

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР
ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
HYDROMETEOROLOGICAL INSTITUTE IN Leningrad

Transactions

Труды
вып. 32

vol. 32

06
778

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ПРОБЛЕМЕ ОКЕАН—АТМОСФЕРА

INVESTIGATIONS
ON THE OCEAN — ATMOSPHERE PROBLEM

Сборник 2

работ научно-исследовательского института взаимодействия океана
и атмосферы

issue 2

of the papers of the air sea interaction institute

24443

БИБЛИОТЕКА
Ленинградского
Гидрометеорологического
Института

ЛЕНИНГРАД
1970

Сборник содержит результаты исследований взаимодействия океана и атмосферы, выполняемых в Ленинградском гидрометеорологическом институте. Статьи посвящены формированию процессов в реальных океанах и морях, изменению метеорологических и гидрологических условий и их прогнозу. Некоторые статьи имеют теоретическое и методическое содержание.

Сборник рассчитан на широкий круг океанологов, метеорологов и геофизиков, а также на преподавателей, аспирантов и студентов.

Научный редактор **В. В. Тимонов**

Ответственный редактор *О. А. Алекин*

2—9—6

Труды Ленинградского Гидрометеорологического института
Исследования по проблеме океан — атмосфера

СБОРНИК 2

Работ научно-исследовательского института взаимодействия океана и атмосферы

Редактор *Б. И. Леонова*

М-13 525. Сдано в набор 21/V-1968 г. Подписано к печати 2/VII-1970 г. Формат бум. 70 × 108^{1/16}.
Бумага тип. № 3. Печ. л. 16. Уч.-изд. л. 19. Тираж 500. Заказ 2329. Цена 1 р. 84 к. Тем. план 1968 г.

Типография профессионально-технического училища № 4. Ленинград, 12-я Красноармейская ул., 27.

СОДЕРЖАНИЕ

Часть первая. ФИЗИКА ОКЕАНА И АТМОСФЕРЫ

Теория, эксперименты, методы расчета

	Стр.
<i>В. М. Радикевич.</i> Исследование некоторых характеристик взаимодействия пограничных слоев атмосферы и моря на основе новой теоретической модели	3
<i>А. С. Балуева, В. Н. Веретенников.</i> К теории нестационарных чисто дрейфовых течений в океане	16
<i>А. С. Балуева, В. Н. Веретенников.</i> К вопросу о расчете ветрового нагона	23
<i>В. А. Макаров.</i> О распространении длинной волны в канале переменной ширины	30
<i>Л. И. Борис.</i> О расчете внутренних приливных волн и связанных с ними течений в океане	33
<i>Б. А. Каган, А. В. Некрасов, Р. Э. Тамсалу.</i> Расчет приливных явлений в море с учетом горизонтального турбулентного трения	50
<i>А. В. Некрасов.</i> Использование соотношений между уровнем и его наклоном при анализе приливных колебаний	56
<i>А. Б. Мензин.</i> Об электрической аналоговой модели глубинной циркуляции	64

Формирование процессов в реальных океанах и морях

В. В. Тимонов . Очаги взаимодействия океана и атмосферы	69
<i>В. М. Радикевич.</i> Основные причины изменений сезонных величин турбулентного потока тепла и затрат тепла на испарение в Северной Атлантике	76
<i>И. П. Карпова.</i> К вопросу об устойчивости атмосферы над Северной Атлантикой	81
<i>Н. Л. Козутовский.</i> К обмену теплом и солями между верхним слоем и глубинными водами Северной Атлантики	85
<i>Б. И. Тюрков.</i> Расчетная схема изменений структуры деятельного слоя Охотского моря от сезона к сезону	94
<i>В. П. Хрол.</i> Метод расчета адвективных изменений толщины льда вдоль восточно-американского пути перемещения льдов	121

Изменение метеорологических и гидрологических условий, их прогноз

<i>Б. Б. Елекоев.</i> Об изменении длины планетарных волн при переходе от зональной циркуляции к меридиональной	138
<i>А. А. Гирс.</i> Учет развития макросиноптических процессов при изучении причин изменения фоновых характеристик гидросферы	145
<i>А. И. Савичев.</i> К вопросу о прогнозе барического поля над Северной Атлантикой в июле	169
<i>Е. И. Серяков, В. П. Карауловский.</i> Расчет вариаций месячных величин потерь тепла на испарение и теплообмена с атмосферой в Северной Атлантике	184
<i>Е. И. Серяков, А. И. Смирнова.</i> Связь составляющих теплового баланса Северной Атлантики с аномалиями температуры воды за характерные годы	193
<i>А. И. Смирнова.</i> Изменение теплосодержания деятельного слоя Северной Атлантики при разных типах атмосферной циркуляции	206
<i>И. П. Карпова.</i> О влиянии Исландского минимума атмосферного давления на течения Норвежского моря	221

Методы натурных исследований, приборы

<i>А. В. Проворкин, Г. Р. Рехтзамер.</i> Применение искусственных спутников Земли для океанологических исследований	230
<i>А. В. Проворкин, Г. Р. Рехтзамер.</i> О дешифрировании снимков льдов, полученных с метеорологических спутников Земли	239

Часть вторая. ХИМИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОКЕАНА И АТМОСФЕРЫ

<i>О. А. Алекин, Н. П. Моричева.</i> Расчет насыщенности карбонатом кальция воды Черного моря	250
---	-----

CONTENTS

Part first. PHYSICS OF THE OCEAN AND THE ATMOSPHERE

Theory, experiments, methods of calculation

	Pp.
<i>V. M. Radikevich.</i> Investigation of some characteristics of interaction between the atmosphere and sea boundary layers on the base of a new theoretical model	3
<i>A. S. Baluyeva, V. N. Veretennikov.</i> On the calculation of wind-induced surge	16
<i>A. S. Baluyeva, V. N. Veretennikov.</i> On the theory of non-stationary drift currents in the ocean	23
<i>V. A. Makarov.</i> On the propagation of a long wave in a channel with the variable cross-section	30
<i>L. I. Boris.</i> Calculation of internal waves and associated currents in the ocean	33
<i>B. A. Kagan, A. V. Nekrasov, R. E. Tamsalu.</i> Calculation of tidal phenomena in the sea taking into account the lateral turbulent friction	50
<i>A. V. Nekrasov.</i> Use of the relationships between the sea-level and its slope at the tidal oscillation analysis	56
<i>A. B. Menzin.</i> Electrical analogue model of the deep circulation	64

Formation of real ocean and sea processes

<i>V. V. Timonov</i> . Centers of ocean.—atmosphere interaction	69
<i>V. M. Radikevich.</i> Main causes of variations of seasonal values of turbulent heat flux and evaporation heat loss in the North Atlantic	76
<i>I. P. Karpova.</i> On the atmosphere stability over the North Atlantic	81
<i>N. L. Kogutovskv.</i> Heat and salt exchange between the upper and deep layers in the North Atlantic	85
<i>B. I. Tjuriakov.</i> Calculated pattern of the changes of the structure of the Okhotsk Sea from season to season	94
<i>V. P. Khrol.</i> Methods of calculation of the advective variation of the thickness of the ice along the East American ice travel path	121

Variation of meteorological and hydrological conditions and their forecast

<i>B. B. Elekoyev.</i> Change of the planetary waves length during the transition from the zonal to meridional circulation	138
<i>A. A. Girs.</i> Use of the data of the development of the macrosynoptic processes in studying causes of background hydrosphere characteristics variations	145
<i>A. I. Savichev.</i> The forecast of the atmosphere pressure field over the North Atlantic in July	169
<i>E. I. Seryakov, V. P. Karaulovsky.</i> Calculation of variations of the month values of evaporation heat loss and the sea—air heat exchange in the North Atlantic	184
<i>E. I. Seryakov, A. I. Smirnova.</i> Relation between heat balance components and water temperature anomalies for the characteristic years in the North Atlantic	193
<i>A. I. Smirnova.</i> Variation of the active layer heat content in the North Atlantic in various types of the atmospheric circulation	206
<i>I. P. Karpova.</i> Influence of the Icelandic depression on the currents of the Norwegian Sea	221

Methods of natural investigations. Apparatus

<i>A. V. Provorkin, G. R. Rekhzamer.</i> Use of satellites for oceanological investigations	230
<i>A. V. Provorkin, G. R. Rekhzamer.</i> Decoding of ice photographs made by means of meteorological satellites	239

Part second. CHEMICAL SEA-AIR INTERACTION

<i>O. A. Alekii, <i>N. P. Moricheva</i>.</i> Calculation of the saturation of calcium carbonate in the water of the Black Sea	250
---	-----

К ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЧИСТО ДРЕЙФОВЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОКЕАНЕ

А. С. Балужева, В. Н. Веретенников

В настоящее время имеется ряд работ, в которых получены решения нескольких нестационарных задач при различных частных видах поля тангенциального давления ветра. П. С. Линейкин [1] в задаче для бароклинного моря принимал, что поле ветра и все гидродинамические характеристики не зависят от одной горизонтальной координаты. П. А. Киткин [2] решил задачу о нестационарной циркуляции в круглом море под действием симметричного относительного центра моря поля ветра. П. Веландер [3] исследовал нестационарные ветровые течения в мелком море.

В отличие от этих работ, в которых накладывается существенное ограничение на поле ветра, А. С. Саркисян [4] рассчитал нестационарные ветровые течения в однородном океане при поле ветра, которое является произвольной функцией координат и времени. Е. Г. Никифоров [5] исследовал ветровые течения в сильно переслоенном море, которые развиваются под воздействием ветра, меняющегося во времени любым заданным образом.

В данной работе рассмотрим следующую задачу: предположим, что над поверхностью однородного океана, находящегося в состоянии покоя, начиная с некоторого момента времени $t > 0$ действует произвольно меняющееся во времени и в пространстве касательное напряжение ветра; требуется получить картину возникновения чисто дрейфового течения и его приспособления к полю ветра.

Для определения положения частицы в океане введем прямоугольную декартову систему координат. Оси координат ориентируем следующим образом: ось x направлена на восток, y — на север, а ось z — вниз, перпендикулярно уровенной поверхности. Плоскость xOy расположена на среднем уровне свободной поверхности океана.

В выбранной системе координат, неизменно связанной с вращающейся Землей, осредненные уравнения движения запишем в упрощенном виде для дрейфовых составляющих скорости течения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_d}{\partial t} - v_z \frac{\partial^2 u_d}{\partial z^2} - v_x \left(\frac{\partial^2 u_d}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_d}{\partial y^2} \right) + f \cdot v_d &= 0, \\ \frac{\partial v_d}{\partial t} - v_z \frac{\partial^2 v_d}{\partial z^2} - v_x \left(\frac{\partial^2 v_d}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_d}{\partial y^2} \right) - f \cdot u_d &= 0; \end{aligned} \quad (1)$$

где u_d, v_d — дрейфовые горизонтальные составляющие скорости течения; $f = 2\omega \sin \varphi$, ω — угловая скорость вращения Земли, φ — широта;

v_z, v_x — вертикальный и горизонтальный коэффициенты турбулентного обмена; $v_z = \text{const}$, $v_x = \text{const}$. Функции u_d и v_d , непрерывные и дифференцируемые, являются функциями координат x, y, z и времени t . Начальные и граничные условия задачи (1) следующие:

$$u_d(x, y, z, 0) = v_d(x, y, z, 0) = 0 \quad (2)$$

$$v_z \frac{\partial u_d}{\partial z} \Big|_{z=0} = -T_x(x, y, t), \quad v_z \frac{\partial v_d}{\partial z} \Big|_{z=0} = -T_y(x, y, t), \quad (3)$$

$$u_d(x, y, H, t) = v_d(x, y, H, t) = 0, \quad (4)$$

$$u_d|_{x=0, L} = u_d|_{y=0, M} = v_d|_{x=0, L} = v_d|_{y=0, M} = 0, \quad (5)$$

где $T_x(x, y, t)$ и $T_y(x, y, t)$ — составляющие касательного напряжения ветра; H — глубина, которая считается постоянной; L и M — границы некоторой замкнутой области, внутри которой происходит перераспределение воды вследствие сгонно-нагонного эффекта.

Вводя комплексную функцию скорости течения

$$U(x, y, z, t) = u_d(x, y, z, t) + i v_d(x, y, z, t) \quad (6)$$

и касательного напряжения ветра

$$T(x, y, t) = T_x(x, y, t) + i T_y(x, y, t), \quad (7)$$

и положив

$$U(x, y, z, t) = V(x, y, z, t) \exp(ift), \quad (8)$$

получим однородное уравнение

$$\frac{\partial V}{\partial t} - v_z \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - v_x \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) = 0, \quad (1a)$$

с нулевым начальным условием

$$V(x, y, z, 0) = 0 \quad (2a)$$

и с неоднородными граничными условиями

$$v_z \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_{z=0} \exp(ift) = -T(x, y, t), \quad (3a)$$

$$V(x, y, H, t) = 0, \quad (4a)$$

$$V|_{x=0, L} = V|_{y=0, M} = 0. \quad (5a)$$

Неоднородные граничные условия сводятся к однородным заменой

$$V(x, y, z, t) = W(x, y, z, t) - \frac{T(x, y, t)}{v_z} z \left(1 - \frac{z}{H} \right) \exp \left[- \frac{z}{x \left(1 - \frac{x}{L} \right) y \left(1 - \frac{y}{M} \right)} - ift \right], \quad (9)$$

где

$$- \frac{T(x, y, t)}{v_z} z \left(1 - \frac{z}{H} \right) \exp \left[- \frac{z}{x \left(1 - \frac{x}{L} \right) y \left(1 - \frac{y}{M} \right)} - ift \right]$$

— дважды дифференцируемая функция, удовлетворяющая неоднородным граничным условиям.

Тогда вместо задачи (1a) — (5a) будем иметь

$$\frac{\partial W}{\partial t} - v_z \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - v_x \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) = \left\{ \frac{1}{v_z} \frac{\partial T}{\partial t} z \left(1 - \frac{z}{H} \right) - i \bar{\omega} \frac{T}{v_z} z \left(1 - \frac{z}{H} \right) - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \frac{v_x}{v_z} z \left(1 - \frac{z}{H} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} \frac{2v_x}{v_z} z^2 \left(1 - \frac{z}{H} \right) \frac{1 - \frac{2x}{L}}{x^2 \left(1 - \frac{x}{L} \right)^2 y \left(1 - \frac{y}{M} \right)} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{L} T \frac{v_x}{v_z} z^2 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \frac{1}{x^2 \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 y \left(1 - \frac{y}{M}\right)} + \\
& + 2T \frac{v_x}{v_z} z^2 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \frac{\left(1 - \frac{2x}{L}\right)^2}{x^3 \left(1 - \frac{x}{L}\right)^3 y \left(1 - \frac{y}{M}\right)} - \\
& - T \frac{v_x}{v_z} z^3 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \frac{\left(1 - \frac{2x}{L}\right)^2}{x^4 \left(1 - \frac{x}{L}\right)^4 y^2 \left(1 - \frac{y}{M}\right)^2} - \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \frac{v_x}{v_z} z \left(1 - \frac{z}{H}\right) - \\
& - \frac{\partial T}{\partial y} \frac{2v_x}{v_z} z^2 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \cdot \frac{1 - \frac{2y}{M}}{x \left(1 - \frac{x}{L}\right) y^2 \left(1 - \frac{y}{M}\right)^2} + \\
& + \frac{2}{M} T \frac{v_x}{v_z} z^2 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \frac{1}{x \left(1 - \frac{x}{L}\right) y^2 \left(1 - \frac{y}{M}\right)^2} + \\
& + 2T \frac{v_x}{v_z} z^2 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \cdot \frac{\left(1 - \frac{2y}{M}\right)^2}{x \left(1 - \frac{x}{L}\right) y^3 \left(1 - \frac{y}{M}\right)^3} - \\
& - T \frac{v_x}{v_z} z^3 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \frac{\left(1 - \frac{2y}{M}\right)^2}{x^2 \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 y^4 \left(1 - \frac{y}{M}\right)^4} + \frac{2T}{H} + \\
& + 2T \left(1 - \frac{2z}{H}\right) \frac{1}{x \left(1 - \frac{x}{L}\right) y \left(1 - \frac{y}{M}\right)} - Tz \left(1 - \frac{z}{H}\right) \frac{1}{x^2 \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 y^2 \left(1 - \frac{y}{M}\right)^2} \Big\} \times \\
& \times \exp \left[- \frac{z}{x \left(1 - \frac{x}{L}\right) y \left(1 - \frac{y}{M}\right)} - i f t \right]; \quad (1B)
\end{aligned}$$

$$W|_{t=0} = \frac{T(x, y, 0)}{v_z} z \left(1 - \frac{z}{H}\right) \exp \left[- \frac{z}{x \left(1 - \frac{x}{L}\right) y \left(1 - \frac{y}{M}\right)} \right]; \quad (2B)$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad (3B)$$

$$W|_{z=H} = W|_{x=L,0} = W|_{y=0,M} = 0. \quad (4B)$$

Произведя замену,

$$W(x, y, z, t) = \chi(x, y, z, t) + Y(x, y, z, t), \quad (10)$$

получим две краевые задачи: 1) однородное уравнение с ненулевым начальным и однородными граничными условиями; 2) неоднородное уравнение с нулевым начальным и однородными граничными условиями.

Начнем с решения однородного уравнения при однородных граничных условиях.

Введем в рассмотрение функцию Грина

$$G(P, P^1, t) = \frac{8}{LMH} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \varphi(P) \psi(P^1) S(t), \quad (11)$$

где

$$\varphi(P) = \sin \frac{l\pi x}{L} \sin \frac{m\pi y}{M} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2H} z, \quad (12)$$

$$\psi(P') = \sin \frac{l\pi \xi}{L} \sin \frac{m\pi \zeta}{M} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2H} \eta, \quad (13)$$

$$S(t) = \exp \left[- \left(\nu_x \frac{\pi^2 l^2}{L^2} + \nu_x \frac{\pi^2 m^2}{M^2} + \nu_z \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4H^2} \right) t \right], \quad (14)$$

P — точка пространства с координатами (x, y, z) , а P' — (ξ, ζ, η) . Функция Грина удовлетворяет следующим условиям:

1) $G(P, P', t)$ при фиксированном значении P' является непрерывной функцией от P и удовлетворяет заданным однородным крайевым условиям, т. е.

$$\frac{\partial G}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad \text{и} \quad G(P, P', t) \Big|_{z=H; x=0, L; y=0, M} = 0;$$

2) производные первого и второго порядка от G , по P непрерывны повсюду в рассматриваемой области, кроме точки $P = P'$;

3) G , как функция от P , повсюду в области, кроме точки $P = P'$, удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \nu_z \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} - \nu_x \left(\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} \right) = 0.$$

Так как

$$\frac{T(x, y, 0)}{\nu_z} z \left(1 - \frac{z}{H} \right) \exp \left[-x \frac{z}{\left(1 - \frac{x}{L} \right) y \left(1 - \frac{y}{M} \right)} \right]$$

непрерывная функция от P , то функция

$$\begin{aligned} \chi(P, t) = & \int_0^L \int_0^M \int_0^H G(P, P', t) \cdot \frac{T(\xi, \zeta, 0)}{\nu_z} \eta \times \\ & \times \left(1 - \frac{\eta}{H} \right) \exp \left[- \frac{\eta}{\xi \left(1 - \frac{\xi}{L} \right) \zeta \left(1 - \frac{\zeta}{M} \right)} \right] dP' \end{aligned} \quad (15)$$

является решением однородного уравнения с ненулевым начальным и однородными граничными условиями.

Перейдем к решению неоднородного уравнения с нулевыми начальными и однородными граничными условиями. Для этого введем функцию

$$G(P, P', t - \tau) = \begin{cases} \frac{8}{LMH} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi(P) \psi(P') S(t - \tau), & t > \tau, \\ 0, & t \leq \tau, \end{cases} \quad (16)$$

где

$$S(t - \tau) = \exp \left[- \left(\nu_x \frac{\pi^2 l^2}{L^2} + \nu_x \frac{\pi^2 m^2}{M^2} + \nu_z \frac{\pi^2 (2n-1)^2}{4H^2} \right) (t - \tau) \right] \quad (17)$$

Решение неоднородного уравнения получим в следующей форме:

$$Y(P, t) = \int_0^t \int_0^L \int_0^M \int_0^H G(P, P', t - \tau) F(P', \tau) dP' d\tau, \quad (18)$$

где через $F(P', \tau)$ обозначена правая часть уравнения (1в).

Решение неоднородной задачи (1в) при условиях (2в) — (4в) получим суммированием

$$W(P, t) = \int_0^L \int_0^M \int_0^H G(P, P', t) \frac{T(\xi, \zeta, 0)}{v_z} \cdot \eta \left(1 - \frac{\eta}{H}\right) \times \\ \times \exp \left[-\xi \frac{\eta}{\left(1 - \frac{\xi}{4}\right) \zeta \left(1 - \frac{\zeta}{M}\right)} \right] dp' + \int_0^t \int_0^L \int_0^M \int_0^H G(p, p', t - \tau) F(p', \tau) dp' d\tau. \quad (19)$$

Беря интегралы по переменной η и обозначая их через $\Phi_i(\xi, \zeta)$, получим:

$$W(p, t) = \frac{8}{LMHzt} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi(P) S(t) \int_0^L \sin \frac{l\pi\xi}{L} \cdot \int_0^M \sin \frac{m\pi\zeta}{M} \cdot T(\xi, \zeta, 0) \times \\ \times \Phi_1(\xi, \zeta) d\xi d\zeta + \frac{8}{LMH} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi(P) \int_0^t S(t - \tau) \exp(-if\tau) \cdot \int_0^L \sin \frac{l\pi\xi}{L} \times \\ \times \int_0^M \sin \frac{m\pi\zeta}{M} \cdot \left\{ \frac{1}{v_z} \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot \Phi_1(\xi, \zeta) - \frac{1}{v_z} ifT - \frac{v_x}{v_z} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} \right) \Phi_1(\xi, \zeta) - \right. \\ \left. - \frac{2v_x}{v_z} \frac{\partial T}{\partial \xi} \left(1 - \frac{2\xi}{L}\right) \Phi_2(\xi, \zeta) - \frac{2v_x}{v_z} \frac{\partial T}{\partial \xi} \left(1 - \frac{2\xi}{M}\right) \Phi_5(\xi, \zeta) + \right. \\ \left. + \frac{2v_x}{v_z} T \left(1 - \frac{2\xi}{L}\right)^2 \Phi_2(\xi, \zeta) + \frac{2v_x}{v_z} T \left(1 - \frac{2\xi}{M}\right) \Phi_9(\xi, \zeta) - \frac{v_x}{v_z} T \left(1 - \frac{2\xi}{L}\right)^2 \times \right. \\ \left. \times \Phi_4(\xi, \zeta) - \frac{v_x}{v_z} T \left(1 - \frac{2\xi}{M}\right)^2 \Phi_7(\xi, \zeta) + \frac{2}{H} T \Phi_9(\xi, \zeta) + 2T \Phi_8(\xi, \zeta) - \right. \\ \left. - T \Phi_{10}(\xi, \zeta) \right\} d\xi d\zeta d\tau.$$

Выражения $\Phi_i(\xi, \zeta)$ входят под знак повторного интеграла. Оценим слагаемые в каждом из выражений $\Phi_i(\xi, \zeta)$ по теореме о среднем, считая, что функция $T(\xi, \zeta, \tau)$ и ее производные до второго порядка включительно сохраняют знак на прямоугольнике $(0, M, L, 0)$.

Учитывая, что

$$\theta(C_1, C_2) = \frac{4H^2}{4H^2 + (2u - 1^2\pi^2 C_2^2 \left(1 - \frac{C_2}{L}\right)^2 C_2^2 \left(1 - \frac{C_1}{M}\right)^2)} < 1,$$

где $0 < C_1 < M$, $0 < C_2 < L$, выражения $\Phi_i(\xi, \zeta)$ упрощаются. Поскольку знак слагаемых, входящих в выражения $\Phi_i(\xi, \zeta)$, чередуется, то погрешность не превышает первого из отброшенных слагаемых. Кроме того, можно пренебречь членами, содержащими $\Phi_4(\xi, \zeta)$ и $\Phi_7(\xi, \zeta)$, так как они соответственно меньше $\Phi_3(\xi, \zeta)$ и $\Phi_6(\xi, \zeta)$. В результате получим приближенное выражение для $W(P, t)$ в следующем виде:

$$W(P, t) = \frac{8}{LMH} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi(P) S(t) \left[\int_0^L \sin \frac{l\pi\xi}{L} \int_0^M \sin \frac{m\pi\zeta}{M} T(\xi, \zeta, 0) \times \right. \\ \left. \times \Phi_1(\xi, \zeta) d\xi d\zeta + R_1 \right] + \frac{8}{LMH} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi(P) \left[\int_0^t S(t - \tau) \exp(-if\tau) \times \right. \\ \times \int_0^L \sin \frac{l\pi\xi}{L} \int_0^M \sin \frac{m\pi\zeta}{M} \left\{ \frac{1}{v_z} \frac{\partial T}{\partial \tau} \Phi_1(\xi, \zeta) - \frac{1}{v_z} ifT \Phi_1(\xi, \zeta) - \frac{v_x}{v_z} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} \right) \Phi_1(\xi, \zeta) - \frac{2v_x}{v_z} \frac{\partial T}{\partial \xi} \left(1 - \frac{2\xi}{L}\right) \Phi_2(\xi, \zeta) - \frac{2v_x}{v_z} \frac{\partial T}{\partial \xi} \left(1 - \frac{2\xi}{M}\right) \Phi_5(\xi, \zeta) + \right. \\ \left. \left. + \frac{2v_x}{v_z} T \left(1 - \frac{2\xi}{L}\right)^2 \Phi_2(\xi, \zeta) + \frac{2v_x}{v_z} T \left(1 - \frac{2\xi}{M}\right) \Phi_9(\xi, \zeta) - \frac{v_x}{v_z} T \left(1 - \frac{2\xi}{L}\right)^2 \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \Phi_4(\xi, \zeta) - \frac{v_x}{v_z} T \left(1 - \frac{2\xi}{M}\right)^2 \Phi_7(\xi, \zeta) + \frac{2}{H} T \Phi_9(\xi, \zeta) + 2T \Phi_8(\xi, \zeta) - \right. \right. \\ \left. \left. - T \Phi_{10}(\xi, \zeta) \right\} d\xi d\zeta d\tau \right]$$

$$+ \frac{2}{L} \cdot \frac{v_x}{v_z} T \Phi_2(\xi, \zeta) + \frac{2}{M} \cdot \frac{v_x}{v_z} T \Phi(\xi, \zeta) + 2 \frac{v_x}{v_z} T \left(1 - \frac{2\xi}{L}\right)^2 \Phi_3(\xi, \zeta) + \\ + \frac{2v_z}{v_z} T \left(1 - \frac{2\zeta}{M}\right)^2 \Phi_6(\xi, \zeta) + T \Phi_{11}(\xi, \zeta) \} d\xi d\zeta d\tau + R_2], \quad (20)$$

R_1 и R_2 — погрешности, которые находятся по формулам:

$$R_1 = \frac{A_1 H^3 \varphi_1(C_1, C_2)}{(2n-1)^4 \pi^4 \theta_1(C_1, C_2)} \cdot J_1 + \frac{A_2 H^3 \varphi_1(C_1, C_2)}{(2n-1)^2 \pi^3 \theta_1(C_1, C_2)} \cdot J_1; \quad (21)$$

$$R_2 = \left[\frac{A_1 H^3 \varphi_1(C_1, C_2)}{(2n-1)^4 \pi^4 \theta_1(C_1, C_2)} + \frac{A_3 H^2 \varphi_1(C_1, C_2)}{\theta(C_1, C_2)} \right] \int_0^t S(t-\tau) \exp(-if\tau) J_1 d\tau + \\ + \left[\frac{A_1 H^3 \varphi_1(C_1, C_2)}{(2n-1)^3 \pi^3 \theta_1(C_1, C_2)} + \frac{A_1 H^3 \varphi_1(C_1, C_2)}{(2n-1) \pi \theta(C_1, C_2)} \right] \int_0^t S(t-\tau) \exp(-if\tau) J_2 d\tau \quad (22)$$

A_i — числовые постоянные;

$$\Phi_1(C_1, C_2) = \sin \frac{l\pi C_2}{L} \sin \frac{m\pi C_1}{M}; \quad \theta_1(C_1, C_2) = C_2 \left(1 - \frac{C_2}{L}\right) C_1 \left(1 - \frac{C_1}{M}\right);$$

$$J_1 = \int_0^{LM} \int_0^L T d\xi d\zeta; \quad J_2 = \int_0^{LM} \int_0^L T \exp \left[-\frac{H}{\xi \left(1 - \frac{\xi}{L}\right) \zeta \left(1 - \frac{\zeta}{M}\right)} \right] d\xi d\zeta$$

В формуле (20) через $\Phi_{11}(\xi, \zeta)$ обозначено выражение:

$$\Phi_{11}(\xi, \zeta) = 2\Phi_8 + \frac{2}{H} \Phi_9 - \Phi_{10}. \quad (23)$$

Пусть

$$T(\xi, \zeta, \tau) = T_0(\tau) \cdot T_1(\xi, \zeta). \quad (24)$$

Тогда (20) можно привести к более простому виду:

$$W(P, t) \approx \frac{8}{LMHv_z} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi(P) \exp(-ift) \int_0^L \sin \frac{l\pi\xi}{L} \int_0^M \sin \frac{m\pi\zeta}{M} T \Phi_1 d\xi d\zeta + \\ + \frac{8}{LMH} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi(P) \int_0^t S(t-\tau) \exp(-if\tau) \int_0^L \sin \frac{e\pi\xi}{L} \int_0^M \sin \frac{m\pi\zeta}{M} \left\{ \left[\frac{v_x}{v_z} \frac{\pi^2 l^2}{L^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{v_x}{v_z} \frac{\pi^2 m^2}{M^2} + \frac{\pi^2 (2n-1)^2}{4H^2} \right] T \Phi_1(\xi, \zeta) - \frac{v_x}{v_z} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} \right) \Phi_1(\xi, \zeta) - \right. \\ \left. - \frac{2v_x}{v_z} \frac{\partial T}{\partial \xi} \left(1 - \frac{2\xi}{L}\right) \Phi_2(\xi, \zeta) - \frac{2v_x}{v_z} \frac{\partial T}{\partial \zeta} \left(1 - \frac{2\zeta}{M}\right) \Phi_5(\xi, \zeta) + \right. \\ \left. + \frac{2}{L} \frac{v_x}{v_z} T \Phi_2(\xi, \zeta) + \frac{2v_x}{v_z} T \left(1 - \frac{2\xi}{L}\right)^2 \Phi_3 + \right. \\ \left. + \frac{2v_x}{v_z} T \left(1 - \frac{2\zeta}{M}\right)^2 \Phi_6 + T \Phi_{11} \right\} d\xi d\zeta d\tau. \quad (25)$$

Окончательно, учитывая (9) и (8), имеем:

$$U(P, t) = u_x(P, t) + i v_x(P, t) = \\ = \frac{8}{LMHv_z} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi(P) \int_0^L \sin \frac{l\pi\xi}{L} \int_0^M \sin \frac{m\pi\zeta}{M} T \Phi_1 d\xi d\zeta +$$

$$\frac{8}{LMH} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi(P) \int_0^t S(t-\tau) \exp[if(t-\tau)] \times \int_0^4 \sin \frac{e\pi\xi}{L} \times \\ \times \int_0^M \sin \frac{m\pi\zeta}{M} \omega(\xi, \zeta, \tau) d\xi d\zeta d\tau - \frac{T}{v_z} z \left(1 - \frac{z}{H}\right) \exp \left[-\frac{z}{x\left(1 - \frac{x}{L}\right) y\left(1 - \frac{y}{M}\right)} \right] \quad (26)$$

где $\Omega(\xi, \zeta, \tau)$ — выражение, заключенное в фигурных скобках формулы (25).

Если принять, что T не зависит от времени, то тогда в формуле (25) первый и третий члены в правой части выражают течение, которое в конце концов установится под действием постоянного ветра, а второй член описывает влияние инерции на процесс становления течения.

В данной работе приведена только теоретическая часть. Анализ окончательного результата и непосредственный расчет по полученным формулам составляющих скорости течения при некоторых частных видах поля ветра будут изложены в отдельной статье.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. С. Линейкин. К теории неустановившихся ветровых течений в глубоком море. ДАН СССР, № 1, 1956.
2. П. А. Киткин. О циркуляции, возбуждаемой ветром в море переменной плотности. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3, 1953.
3. P. Welander. Wind action on a shallow sea; some generalizations of Ekman's theory. Tellus, vol. 9, No 1, 1957.
4. А. С. Саркисян. О нестационарных ветровых течениях в однородном океане. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 8, 1957.
5. Е. Г. Никифоров. К теории нестационарных ветровых течений в условиях сильно переслоенного моря. Тр. ААНИИ, т. 120, вып. 1, 1961.
6. В. М. Бабич и др. Линейные уравнения математической физики. М., Изд. «Наука», 1961.
7. Р. Курант, Д. Гильберт. Методы математической физики, т. I, II. М., — Л., ГИТТЛ, 1953.