВО) [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://gmvo.skniivh.ru/>. (Дата обращения: 15.04.2025).

15 Гидрологический ежегодник. Т.9 Вып.8, Бассейн Тихого океана. Бассейны рек полуострова Камчатка и Берингова моря к югу от реки Хатырка. – Ленинград: ГИМИЗ, 1968. – 236 с.

16 Карта бассейнов рек России [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://frexosm.ru/basin/#7.52/59.915/31.351>. (Дата обращения: 15.04.2025).

17 Иловля (река) [Электронный ресурс] Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Иловля_\(река\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Иловля_(река)). (Дата обращения: 15.04.2025).

18 Люта (приток Плюссы) [Электронный ресурс] Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Люта_\(приток_Плюссы\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Люта_(приток_Плюссы)). (Дата обращения: 15.04.2025).

19 Поной [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Поной>. (Дата обращения: 15.04.2025).

20 Тымь [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Тымь>. (Дата обращения: 15.04.2025).

21 Чагра (река) [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Чагра>. (Дата обращения: 15.04.2025).

22 Подкумок [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Подкумок>. (Дата обращения: 15.04.2025).

23 Чирко-Кемь [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Чирко-Кемь>. (Дата обращения: 15.04.2025).

24 Ток (приток Самары) [Электронный ресурс] Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Ток_\(приток_Самары\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Ток_(приток_Самары)). (Дата обращения: 15.04.2025).

25 Государственный водный реестр – река Вихоревка [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://textual.ru/gvr/index.php?card=207691>. (Дата обращения: 15.04.2025).

26 Амыл [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Амыл>. (Дата обращения: 15.04.2025).

27 Камчатка (река) [Электронный ресурс] Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Камчатка_\(река\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Камчатка_(река)). (Дата обращения: 15.04.2025).

28 Сояна (река) [Электронный ресурс] Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Сояна_\(река\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Сояна_(река)). (Дата обращения: 15.04.2025).

29 Нея (приток Унжи) [Электронный ресурс] Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Нея_\(приток_Унжи\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Нея_(приток_Унжи)). (Дата обращения: 15.04.2025).

30 Мга (река) [Электронный ресурс] Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Мга_\(река\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Мга_(река)). (Дата обращения: 15.04.2025).

31 Сикан, А. В., Малышева, Н.Г., Винокуров И.О. Практикум по дисциплине «Статистические методы анализа гидрометеорологической информации» [Текст] / А.В. Сикан. –СПб: РГГМУ, 2014, – 74 с.

Приложение А – Расчет фрактальной размерности

Расчет фрактальной размерности реки Камчатка

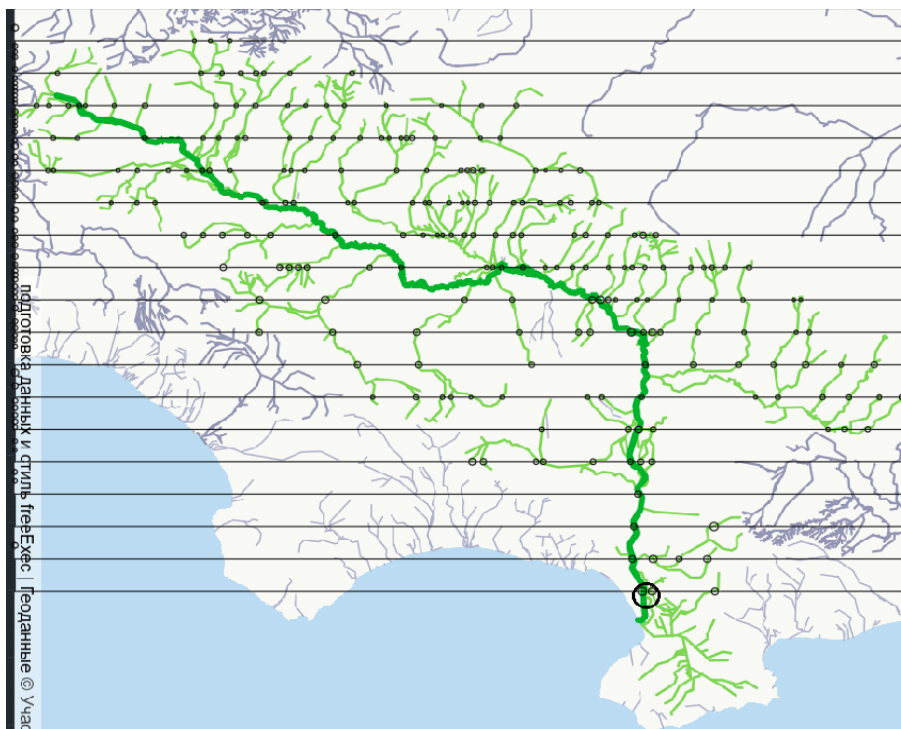


Рисунок А.1 – Река Камчатка, поделенная мерами.

Таблица А.1 – Расчет фрактальной размерности реки Камчатка

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	9	2,20	1,00	0,00	1,96	1,98
2	11	2,40	1,41	0,35		
3	12	2,48	1,73	0,55		
4	21	3,04	2,00	0,69		
5	22	3,09	2,24	0,80		
6	35	3,56	2,45	0,90		
7	35	3,56	2,65	0,97		
8	40	3,69	2,83	1,04		
9	42	3,74	3,00	1,10		
10	56	4,03	3,16	1,15		
11	58	4,06	3,32	1,20		
12	63	4,14	3,46	1,24		
13	67	4,20	3,61	1,28		

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
14	99	4,60	3,74	1,32		
15	100	4,61	3,87	1,35		
16	101	4,62	4,00	1,39		
17	102	4,62	4,12	1,42		

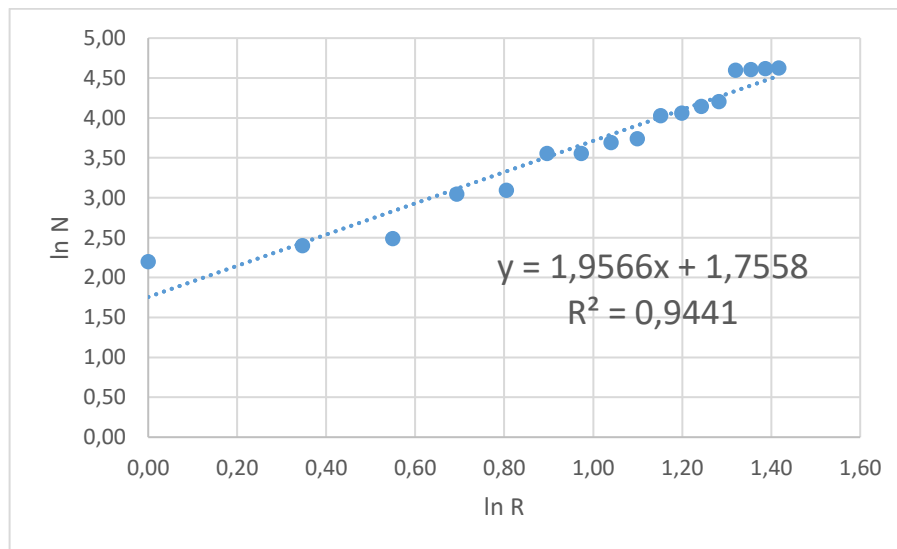


Рисунок А.2 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Камчатка).

Расчет фрактальной размерности реки Мга

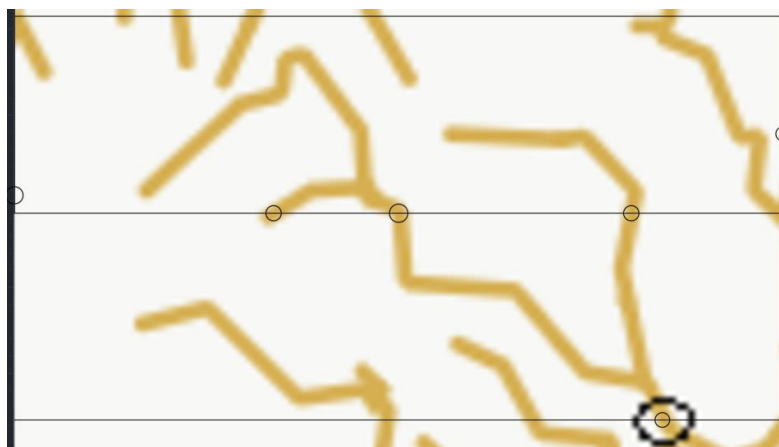


Рисунок А.3 – Река Мга, поделенная мерами.

Таблица А.2 – Расчет фрактальной размерности реки Мга

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	3	1,10	1,00	0,00	0,83	1,42
2	4	1,39	1,41	0,35		

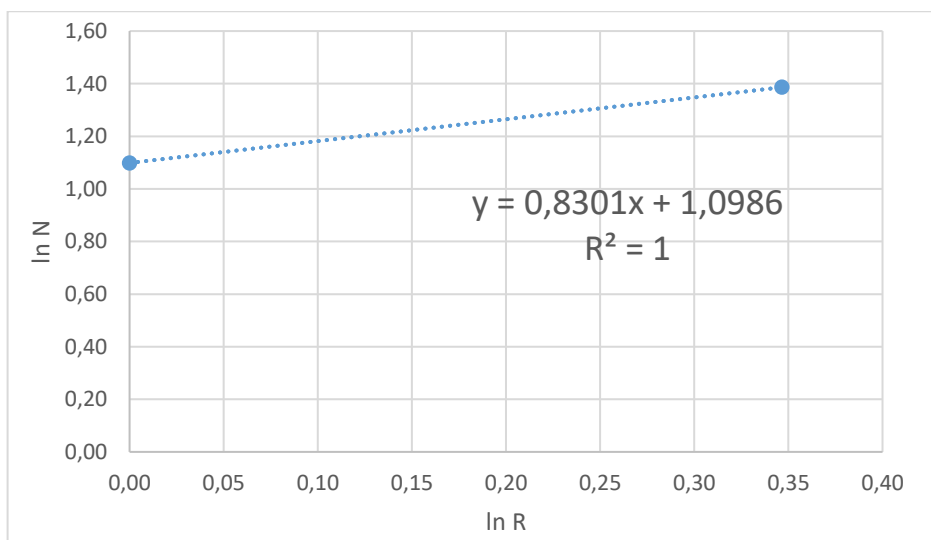


Рисунок А.4 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Мга).

Расчет фрактальной размерности реки Амыл

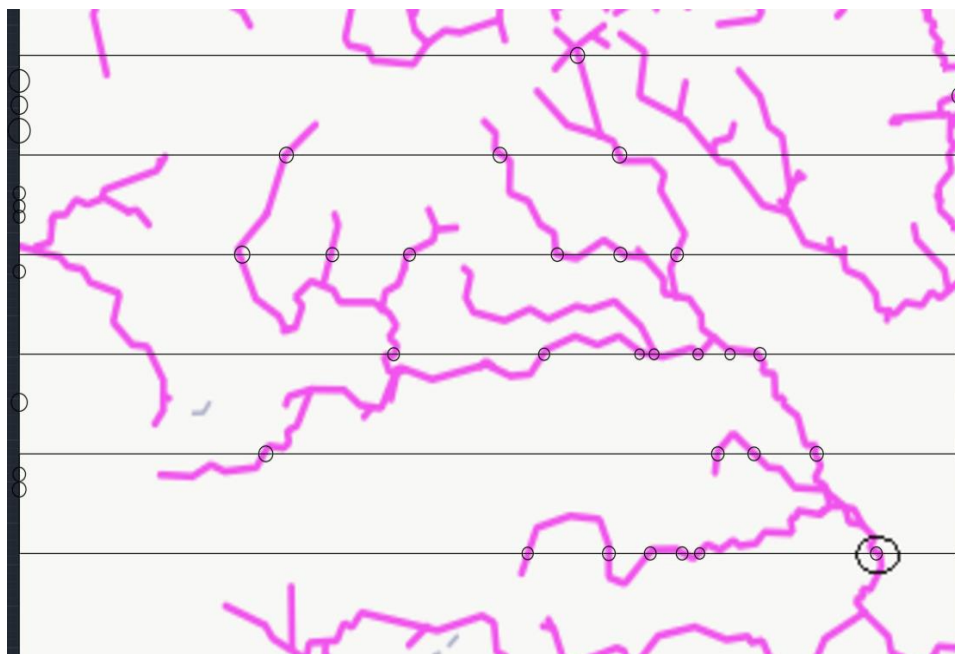


Рисунок А.5 – Река Амыл, поделенная мерами.

Таблица А.3 – Расчет фрактальной размерности реки Амыл

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	12	2,48	1,00	0,00	0,44	1,22
2	16	2,77	1,41	0,35		
3	16	2,77	1,73	0,55		
4	16	2,77	2,00	0,69		
5	18	2,89	2,24	0,80		

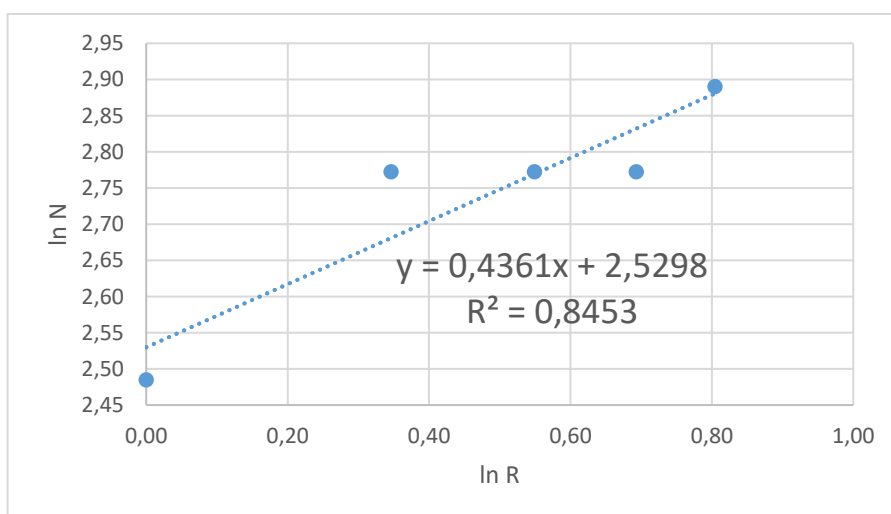


Рисунок А.6 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Амыл).

Расчет фрактальной размерности реки Вихорева

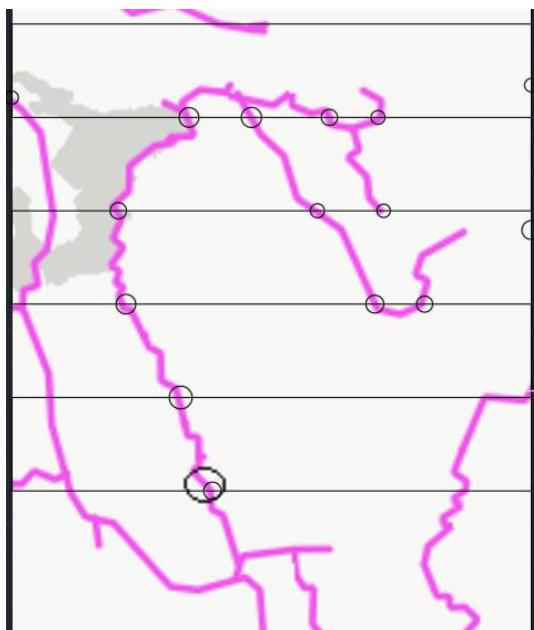


Рисунок А.7 – Река Вихорева, поделенная мерами.

Таблица А.4 – Расчет фрактальной размерности реки Вихорева

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	2	0,69	1,00	0,00	1,08	1,54
2	4	1,39	1,41	0,35		
3	5	1,61	1,73	0,55		
4	6	1,79	2,00	0,69		
5	4	1,39	2,24	0,80		

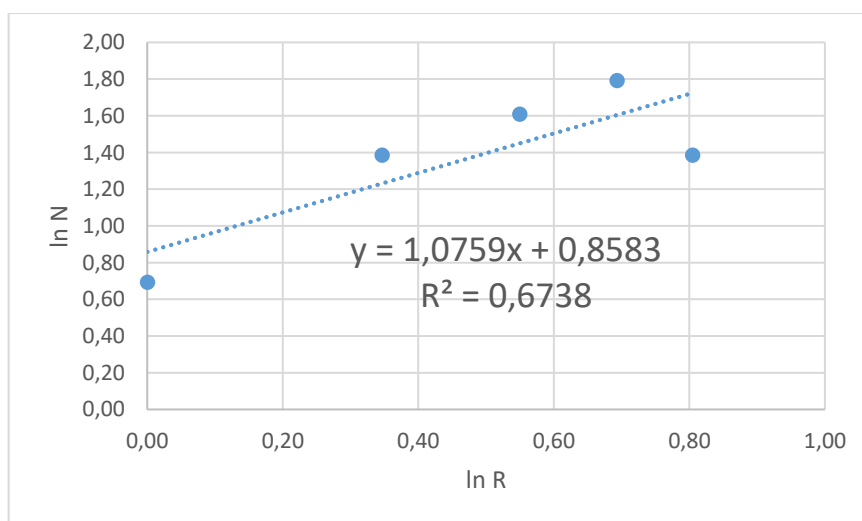


Рисунок А.8 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Вихорева).

Расчет фрактальной размерности реки Иловля

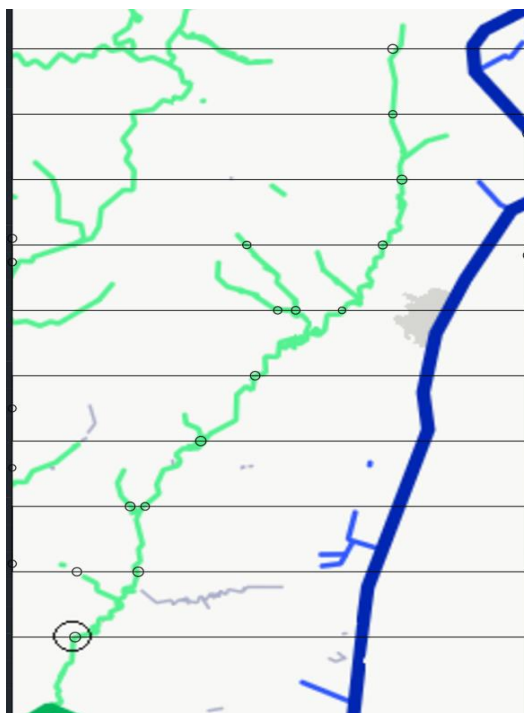


Рисунок А.9 – Река Иловля, поделенная мерами.

Таблица А.5 – Расчет фрактальной размерности реки Иловля

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	3	1,10	1,00	0,00	1,10	1,55
2	4	1,39	1,41	0,35		
3	4	1,39	1,73	0,55		
4	5	1,61	2,00	0,69		
5	7	1,95	2,24	0,80		
6	8	2,08	2,45	0,90		
7	8	2,08	2,65	0,97		
8	9	2,20	2,83	1,04		
9	9	2,20	3,00	1,10		

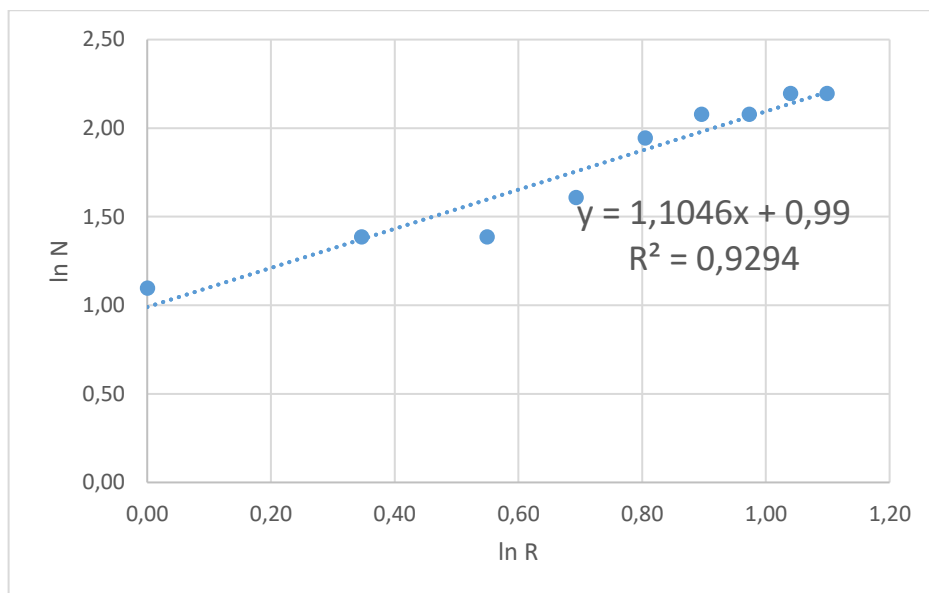


Рисунок А.10 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Иловля).

Расчет фрактальной размерности реки Люта

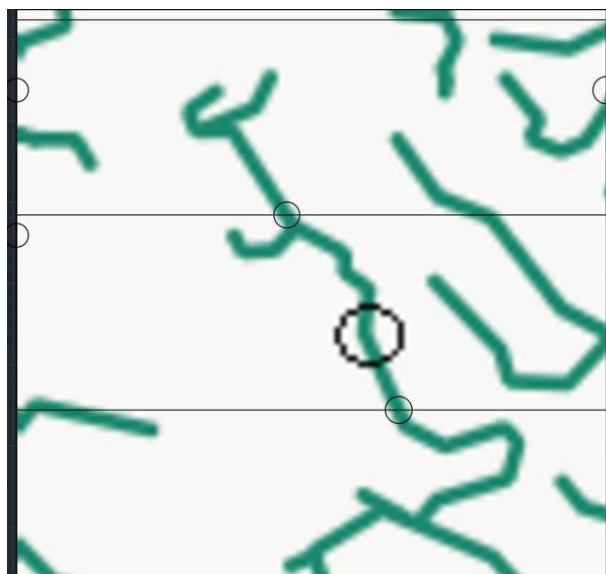


Рисунок А.11 – Река Люта, поделенная мерами.

Таблица А.6 – Расчет фрактальной размерности реки Люта

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	3	1,10	1,00	0,00	0,83	1,42
2	4	1,39	1,41	0,35		

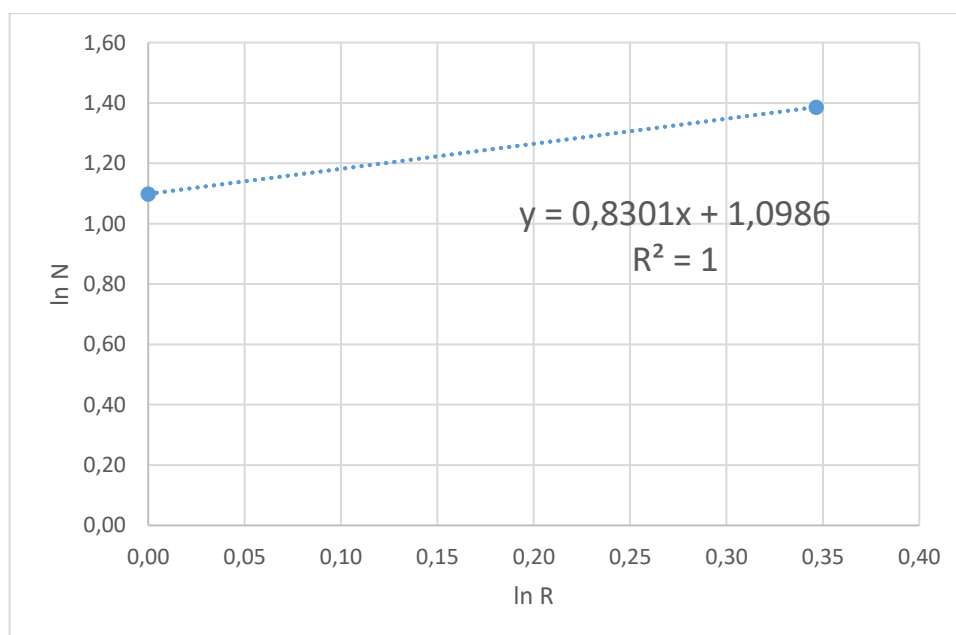


Рисунок А.12 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Люта).

Расчет фрактальной размерности реки Нея

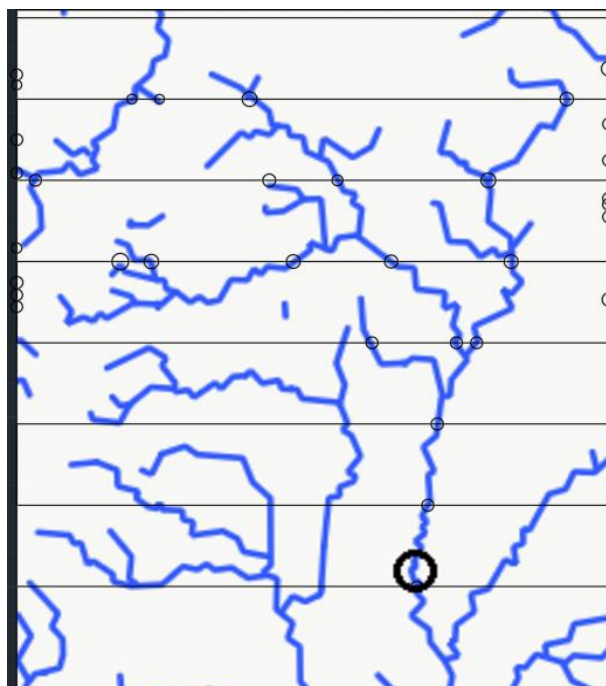


Рисунок А.13 – Река Нея, поделенная мерами.

Таблица А.7 – Расчет фрактальной размерности реки Нея

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	2	0,69	1,00	0,00	1,88	1,94
2	2	0,69	1,41	0,35		
3	3	1,10	1,73	0,55		
4	4	1,39	2,00	0,69		
5	8	2,08	2,24	0,80		
6	9	2,20	2,45	0,90		
7	10	2,30	2,65	0,97		

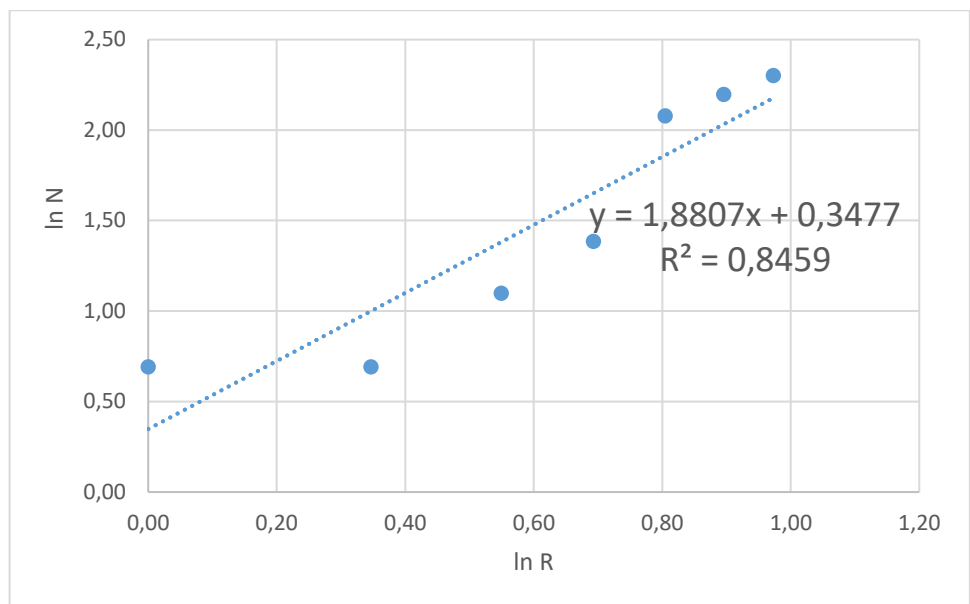


Рисунок А.14 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Нея).

Расчет фрактальной размерности реки Подкумок

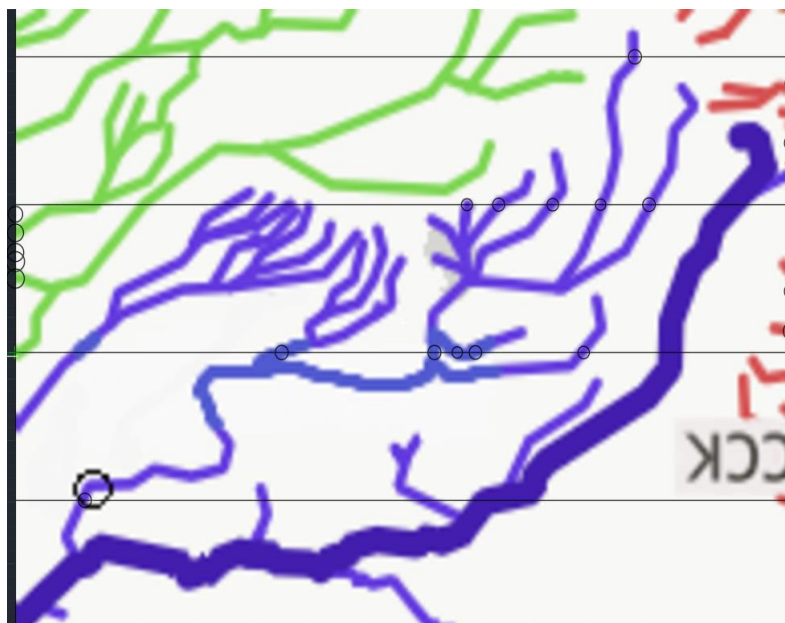


Рисунок А.15 – Река Подкумок, поделенная мерами.

Таблица А.8 – Расчет фрактальной размерности реки Подкумок

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	6	1,79	1,00	0,00	1,37	1,68
2	13	2,56	1,41	0,35		
3	12	2,48	1,73	0,55		

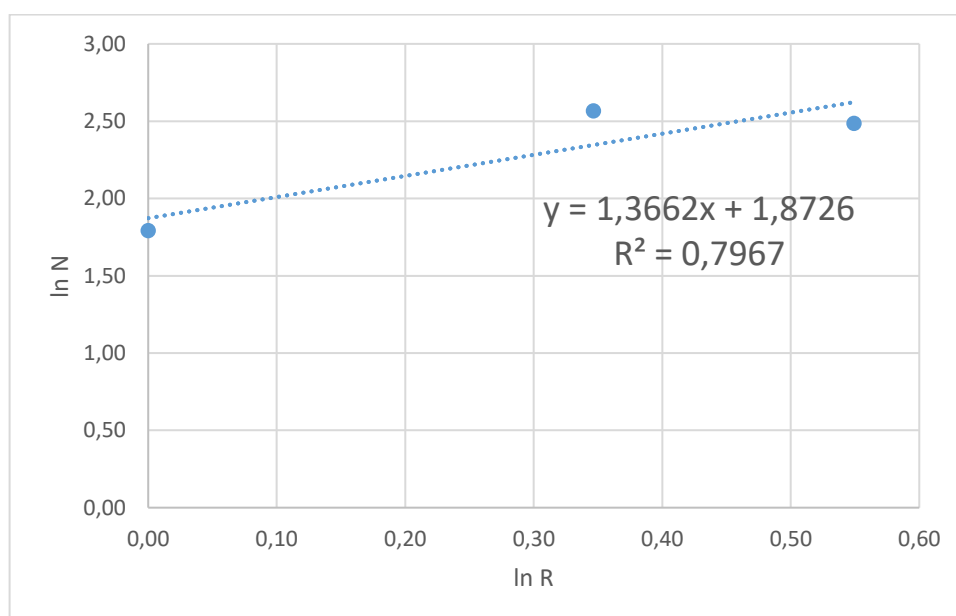


Рисунок А.16 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Подкумок).

Расчет фрактальной размерности реки Сояна

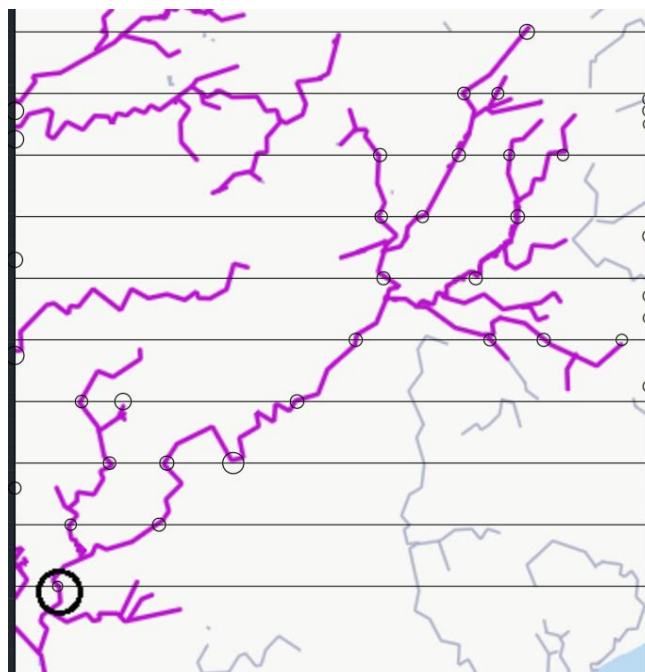


Рисунок А.17 – Река Сояна, поделенная мерами.

Таблица А.9 – Расчет фрактальной размерности реки Сояна

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	3	1,10	1,00	0,00	1,51	1,75
2	5	1,61	1,41	0,35		
3	5	1,61	1,73	0,55		
4	8	2,08	2,00	0,69		
5	8	2,08	2,24	0,80		
6	11	2,40	2,45	0,90		
7	12	2,48	2,65	0,97		
8	15	2,71	2,83	1,04		
9	15	2,71	3,00	1,10		

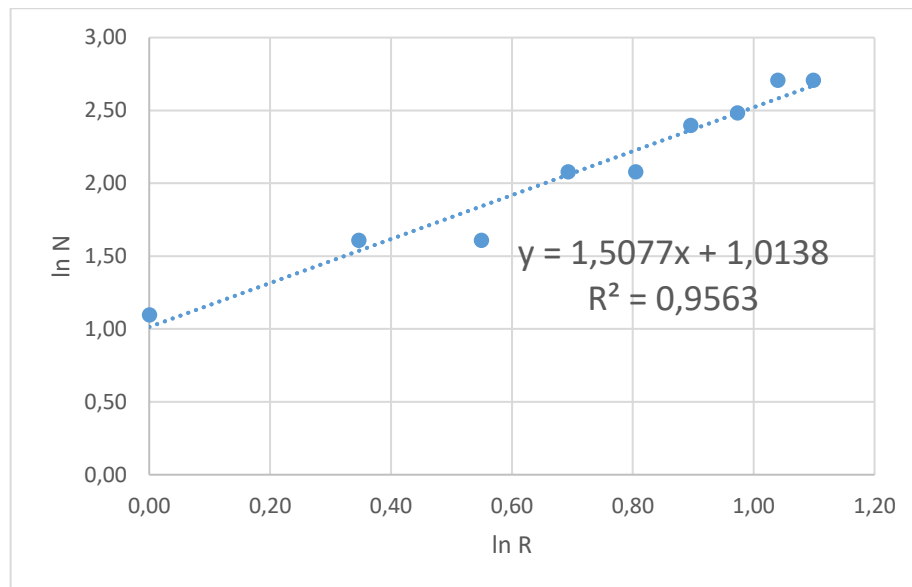


Рисунок А.18 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Сояна).

Расчет фрактальной размерности реки Ток

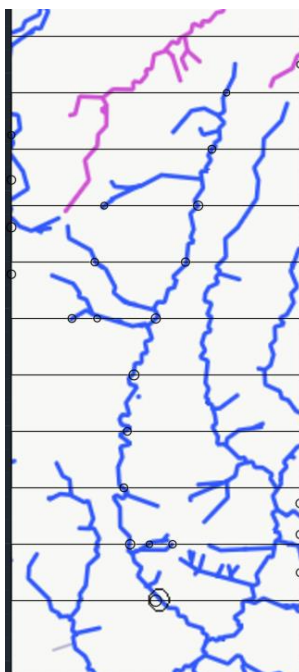


Рисунок А.19 – Река Ток, поделенная мерами.

Таблица А.10 – Расчет фрактальной размерности реки Ток

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	5	1,61	1,00	0,00	0,61	1,30
2	5	1,61	1,41	0,35		
3	5	1,61	1,73	0,55		
4	5	1,61	2,00	0,69		
5	7	1,95	2,24	0,80		
6	7	1,95	2,45	0,90		
7	8	2,08	2,65	0,97		
8	8	2,08	2,83	1,04		
9	9	2,20	3,00	1,10		
10	9	2,20	3,16	1,15		

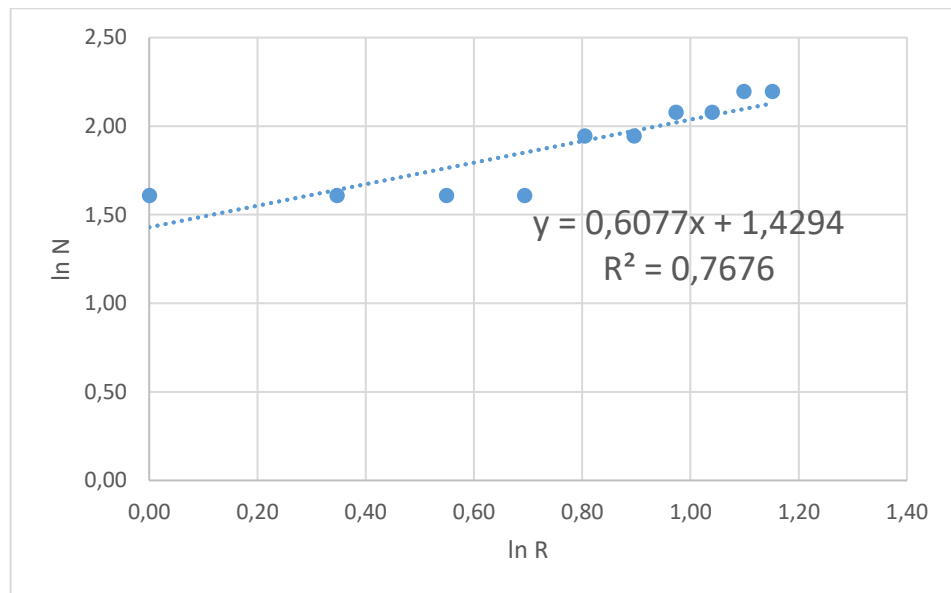


Рисунок А.20 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Ток).

Расчет фрактальной размерности реки Тымь

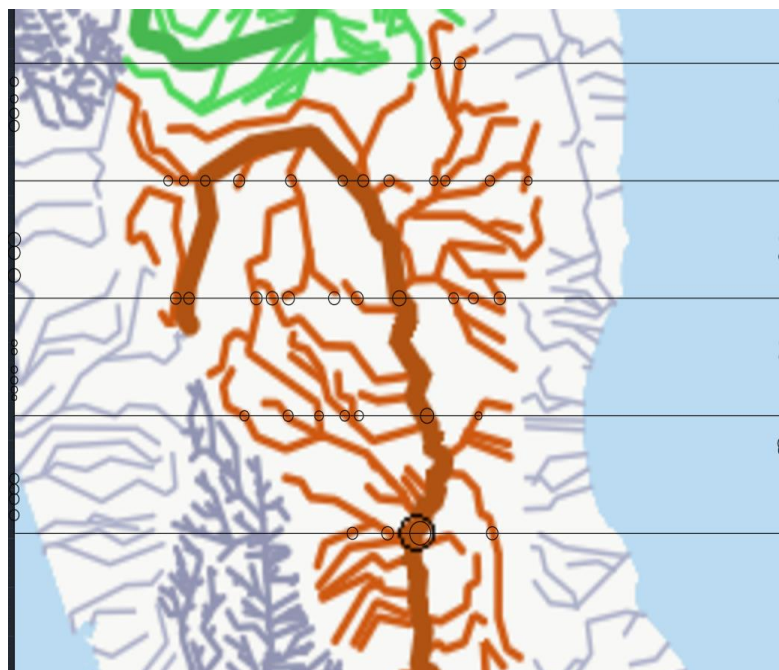


Рисунок А.21 – Река Тымь, поделенная мерами.

Таблица А.11 – Расчет фрактальной размерности реки Тымь

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	17	2,83	1,00	0,00	1,16	1,58
2	30	3,40	1,41	0,35		
3	38	3,64	1,73	0,55		
4	36	3,58	2,00	0,69		

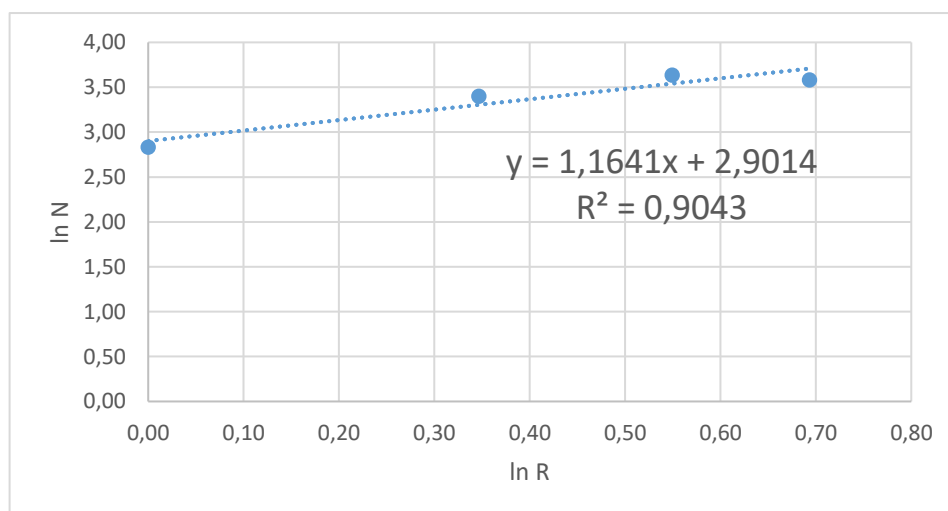


Рисунок А.22 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Тымь).

Расчет фрактальной размерности реки Чагра

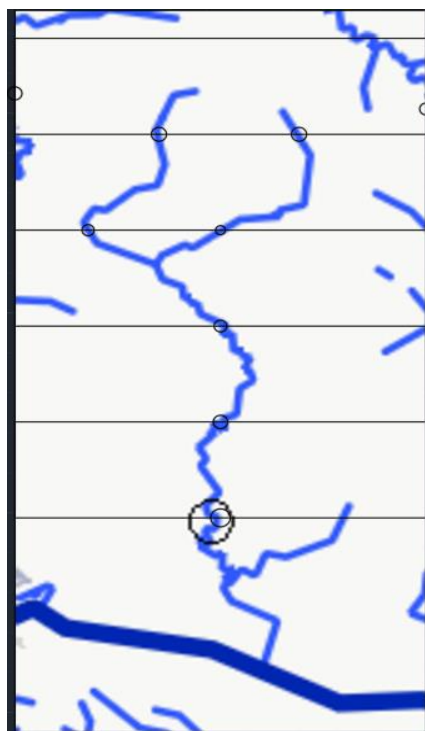


Рисунок А.23 – Река Чагра, поделенная мерами.

Таблица А.12 – Расчет фрактальной размерности реки Чагра

S	N	$\ln N$	R	$\ln R$	h	D
1	2	0,69	1,00	0,00	0,61	1,31
2	2	0,69	1,41	0,35		
3	3	1,10	1,73	0,55		
4	3	1,10	2,00	0,69		
5	3	1,10	2,24	0,80		

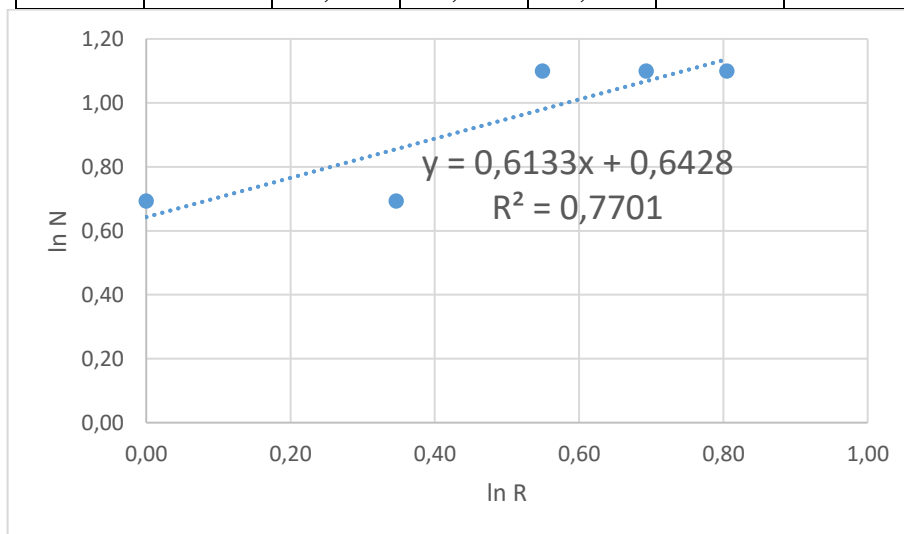


Рисунок А.24 – График зависимости $\ln R$ от $\ln N$ (река Чагра).