



**А.А. Чалганова**

**Учебное пособие  
«Решение уравнений итерационными  
методами с использованием табличного  
процессора Microsoft Excel» по дисциплине  
«Экономико-математическое  
моделирование в управлении»  
для студентов всех форм обучения**

УДК 33

ББК 65.05

Ч-16

**Чалганова, Алла Анатольевна.**

Учебное пособие «Решение уравнений итерационными методами с использованием табличного процессора Microsoft Excel» по дисциплине «Экономико-математическое моделирование в управлении» для студентов всех форм обучения / А.А. Чалганова. – [Текст: электронный]. – Санкт-Петербург : РГГМУ, 2022. – 20 с.

В учебном пособии по решению уравнений итерационными методами с использованием табличного процессора Microsoft Excel по дисциплине «Экономико-математическое моделирование в управлении» особое внимание уделяется исследованию функций одной или нескольких переменных в вычислительной среде табличного процессора Excel.

Многие экономические и социальные задачи сводятся к исследованию функций одной или нескольких переменных, что включает нахождение корней уравнений. Наиболее простые методы исследования функциональных зависимостей с помощью компьютера – итерационные, основанные на многократном выполнении сравнительно простых операций.

Учебное пособие предназначено для студентов всех форм обучения по направлению подготовки 38.02.01 «Менеджмент организации».

Учебное пособие по решению уравнений итерационными методами с использованием табличного процессора Microsoft Excel по дисциплине «Экономико-математическое моделирование в управлении» одобрено на заседании кафедры экономики предприятия природопользования и учетных систем от 15 июня 2022 г., протокол № 12.

© Чалганова А.А., 2022

© Российский государственный

гидрометеорологический университет ( РГГМУ), 2022

## **Введение**

Теоретические основы современной науки, техники, экономики и организации производства очень сложны, но их практическое использование становится более простым и доступным благодаря повсеместному внедрению компьютеров и развитому интерфейсу их с пользователем и другими устройствами. Это позволяет автоматизировать сложные математические расчеты и осуществлять управление в режиме реального времени.

Экономико-математическое моделирование развивалось в течение XX века, но его практическая реализация была ограничена из-за сложности расчетов, а в реальном планировании применялось оно крайне редко.

Сейчас такие задачи могут быть реализованы широким кругом научных сотрудников и практиков благодаря реализации сложных алгоритмов в качестве сервисов и функций электронных таблиц Excel. При этом знание математических методов и моделей по-прежнему остается актуальным.

Основной целью данного пособия является рассмотрение задачи решения уравнения в вычислительной среде табличного процессора Excel.

## 1. Решение уравнений

Решение экономико-математических задач в реальном планировании является возможным во многом благодаря широким возможностям реализации сложных алгоритмов в электронной среде. Программирование разнообразных алгоритмов в качестве сервисов и функций электронных таблиц Excel позволяет использовать их для принятия управленческих решений в реальном времени широкому кругу практиков, владеющих знанием математических моделей и методов. Для этого требуется:

- грамотная постановка задачи;
- подбор и оценка исходных данных;
- построение концептуальной модели, описывающей систему или процесс;
- построение алгоритма, т.е. описание последовательности действий, приводящих к решению задачи;
- подбор сервисов и функций для ее решения;
- построение модели в вычислительной среде (в компьютере).
- проведение расчетов с помощью необходимых сервисов и функций;
- интерпретация результатов и оценка их надежности;
- оформление результатов работы.

При этом знание теории необходимо для понимания возможных «подводных камней»: например, необходимо понимать, что у параболы может не быть действительных корней, может быть один корень или два, и какой из них лучше в конкретном случае.

Многие экономические и социальные задачи сводятся к исследованию функций одной или нескольких переменных вида  $Y=f(X)$  или  $Y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Исследовать функцию – значит установить область ее существования (те значения  $X$ , при которых возможно вычислить  $Y$ ), определить области значений  $X$ , при которых  $Y$  принимает положительные, отрицательные и аномально большие

значения («уходит в бесконечность»), найти максимумы, минимумы, асимптоты, иногда – точки перегиба графика функции, а также включает нахождение корней уравнения  $Y=f(x)$  – значений  $x$ , при которых  $Y$  обращается в 0 (график функции пересекает ось абсцисс).

Наиболее простые методы исследования функциональных зависимостей с помощью компьютера – итерационные, основанные на многократном выполнении сравнительно простых операций. Один из итерационных методов – табулирование функции (расчет значений  $Y$  при заданных  $X$ ) в большом диапазоне значений  $X$  с большим шагом, затем табулирование с небольшим шагом в наиболее интересных диапазонах – вблизи корней, максимумов и минимумов, далее – сужать диапазоны  $X$  и уменьшать шаг для получения все более точных значений экстремумов и корней. Получаемые решения зависят от того, в каких диапазонах  $X$  и  $Y$  ведется их поиск, т.е. от их начальных значений.

Различные итерационные методы разрабатывались, начиная с XVIII века, и в настоящее время имеется большое количество компьютерных программ для их использования. Наиболее простые и удобные программы оформлены в виде функций Excel «Подбор параметра» и «Поиск решения».

Функция Excel «Подбор параметра» меняет значение влияющей ячейки так, чтобы получить в целевой ячейке заданную величину. Значение определенной (целевой) ячейки является результатом вычисления формулы. Эта формула прямо или косвенно ссылается на одну или несколько влияющих ячеек. Функция подбора меняет значение влияющей ячейки так, чтобы получить в целевой ячейке заданную величину.

## 2. Использование функции «Подбор параметра» для решения уравнений в Excel

Рассмотрим последовательность действий для нахождения корней уравнения. Для примера возьмем следующее уравнение:

$$0,1 \cdot x^2 - x - 11 = 0 \quad (1)$$

Сначала следует задать область определения параболы ( $x$ ). Зададим область значений  $x$  от -20 до +20 с шагом, равным 1.

Для этого нужно занести в соседние ячейки (например, A1 и A2) значения -20 и -19 соответственно. Выделив обе ячейки, можно увидеть черный (темный) квадратик в правом нижнем углу выделенной области. Это иллюстрируется рисунком 1.

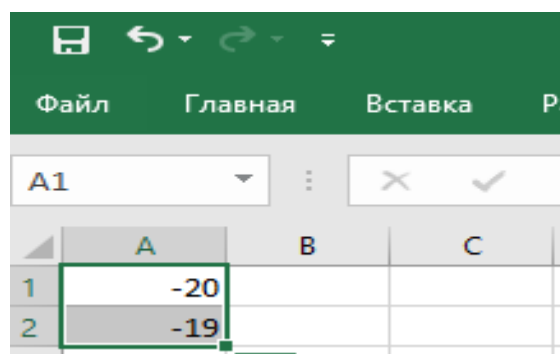


Рис. 1. Скриншот листа Excel с ячейками A1 и A2.

Двигая курсором в правый нижний угол области выделенных ячеек (на черный квадратик), поставим курсор на него, после чего увидим, что изображение курсора превратилось в черный крест. Нажав левую кнопку мыши, можно протащить черный крест вниз до появления числа 20.

Таким образом мы занесем последовательные значения переменной  $x$  в столбец ячеек A1:A41, что представлено на рисунке 2.

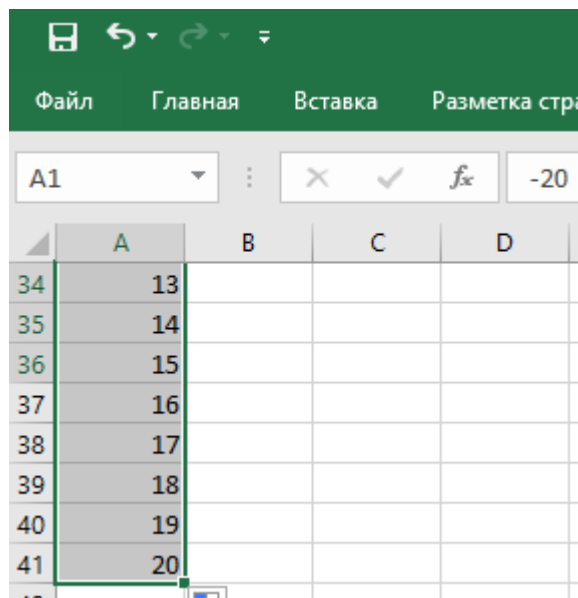


Рис. 2. Скриншот листа Excel с ячейками от A34 до A41.

Наименьшее значение  $x$  из заданных нами содержится в ячейке A1. Вставим в соседнюю с ней ячейку B1 формулу (1) для расчета значений  $y$ . Для этого нужно установить курсор на необходимую ячейку B1, выделив ее, и ввести знак равенства, после которого вписать требуемое выражение:  $0,1 \cdot x^2 - x - 11$ . Иллюстрация приведена на рисунке 3.

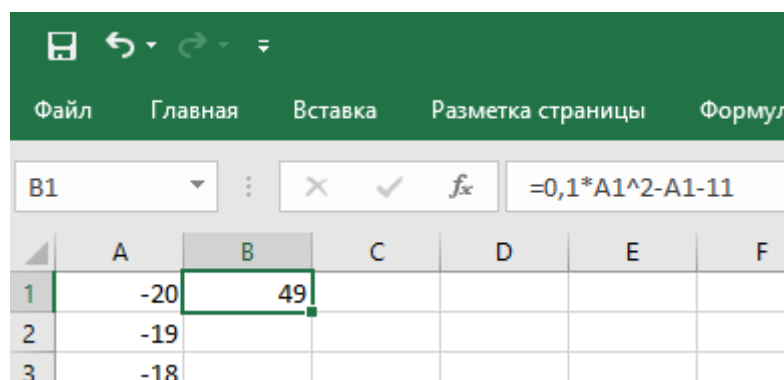


Рис. 3. Скриншот листа Excel с введенной формулой в A1.

Далее, наведя курсор на черный (темный) квадратик в правом нижнем углу, протаскать черным крестом вниз и скопировать формулу во все ячейки заданной области. После этого для наглядности следует построить диаграмму, для чего нужно выделить оба столбца А и В, содержащих значения X и Y в заданной области, затем выбрать пункт меню **Вставить - диаграмма**.

Иллюстрация приведена на рисунке 4.

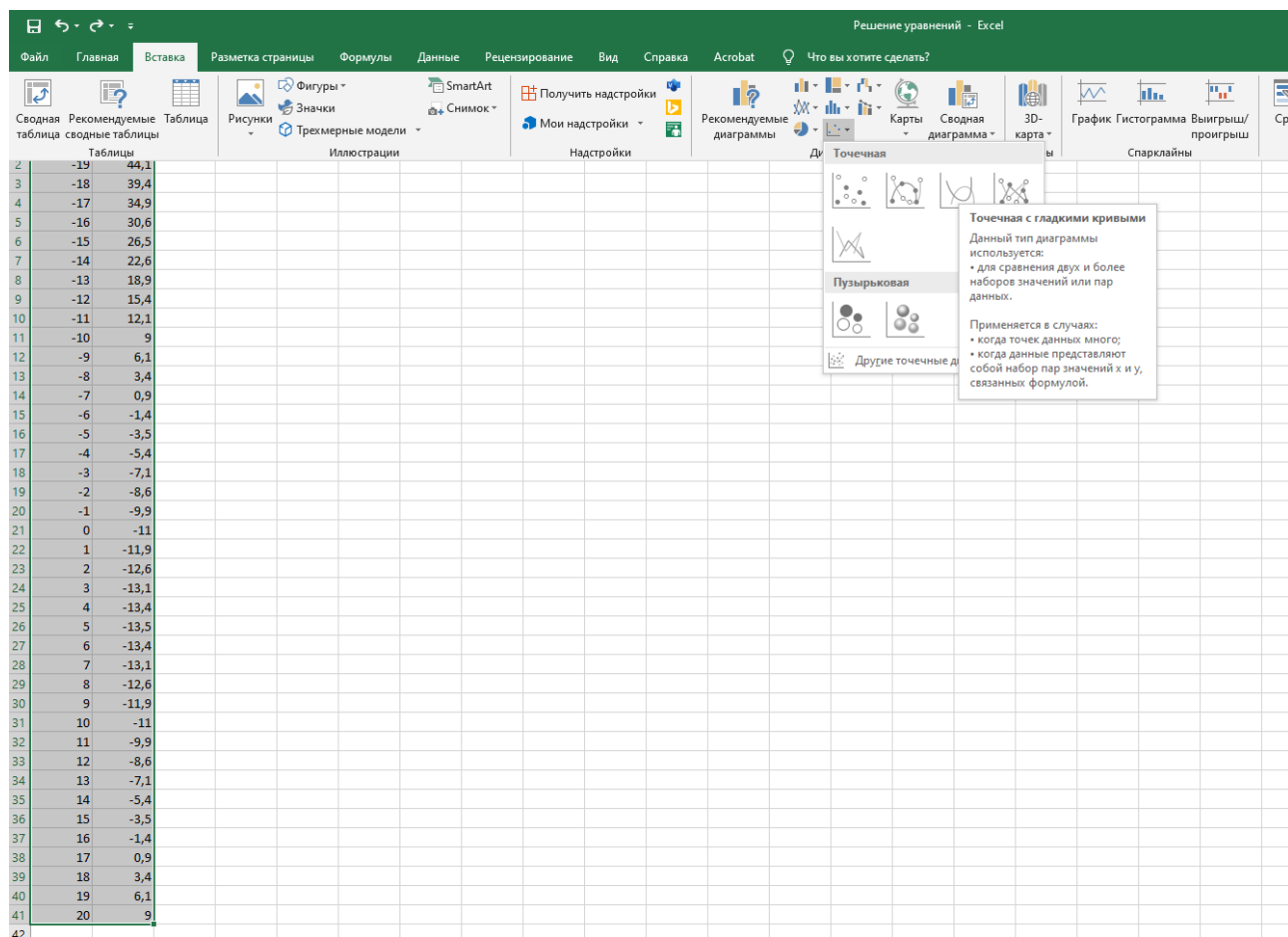


Рис. 4. Скриншот листа Excel с данными для построения диаграммы.

Выбрав подходящий тип диаграммы, получим график параболы, имеющий два пересечения с осью абсцисс. Иллюстрацией будет график, приведенный на рисунке 5.



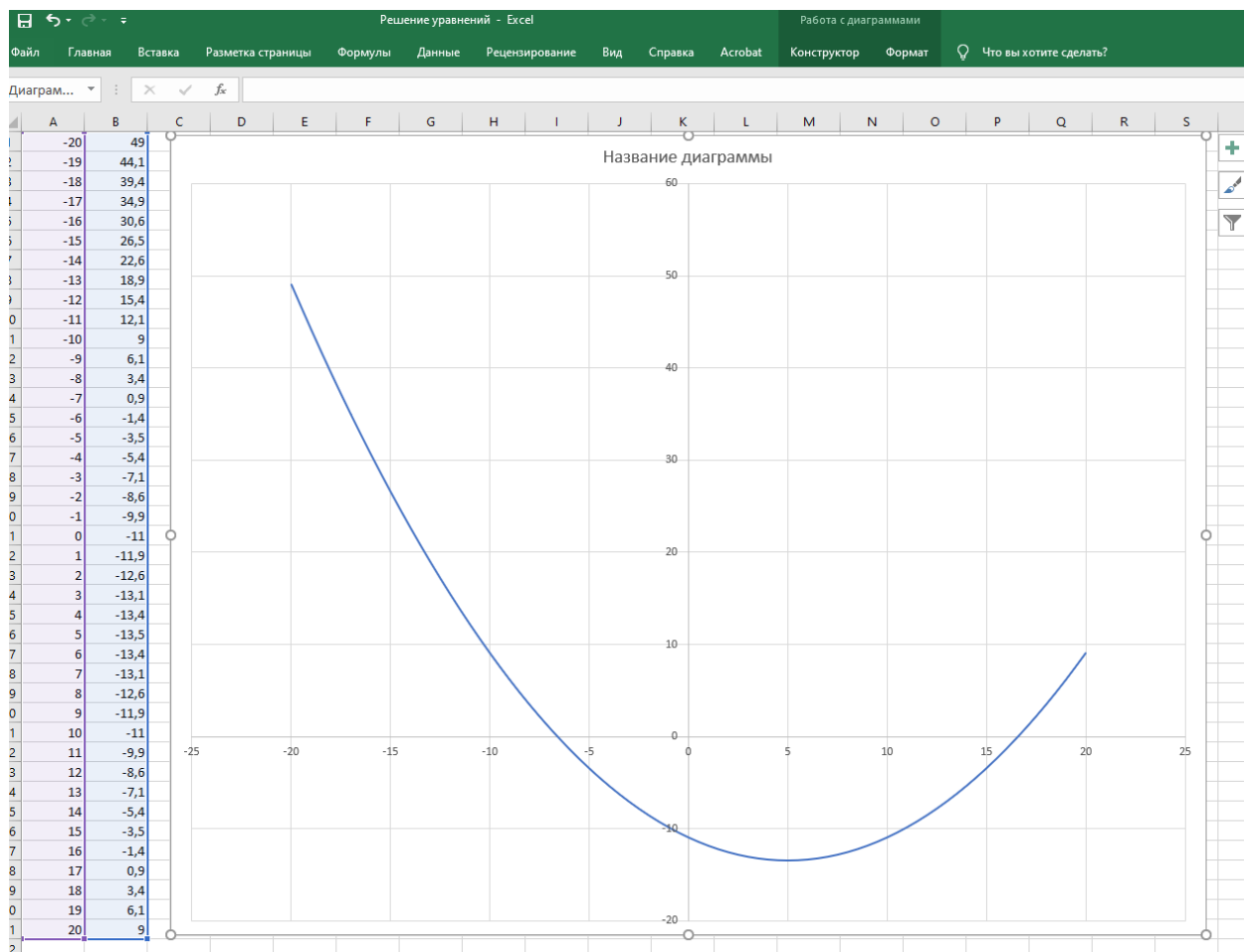


Рис. 5. Скриншот листа Excel с построенной диаграммой.

Построение графика не является необходимым условием нахождения корней уравнения, но позволяет в наглядном виде представить точки пересечения графика функции оси абсцисс, координаты которых являются корнями уравнения. График позволяет определить, где примерно находятся корни.

Сделав активной ячейку вблизи одного из корней, например В14, можно получить более точное значение корня, вызвав функцию «Подбор параметра». Для этого надо выбрать в меню - **Анализ** «**Что если**» - **Подбор параметра**.

Чтобы компьютер подобрал такое значение  $X$ , при котором  $Y$  обратится в 0, необходимо в открывшемся окне функции **Подбор параметра** установить необходимые значения. В поле «Установить в ячейке» надо задать номер ячейки,

значение которой находится вблизи от корня ( $Y$  будет равно 0), в поле «Значение» ввести 0. Поле «Изменяя значение ячейки» надо заполнить адресом  $X$ , что можно сделать, просто щелкнув по соответствующей ячейке мышью. Скриншот листа Excel с заполненными полями окна **Подбор параметра** приведен на рисунке 6.

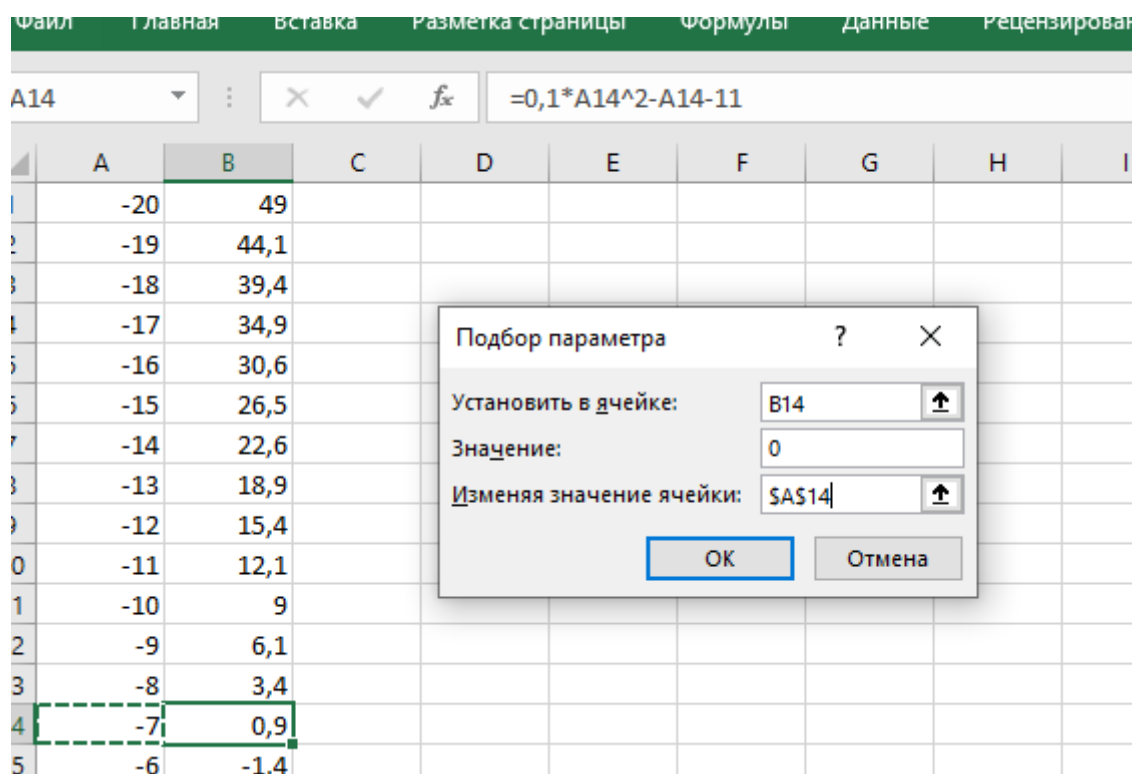


Рис. 6. Скриншот листа Excel с заполненными полями окна **Подбор параметра**.

Заполнив поля в окне функции **Подбор параметра**, нужно щелкнуть мышью по клавише **ОК**.

Результат подбора параметра представлен на рисунке 7.

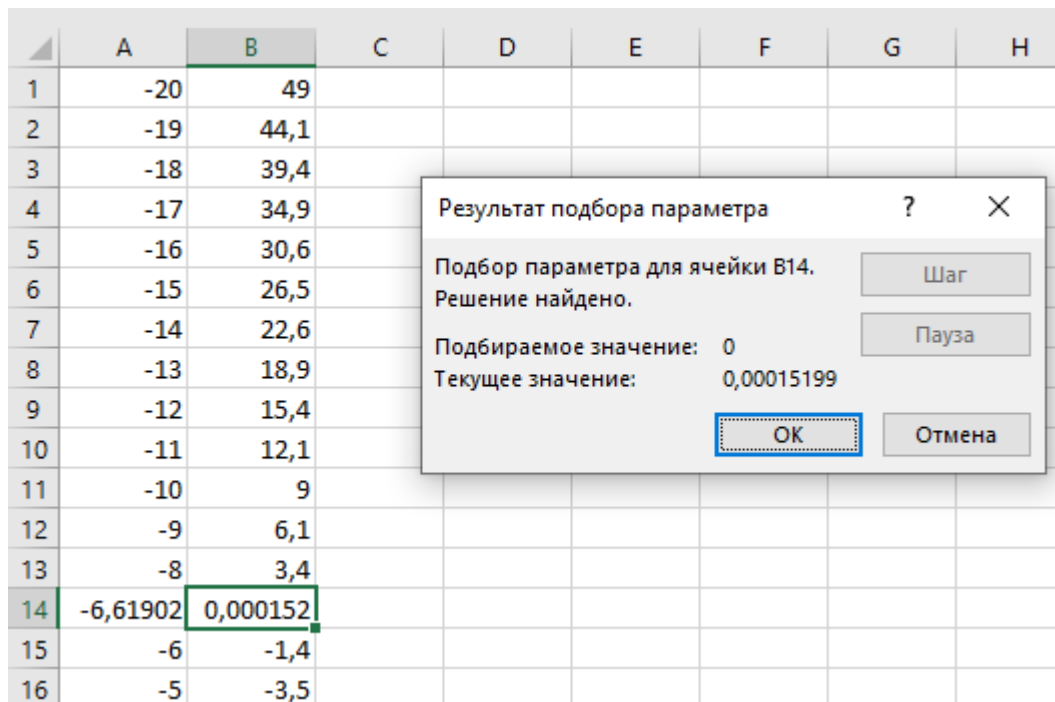


Рис. 7. Скриншот листа Excel с решением.

Для того, чтобы найти второй корень, надо выбрать исходные  $Y$  и  $X$  вблизи него и повторить те же действия, что и при нахождении первого корня. Заполнение полей окна **Подбор параметра** приведено на рисунке 8.

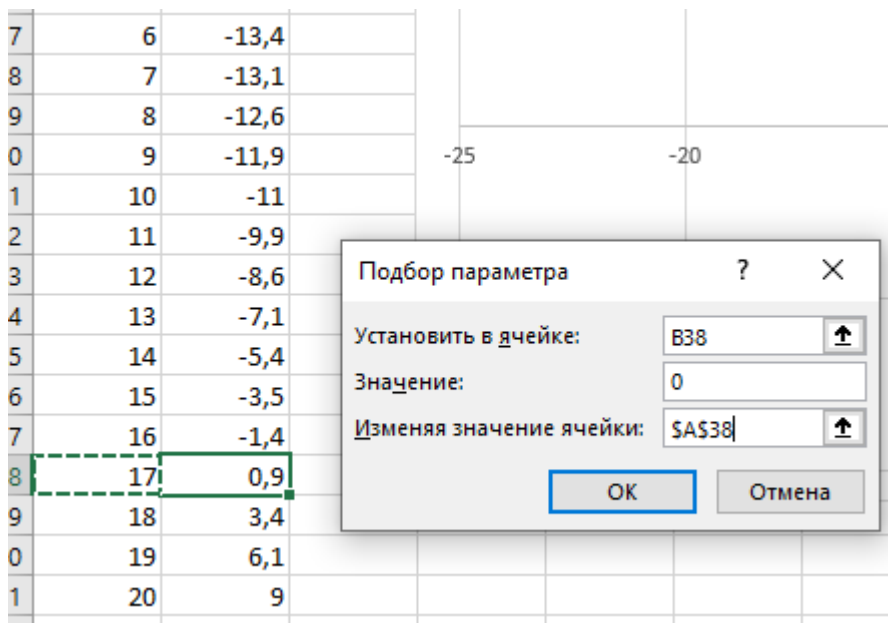


Рис. 8. Скриншот листа Excel с заполненными полями окна **Подбор параметра** для нахождения второго корня уравнения.

Нажав **ОК**, получим результат подбора параметра в окне подбора и в таблице значений функции и аргумента, которые представлены на рисунке 9.

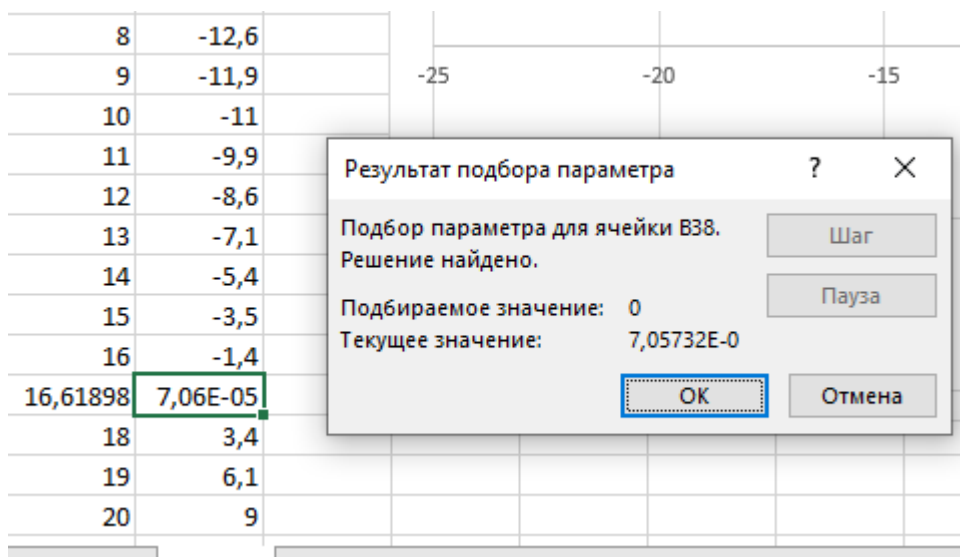


Рис. 9. Скриншот листа Excel с решением при нахождении второго корня уравнения.

Общий вид листа Excel с графиком изучаемой функции и двумя столбцами значений: аргумента и исследуемой параболы  $y$  на заданном диапазоне  $x$ , представлен на рисунке 10.

Если, двигая мышью, установить маркер в точку пересечения графика функции и оси абсцисс (оси  $x$ ), на экране высветятся координаты этой точки, т.е. значение корня функции.

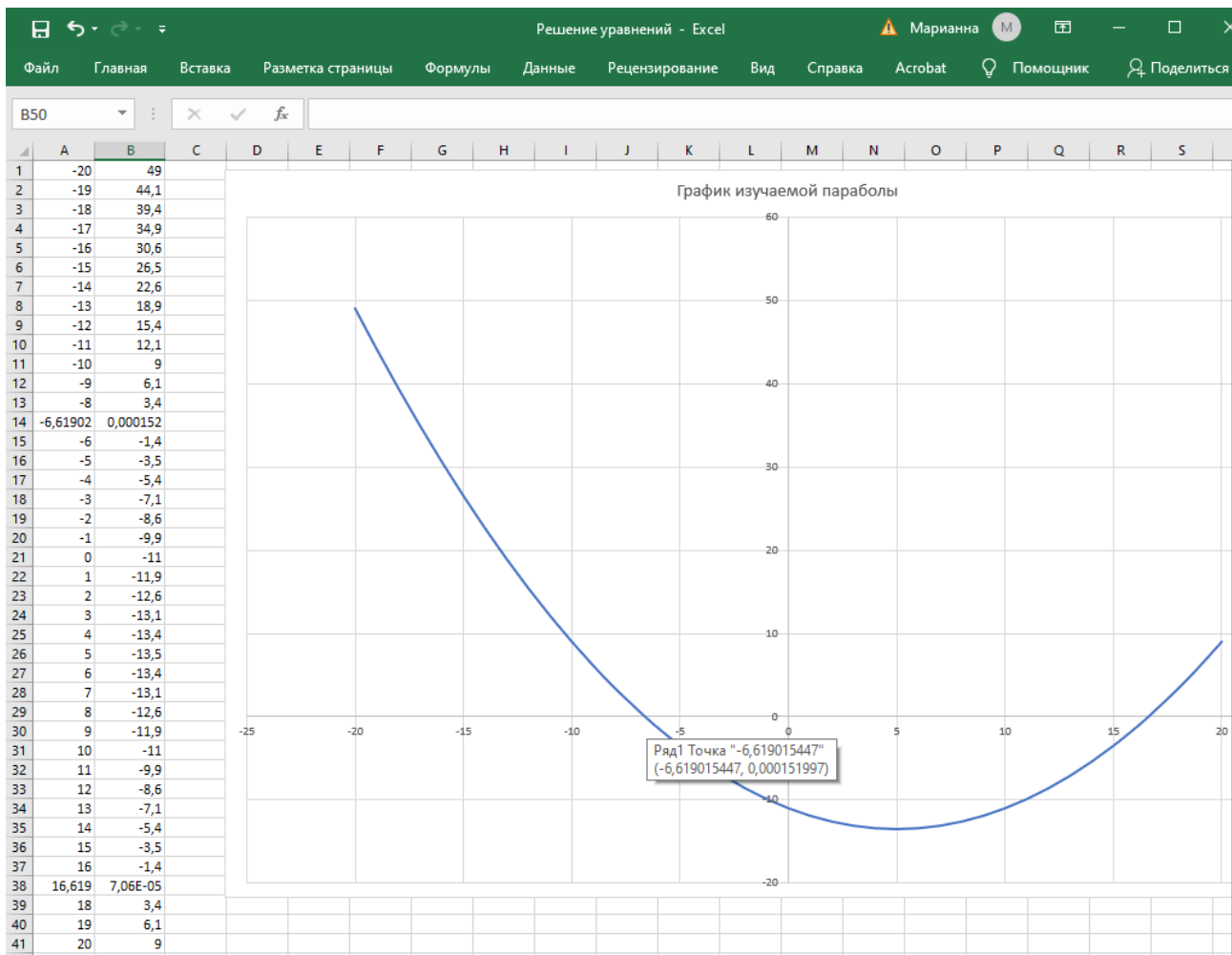


Рис. 10. Скриншот листа Excel с решением задачи нахождения корней уравнения заданной параболы на графике и в таблице (столбце) значений аргумента функции.

### **3. Вопросы для самопроверки**

1. Что такое табличный процессор?
2. Каковы наиболее простые методы исследования функциональных зависимостей с помощью компьютера?
3. В чем суть табулирования функции?
4. Какой результат возвращает инструмент Excel «Подбор параметра»?

#### 4. Задания для самостоятельной работы

##### Задание 1.

Найти корни уравнения третьего порядка:

$$Y = x^3 - 4 \cdot x^2 - 5x + 6$$

Для этого протабулируйте функцию на достаточно большом интервале, постройте график, определите, сколько корней и где они примерно находятся, найдите все три корня через **Подбор параметра**.

##### Задание 2.

С помощью **Подбора параметра** найти корень нелинейного уравнения:

$$x^5 - 4 \cdot x^4 + 3 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + x - 1 = 0, \quad x \text{ принадлежит отрезку } [-5, +5]$$

### Задание 3.

Решить с помощью **Подбора параметра** нелинейные уравнения из приведенных в таблице вариантов.

№ п/п	Уравнение
1	$x^3 - 0,1 \cdot x^2 + 0,4 \cdot x + 2 = 0$
2	$\arctg x - \frac{1}{3} \cdot x^2 = 0$
3	$3 \cdot x - 4 = 0$
4	$x^3 - 3 \cdot x^2 + 12 \cdot x = 0$
5	$3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 2 = 0$
6	$x^4 - x - 1 = 0$
7	$x^3 + x - 3 = 0$
8	$x^3 - 3 \cdot x^2 + 9 \cdot x - 8 = 0$
9	$x \cdot \ln (x+1) - 1 = 0$



## Список литературы

1. Катаргин Н.В. Экономико-математическое моделирование в Excel : учебно-методическое пособие / Катаргин Н.В.. — Саратов : Вузовское образование, 2019. — 83 с. — ISBN 978-5-4487-0456-7. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/79835.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Юдин, С. В. Математика и экономико-математические модели: Учебник / С.В. Юдин - М.: ИЦ РИОР, НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 374 с.: - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-369-01409-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/937964>. – Режим доступа: по подписке.
3. Орлова, И. В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование : учебное пособие / И. В. Орлова, В. А. Половников. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Вузовский учебник : Инфра-М, 2019. - 389 с. - ISBN 978-5-9558-0208-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1021491>. – Режим доступа: по подписке.
4. Орлова, И. В. Экономико-математическое моделирование: практическое пособие по решению задач / И.В. Орлова, М.Г. Бич. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2023. - 190 с. - ISBN 978-5-9558-0527-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1920327>. – Режим доступа: по подписке.
5. Гусева, Е. Н. Экономическо-математическое моделирование [Электронный ресурс] : Уч. пособ. / Е. Н. Гусева. - 2-е изд., стереотип. - Москва : Флинта : МПСИ, 2011. - 216 с. - ISBN 978-5-89349-976-6 (Флинта), ISBN 978-5-9770-0256-1 (МПСИ). - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/406074>. – Режим доступа: по подписке.

6. Колпаков, В. Ф. Экономико-математическое и эконометрическое моделирование: компьютерный практикум: учеб. пособие / В.Ф. Колпаков. - Москва : ИНФРА-М, 2018. – 396 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - [www.dx.doi.org/10.12737/24417](http://www.dx.doi.org/10.12737/24417). - ISBN 978-5-16-010967-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/975797>. – Режим доступа: по подписке.

7. Новиков, А. И. Экономико-математические методы и модели : учебник для бакалавров / А. И. Новиков. — 3-е изд. — Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К<sup>о</sup>», 2020. - 532 с. - ISBN 978-5-394-03782-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1091109>. – Режим доступа: по подписке.

8. Федосеев, В. В. Экономико-математические модели и прогнозирование рынка труда : учебник / В. В. Федосеев. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2019. — 148 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-9558-0603-7. — DOI 10.12737/textbook\_5d413cc86c8c69.75689159. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/944660>. – Режим доступа: по подписке.

## Оглавление

Введение.....	3
1. Решение уравнений.....	4
2. Использование функции «Подбор параметра» для решения уравнений в Excel.....	6
3. Вопросы для самопроверки.....	14
4. Задания для самостоятельной работы.....	15
Список литературы .....	17

*Учебное издание*

**А.А. Чалганова**

Учебное пособие

«Решение уравнений итерационными методами  
с использованием табличного процессора Microsoft Excel» по дисциплине  
«Экономико-математическое моделирование в управлении»  
для студентов всех форм обучения

*Публикуется в авторской редакции.*

Подписано к публикации 30.12.2022. Формат 60×90 1/16.

Гарнитура Times New Roman. Усл. печ. л. 1,25. Заказ № 1341.

РГГМУ, 192007, Санкт-Петербург, Воронежская ул., д. 79.