



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Гидрофизики и гидропрогнозов

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(бакалаврская работа)

На тему

**Фрактальная размерность
гидрографов речного стока**

Исполнитель	Мерзликина Виктория Олеговна (фамилия, имя, отчество)
Руководитель	Кандидат технических наук, доцент (ученая степень, ученое звание)
	Гайдукова Екатерина Владимировна (фамилия, имя, отчество)

«К защите допускаю» Заведующий кафедрой	
	 (подпись)
	Кандидат технических наук, доцент (ученая степень, ученое звание)
	Хаустов Виталий Александрович (фамилия, имя, отчество)

«19» июня 2017 г.

Санкт-Петербург
2017



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Гидрофизики и гидропрогнозов

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(бакалаврская работа)

На тему **Фрактальная размерность
гидрографов речного стока**

Исполнитель Мерзликина Виктория Олеговна
(фамилия, имя, отчество)

Руководитель Кандидат технических наук, доцент
(ученая степень, ученое звание)

Гайдукова Екатерина Владимировна
(фамилия, имя, отчество)

**«К защите допускаю»
Заведующий кафедрой**

(подпись)

Кандидат технических наук, доцент
(ученая степень, ученое звание)

Хаустов Виталий Александрович
(фамилия, имя, отчество)

«__» _____ 20__ г.

Санкт–Петербург
2017

Содержание

	Стр.
Введение.....	3
1 Теоретические основы исследования.....	5
1.1 Основные понятия и определения.....	5
1.2 Природные и алгебраические фракталы.....	7
2 Методы определения размерностей геометрических фракталов....	10
2.1 Метод, основанный на формуле Мандельброта.....	10
2.2 Канторовский метод.....	12
3 Формирование базы данных для исследования.....	16
4 Результаты определения фрактальных размерностей гидрографов рек и их анализ.....	34
Заключение.....	44
Список использованных источников.....	46

Введение

Множество процессов, явлений и объектов на поверхности Земли обладают сильно выраженной изогнутостью, искривленностью и изломанностью. Фрактальная геометрия занимается моделированием этих закономерностей. Нужно уметь применять на практике навыки решения задач методами фрактальной геометрии и моделировать фрактальные системы, необходимые исследователю. Геометрия объектов, которая встречается в природе бывает различна, как атомные масштабы, так и целые Вселенные занимают главное место в моделях, которые строят, чтобы «понять» природу. Бенуа Мандельброт рассказал миру о том, что для описания объектов необходимо ввести дробноразмерные, нецелочисленные пространства [1].

Тема достаточно актуальна, так как с помощью фрактальной геометрии можно описывать поверхности сложной формы, а если изменить несколько коэффициентов в уравнении, то добиться бесконечных вариантов исходного изображения. Используя фракталы для создания сложных реальных систем, можно решить огромное количество задач по исследованию и прогнозированию их поведения. В физике фракталы возникают при моделировании нелинейных процессов, таких, как турбулентное течение жидкости, пламя, облака [2].

Фракталы имеют не только полезное применение в науках, они невероятно красивы и с помощью некоторых функций можно получить сложные и удивительные формы. Если попробовать поэкспериментировать, превращая, например, треугольники в снежинки, то можно наблюдать как будет преобразовываться простой казался бы предмет в прекрасную композицию.

Так же в наше время фракталы востребованы в мире компьютерных игр. Создатели графических проектов обращаются к фрактальному способу построения изображений, чтобы повысить реалистичность создаваемых ими миров [3].

В связи с вышеизложенным, целью данного исследования является изучение и фрактальная диагностика типовых гидрографов и гидрографов за отдельные годы различного генетического происхождения, т. е. определение фрактальной размерности гидрографов, как геометрических объектов.

Для достижения цели исследования необходимо решить следующие задачи:

- а) изучить определения понятия «фрактал», существующие в научной литературе и проанализировать его с математической точки зрения;
- б) выделить основные виды фракталов и дать описание им;
- в) разобрать методы вычисления фрактальной размерности для природных объектов;
- г) решить поставленные задачи методами фрактальной геометрии;
- д) выявить и исследовать фрактальную размерность гидрографов.

1 Теоретические основы исследования

1.1 Основные понятия и определения

Х. О. Пайген и П. Х. Рихтер отмечали: «Фракталы вокруг нас повсюду, и в очертаниях гор, и в извилистой линии морского берега. Некоторые из фракталов непрерывно меняются, подобно движущимся облакам или мерцающему пламени, в то время как другие, подобно деревьям или нашим сосудистым системам, сохраняют структуру, приобретенную в процессе эволюции» [4].

Фрактал представляет собой пространство, нецелечисленное и дробноразмерное, то есть ломаное, искривленное, изрезанное. Это геометрическая фигура сложна тем, что состоит из нескольких частей, где каждая подобна всей фигуре. Каждый фрагмент фигуры повторяется при уменьшении масштаба. В 1975 году понятие «фрактал» ввел Бенуа Мандельброт для самоподобных структур, которыми он занимался [5]. Огромное количество примеров фракталов можно привести, потому что, они повсюду нас окружают.

Фрактальная размерность – дробная размерность, характеризующая множество в метрическом пространстве. Эта размерность служит количественной мерой определения самих фракталов. Благодаря фрактальной размерности временного ряда, можно оценить число фазовых переменных для моделирования рассматриваемых процессов, путем вычисления размерности пространства вложения – следующее за фрактальной размерностью целое число [6].

Свойства фракталов. То, что мы видим в природе, часто удивляет нас множеством одного и того же узора, который бесконечно повторяется в уменьшенном или увеличенном виде в несколько раз. Например, представив большое дерево со средней длинной веткой, на ней сразу представляются ветки поменьше. Явление «разветвление» повторяется бесконечно много раз,

становясь все меньше и меньше. То же самое можно заметить, разглядывая снежинку. Если приблизить изображение узорчатой льдинки, то можно разглядеть в ней такой же орнамент, но в разы меньше. Увеличивая фрактальную линию, можно заметить, что она остается все такой же изломанной и изрезанной [7]. Следовательно, любой участок кривой линии обладает одной и той же фрактальной размерностью, что и сама линия. Такое свойство называют самоподобием.

Еще одним свойством фракталов является множество с дробной размерностью. От дробного значения фрактальной размерности зависит степень заполнения пространства фрактальной структурой. Значение представляет собой неоднородность структуры фрактала. В жизни, длиной оценивается размер кривой, а площадью – размер поверхности. Длина для простого фрактала – канторова множества – равна 0, а если рассматривать замкнутую кривую, непрерывной длины снежинки Коха, ограничивающуюся конечной площадью, то она равна бесконечности. Поэтому фракталы с n -мерными телами имеют дробную размерность [7].

Фрактальные структуры способны развиваться, это явление третьего свойства фракталов. Процесс непрерывного образования формы, пространственного представления фрактала на каждом шаге процесса построения. Фрактал всегда незакончен. Бесконечность процесса нельзя изобразить, а результат бесконечной процедуры и есть фрактал.

Так же можно выделить еще несколько свойств, приобретенных фракталом: свойство нечеткости и размытости контуров, хаотическая динамика [7].

Разновидности фракталов. Для того чтобы представить все многообразие фракталов, удобно их классифицировать. Итак, существуют:

- а) геометрические (конструктивные) фракталы;
- б) алгебраические (динамические);
- в) природные фракталы.

Геометрические фракталы. С них началась история фракталов, так как это самый ранний тип. Они самые наглядные и получаются с помощью простых геометрических фигур. В этих фракталах сразу заметно свойство самоподобности, небольшие части полностью соответствуют фрактал в целом. На рисунке 1.1 [8] представлены некоторые геометрические фракталы: треугольник Серпинского, дерево Пифагора, дракон Хартера–Хайтвея.

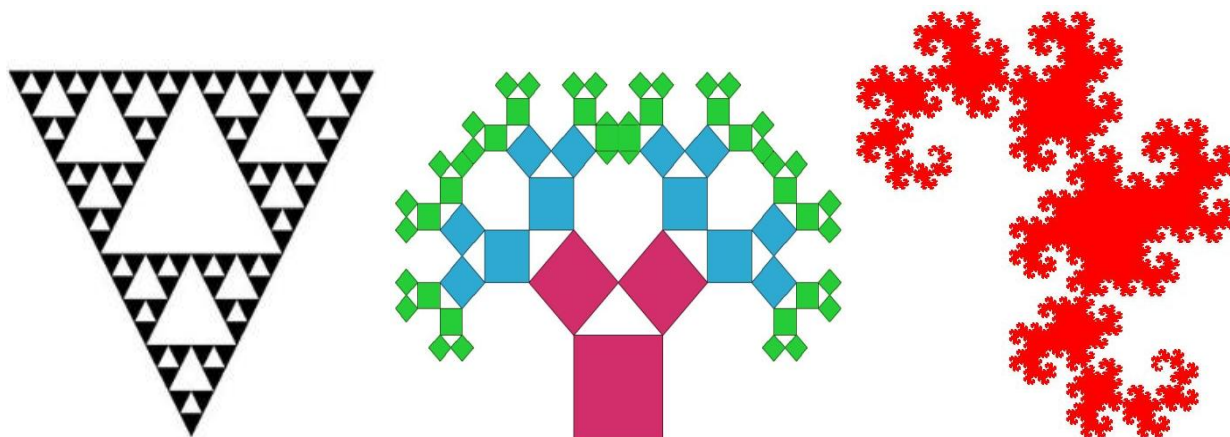


Рисунок 1.1 – Геометрические фракталы.

1.2 Природные и алгебраические фракталы

Природные фракталы.

Как уже говорилось ранее, фрактальные объекты очень распространены в природе. Горные породы, снежинки, узоры листьев, ветки деревьев, кровеносная система человека и животного, капиллярная система растений – все эти явления носят фрактальный характер. Даже облака, линия морского побережья, реки, биение сердца живого существа, волнение моря, осадки на дне океана, кардиограмма – это организация, имеющая фрактальную линию. Некоторые природные фракталы представлены на рисунке 1.2 [8]. Это самая необыкновенная и интригующая разновидность фракталов. Природа наградила любопытными формами предметы и явления, которые хочется рассматривать и

изучать. Это объясняется именно тем, что формы получаются путем размножения и изменения размеров одного элементарного строительного блока. Геометрия фракталов растений даже помогает понять и предугадать общее количество углекислого газа, поступающего в экосистему и покидающего ее [9].



Рисунок 1.2 – Природные фракталы.

Алгебраические фракталы.

Эта группа фракталов самая крупная и получила свое название за то, что их строят на основе простых или сложных алгебраических формул.

Фракталы показаны на рисунке 1.3 [8]. Одним из примеров алгебраического фрактала является множество Мандельброта – множество комплексных чисел (пар чисел) на плоскости, получаемых по определенному алгоритму. Есть несколько методов получения фракталов этой группы. Один из методов предполагает многошаговый расчет функции:

$$Z_{n+1} = F(Z_n), \quad (1)$$

где Z – комплексное число;

F – некоторая функция.

Расчет по формуле (1) продолжается до выполнения определенного условия, при выполнении которого на экран выводится точка. Значение функции для различных точек комплексной плоскости разное. Оно стремится к

нулю, а с течением времени к бесконечности, не выходя за пределы принятых фиксированных значений, поведение при этом хаотично, без каких-либо тенденций [10].



Рисунок 1.3 – Алгебраические фракталы.

2 Методы определения размерностей геометрических фракталов

2.1 Метод, основанный на формуле Мандельброта

Начало фрактальной геометрии состоит в измерении кривой линии. Длину можно измерить двумя способами: раствором циркуля и подсчетом клеток.

На рисунке 2.1 наглядно представлен клеточный способ.

а) Берется построенный по суточным расходам воды гидрограф речного стока. Изменения расходов воды за год образуют некую плавную линию.

б) Гидрограф покрывается сеткой ячеек, используя масштаб, который укладывается в кривую несколько раз. Размер клетки $\delta = 1,5$ см.

в) Считается количество клеток, через которые проходит линия.

г) Затем масштаб уменьшается до 1 см и до 0,5 см и измерения проводятся сначала. Масштаб нужно брать гораздо меньше самой длины, которую мы измеряем. При уменьшении масштаба длина кривой линии увеличивается, что является свойством непрерывных фрактальных линий.

д) Измерения сводятся в таблицу.

е) Затем наносятся измеренные значения на график в билогарифмическом масштабе.

ж) Ищется линейная зависимость между $\lg N$ – натуральный логарифм числа клеток и $\lg \delta$ – натуральный логарифм размера клеток.

и) Фрактальная размерность определяется исходя из уравнения линейного приближения:

$$\lg N = a \cdot \lg x + b, \quad (2)$$

где $a = D$;

Линия представляет собой фрактальный объект с размерностью D .

к) Число масштабов степенным образом зависит от масштаба измерения, а степенной показатель оказывается фрактальной размерностью рассматриваемого объекта. Чем меньше масштаб, тем больше требуется число масштабов. Длину измеряемой кривой линии получаем по формуле (3).

$$L = C \delta^{1-D}, \quad (3)$$

где L – длина измеряемой линии;

C – множитель

Формула (3) – формула Мандельброта, описывающая начало фрактальной геометрии [1].

а)



б)

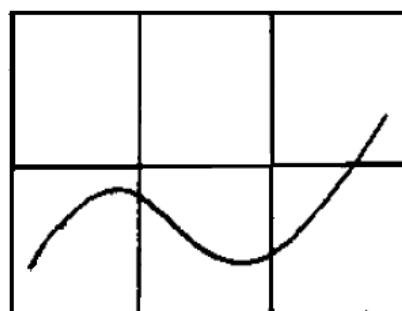


Рисунок 2.1 – Способы измерения фрактальной размерности: а) метод измерения фрактальной размерности способом раствора циркуля; б) метод подсчета клеток.

Величина D является фрактальной размерностью. Формула Мандельброта является формулировкой аксиомы фрактальной геометрии – «аксиомы многомасштабности: чтобы что-то измерить, надо иметь набор масштабов»[1].

Метод измерения фрактальной размерности способом раствора циркуля.

а) Выбирается масштаб такой же, как и в измерениях фрактальной размерности, клеточным способом.

б) Затем масштаб уменьшается и производятся измерения.

в) Раствором циркуля обходим линию, и считаем количество шагов при разных масштабах, из одного конца в другой конец всей линии, как представлено на рисунке 2.1 [1].

г) Измерения сводятся в таблицу.

д) Затем наносятся измеренные значения на график в билогарифмическом масштабе.

е) Ищется линейная зависимость между $\lg N$ – натуральный логарифм числа клеток и $\lg x$ – натуральный логарифм размера раствора циркуля;

ж) Фрактальная размерность определяется исходя из уравнения линейного приближения:

$$\lg N = b + a \cdot \lg x, \quad (4)$$

где $a = D$;

Линия представляет собой фрактальный объект с размерностью D .

2.2 Канторовский метод

Канторовское множество строится следующим образом:

а) берется единичный отрезок;

б) затем делится отрезок на равные три части и средняя убирается;

в) для двух оставшихся частей проделываются те же самые действия;

г) получается структура, называемая «канторовская пыль»;

д) вычисляется размерность структуры, исходя из цепочки подсчетов;

е) далее находится фрактальная размерность D .

Для разветвленных структур существует метод измерения фрактальной размерности, который называется канторовским методом. Если обратить внимание внутри разветвленной структуры на границу замкнутой области, то можно увидеть некие точки пересечения. На рисунке 2.2 разветвленная структура N_1 пересекается с областью линейного размера R_1 в четырнадцать точках. При размере R_2 пересечение разветвленной структуры N_2 будет в двадцати трех точках [1].

Канторовское множество – это образование точек пересечений. Согласно идеологии фрактальной геометрии связь между N и R будет степенной. Рисунок 2.2 и формула (3) представляют эту связь.[1]

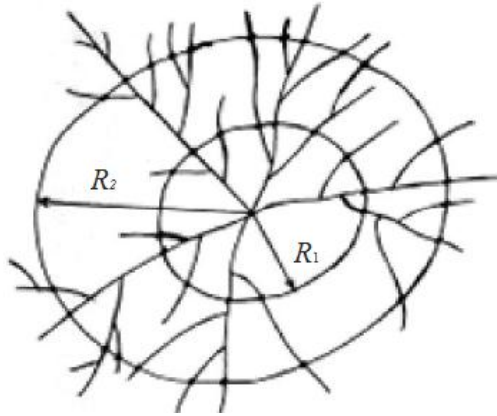


Рисунок 2.2 – Степенная связь между N и R . Точками отмечены границы пересечений.

$$N = R^h, \quad (5)$$

где; h – размерность блуждания.

Фрактальное исчисление – математическое определение новой геометрии, позволяющее установить связь между размерностью блуждания и фрактальной размерностью для на плоскости:

$$h = 2 \cdot (D - 1) \quad (6)$$

Следовательно, если $h = 0,8$, то $D = 1,4$.

Результат можно объяснить следующим образом. Если ветвлений нет, то число N не зависит от размера R , так как нет точек пересечения. Этот случай представлен на рисунке 2.3 [1], значит, $D = 1$, $N = \text{const}$ и $h = 0$. А в случае, если ветвления заполняют плоскость полностью, то их число N прямо пропорционально площади области, что показано на рисунке 2.4 [1]: $D = 1$, $N = R^2$ и $h = 2$.

Учитывая, что размерность блуждания h линейно связано с фрактальной размерностью D , то есть: $h = (a + b) \cdot D$, то из полученных выше условий получаем: $h = 2(D - 1)$, то есть формулу (6).

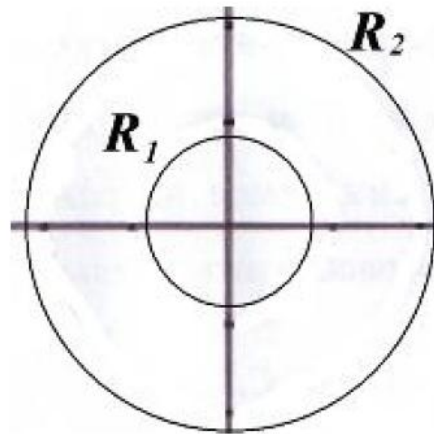


Рисунок 2.3 – Линии не раздваиваются, ветвлений нет, поэтому число ветвлений не зависит от размера области.

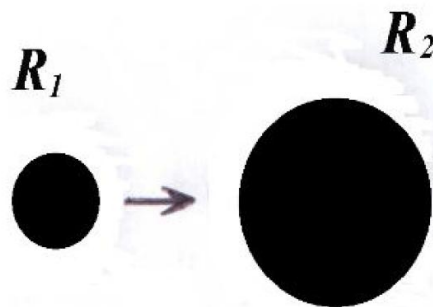


Рисунок 2.4 – Ветвления полностью занимают всю плоскость. Число ветвлений квадратично зависит от площади области.

Вывод. Из перечисленных выше методов, в работе используются метод подсчета клеток и метод измерения фрактальной размерности способом раствора циркуля. Канторовский метод в работе не используется, так как у рассматриваемых гидрографов нет разветвленных структур и пересечения границ замкнутой области с областью линейного размера.

3 Формирование базы данных для исследования

Были выбраны отличные друг от друга режимы формирования стока рек. На рисунке 3.1 представлены снеговое, дождевое и смешанное питания рек. Рисунок 3.2 имеет схожее территориальное расположение режимов.

Для каждого режима были отобраны станции в различных частях России.

- Для снегового питания на реках Ловать, Великая, Сорочь, Насва, выделено 4 станции: деревня Сельцо, деревня Селихново, деревня Осинкино, деревня Гороховье соответственно. Так же для реки Печора со снеговым питанием выделены станции: село Усть-Щугор, деревня Якша и село Троицко-Печорск.

- Река Обь имеет схожий режим, на которой взяты станции: село Фоминское, город Новосибирск, город Колпашево. И река Енисей со станциями: город Енисейск, город Кызыл, поселок Никитино.

- Для дождевого питания выделено 3 станции на реке Амур: город Комсомольск, город Хабаровск, село Богородское.

- Для смешанного питания 3 станции на реке Лена: деревня Змеиново, село Крестовское, село Грузновка.

По станциям была собрана следующая информация: площадь водосбора (F , км²), координаты поста (широта и долгота) и суточные расходы воды за 15–20 лет. Пример части исходных данных расходов воды представлен в таблице 3.1 [12-17]. Остальные данные находятся на CD-диске, который прилагается к работе. Информация по станциям приведена в таблице 3.2. Пример части исходных данных суточных расходов воды представлен на рисунке 3.3. Местоположение станций показано на рисунке 3.4.

Были взяты различные реки: зональные (площадь водосбора до 50 км²) и полезональные (площадь водосбора более 50 км²). Существует шесть зональных типов водного режима рек:

- а) Реки экваториального типа. К ним присуще дождевое питание, сток в течение года равномерный, большой.

б) Реки тропического типа. Сток рек формируется за счет летних дождей, половодье летнее.

в) Реки субтропического типа. Имеют дождевое питание. Различают два типа распределения стока: на западных побережьях материка сток зимний, на восточных, летний.

г) Реки умеренного типа. Выделяются четыре подтипа рек. При наличии морского климата реки имеют дождевое питание и равномерное распределение стока в течение года; при переходе климата от морского к континентальному, у рек смешанное питание, с весенним половодьем; с континентальным климатом реки имеют смешанное питание и весеннее половодье (Обь, Енисей); при наличии муссонного климата, реки имеют дождевое питание и летнее половодье (Амур).

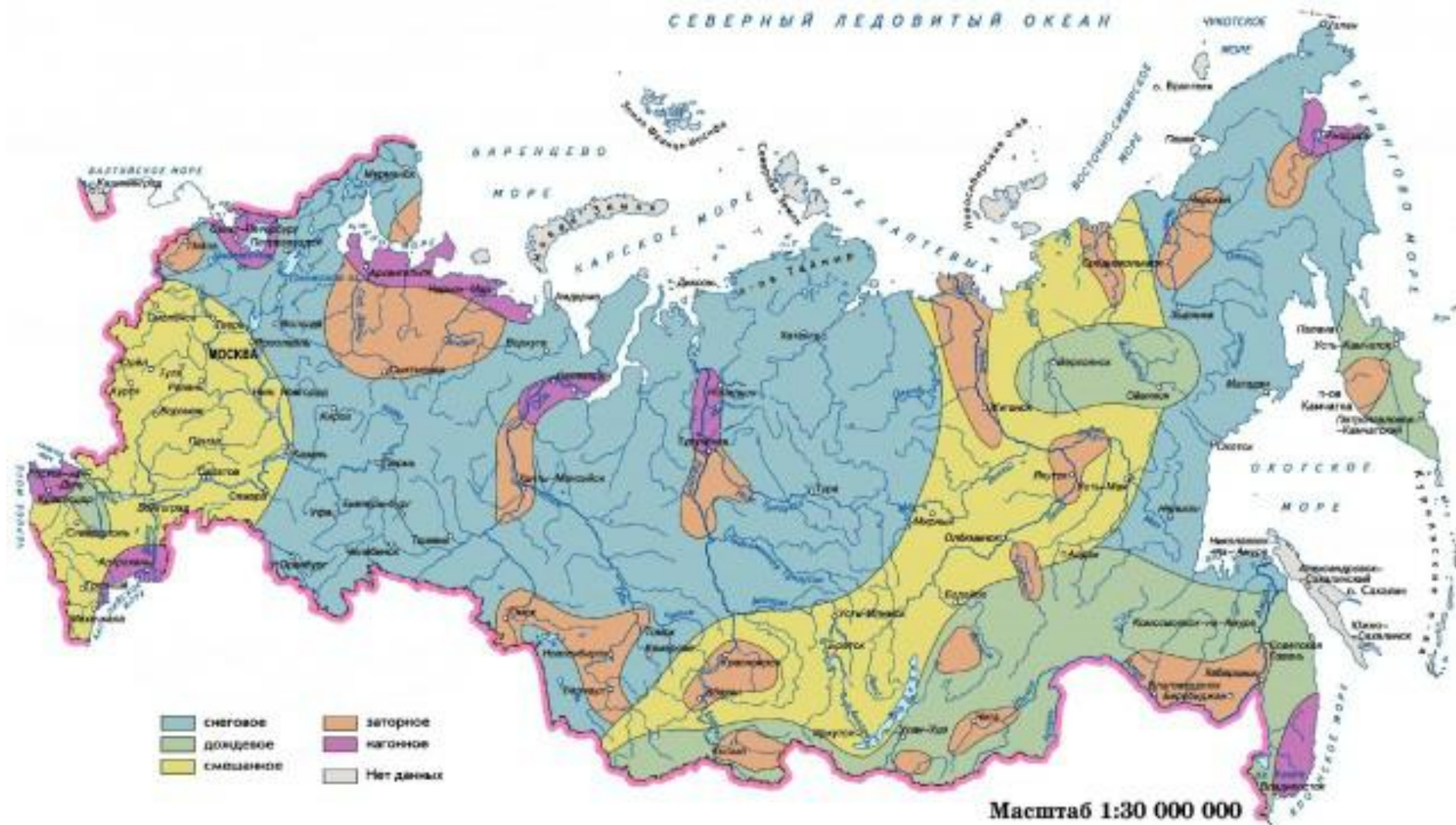
д) Реки субарктического типа имеют снеговое питание. Зимой многие реки не имеют стока. Половодье летнее.

е) Реки полярного типа летом иногда могут иметь ледниковое питание и сток, все остальное время года они замерзшие.[18]

В ходе исследования продиагностированы типовые гидрографы различного генетического происхождения и гидрографы за отдельные годы, с целью определения фрактальной размерности.



Рисунок 3.1 – Районирование территории России по типам питания рек [11].



р.Обь-г.Колпашево	1956	1957	1958	1959	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	
1	1210	1400	1430	1520	1490	1440	1090	1470	1080	1360	1140	1090	1080	1120	1180	1020	1380	949	1180	1120	1237
2	1190	1380	1440	1530	1450	1420	1130	1420	1070	1370	1140	1080	1070	1110	1170	1020	1420	937	1170	1120	1232
3	1180	1360	1450	1530	1430	1390	1180	1370	1060	1370	1140	1080	1070	1090	1160	1020	1410	924	1160	1120	1225
4	1140	1350	1440	1540	1410	1390	1160	1370	1040	1380	1140	1070	1060	1080	1150	1020	1400	916	1160	1120	1217
5	1110	1330	1440	1540	1400	1390	1170	1340	1040	1360	1130	1070	1060	1060	1140	1010	1390	907	1160	1120	1208
6	1090	1320	1430	1530	1380	1390	1170	1340	1020	1310	1130	1060	1060	1050	1140	1010	1410	907	1150	1120	1201
7	1070	1310	1430	1510	1370	1380	1120	1320	1020	1280	1130	1060	1050	1040	1140	1010	1400	903	1150	1110	1190
8	1060	1250	1420	1500	1370	1400	1120	1290	1000	1270	1120	1060	1040	1040	1140	1010	1400	903	1150	1110	1183
9	1050	1230	1420	1480	1380	1420	1110	1250	995	1230	1120	1050	1030	1040	1130	1010	1390	899	1140	1110	1174
10	1040	1210	1410	1470	1390	1440	1150	1240	990	1200	1120	1050	1030	1040	1130	1000	1420	877	1140	1100	1172
11	1030	1210	1410	1460	1410	1510	1170	1230	990	1200	1120	1040	1010	1050	1120	1000	1440	877	1140	1090	1175
12	1020	1190	1400	1440	1460	1580	1180	1220	1000	1190	1120	1040	1010	1060	1120	998	1440	877	1130	1090	1178
13	1010	1180	1400	1430	1460	1620	1190	1260	1020	1180	1120	1040	1000	1070	1120	994	1460	869	1130	1090	1182
14	1000	1170	1390	1390	1470	1620	1240	1270	1040	1190	1120	1030	1000	1080	1120	990	1470	869	1120	1080	1183
15	984	1160	1390	1380	1450	1650	1280	1320	1070	1200	1110	1030	1000	1090	1110	988	1510	861	1120	1070	1189
16	989	1120	1380	1370	1440	1670	1330	1340	1110	1200	1110	1030	1000	1100	1110	984	1520	857	1120	1070	1192
17	959	1110	1380	1360	1450	1720	1410	1380	1130	1220	1110	1020	1000	1110	1100	980	1520	836	1120	1060	1199
18	949	1100	1370	1340	1460	1740	1420	1390	1160	1220	1100	1020	1000	1120	1100	978	1530	836	1110	1060	1200
19	933	1100	1370	1320	1460	1760	1450	1380	1180	1220	1090	1010	1000	1130	1100	974	1570	828	1110	1050	1202
20	923	1090	1360	1310	1480	1810	1430	1400	1190	1260	1080	1010	998	1140	1100	971	1580	820	1110	1050	1206
21	913	1080	1360	1290	1500	1830	1440	1400	1210	1270	1070	1010	992	1150	1100	969	1580	816	1100	1040	1206
22	903	1070	1350	1280	1470	1870	1480	1460	1220	1280	1060	1000	980	1160	1100	965	1590	808	1100	1040	1209
23	875	1060	1370	1260	1460	1880	1530	1480	1230	1310	1040	1000	963	1170	1090	961	1610	824	1100	1030	1212
24	875	1060	1400	1240	1470	1860	1530	1520	1240	1310	1030	998	963	1180	1090	959	1660	824	1100	1020	1216
25	870	1050	1420	1220	1470	1880	1530	1560	1240	1320	1030	995	963	1190	1090	954	1670	824	1090	1020	1219
26	865	1030	1440	1210	1470	1860	1480	1610	1240	1360	1020	992	958	1200	1090	949	1680	840	1090	1010	1220
27	860	1020	1460	1200	1480	1830	1430	1640	1240	1400	1020	989	958	1210	1080	946	1690	844	1090	1010	1220
28	860	1020	1480	1180	1490	1830	1380	1640	1240	1450	1020	988	958	1220	1080	940	1720	844	1090	1000	1221
29	838	1000	1510	1170	1490	1830	1360	1700	1240	1520	1020	983	952	1230	1080	938	1720	864	1090	995	1227
30	833	993	1530	1150	1490	1850	1340	1750	1240	1540	1020	979	952	1240	1080	934	1700	869	1080	989	1228
31	823	954	1550	1140	1480	1880	1320	1770	1240	1550	1030	978	952	1250	1080	929	1700	893	1080	983	1229
1	818	940	1570	1120	1500	1910	1290	1810	1230	1590	1030	973	946	1260	1080	925	1690	898	1080	977	1232
2	818	931	1600	1110	1480	1920	1270	1800	1220	1590	1040	970	941	1260	1080	920	1680	893	1080	973	1229

Рисунок 3.3 – Пример части исходных данных суточных расходов воды реки Обь – г. Колпашево

Таблица 3.2 – Гидрологическая информация по выбранным водосборам

Номер на карте	Река – Пост	F , км ²	Координаты поста		Q , м ³ /с
			широта, °	долгота, °	
1	р. Ловать – д. Сельцо	8230	56°55' 31"	30°40' 15"	51,5
2	р. Великая – д. Селихново	6350	57° 2' 40"	28° 48' 19"	45,6
3	р. Сороть – д. Осинкино	3170	57° 6' 6"	29° 14' 31"	19,1
4	р. Насва – д. Гороховье	1080	56° 30' 22"	30° 25' 49"	5,75
5	р. Печора – д. Якша	2620	61° 49' 26"	56° 50' 10"	164
6	р. Печора – с. Троицко- Печорск	35600	62° 43' 28"	56° 12' 12"	556
7	р. Печора – с. Усть-Щугор	67500	64° 15' 58"	57° 37' 3"	1090
8	р. Обь – с. Фоминское	98100	52° 26' 49"	84° 54' 12"	1184
9	р. Обь – г. Новосибирск	250000	55° 1' 14"	82° 54' 9"	1792
10	р. Обь – г. Колпашево	481000	58° 18' 29"	82° 55' 3"	3930
11	р. Енисей – г. Енисейск	1400000	58° 27' 27"	92° 9' 49"	7507
12	р. Енисей – г. Кызыл	112000	51° 43' 29"	94° 26' 13"	1045
13	р. Енисей – пос. Никитино	181000	53° 0' 54"	91° 28' 52"	1535
14	р. Лена – д. Змеиново	144000	57° 46' 44"	108° 18' 42"	1128
15	р. Лена – с. Крестовское	447000	59° 46' 21"	113° 16' 37"	4025
16	р. Лена – с. Грузновка	43500	55° 8' 45"	105° 13' 53"	187
17	р. Амур – г. Комсомольск	1730000	50° 32' 44"	137° 3' 40"	8190
18	р. Амур – г. Хабаровск	630000	48° 28' 25"	135° 2' 59"	7430
19	р. Амур – с. Богородское	1790000	52° 22' 1"	140° 25' 47"	9040

На таблице 3.2 представлена информация по станциям. Площади водосбора F , км² соответствуют средним годовым расходам воды Q , м³/с. Чем больше площадь водосбора, тем больше расход воды. Из

представленных рек, самая большая площадь водосбора у реки Амур – с. Богородское, которая составляет 1790000 км², а расход равен 9040 м³/с. Река Насва – д. Гороховье с наименьшей площадью водосбора 1080 км² и средним годовым расходом воды 5,75 м³/с.

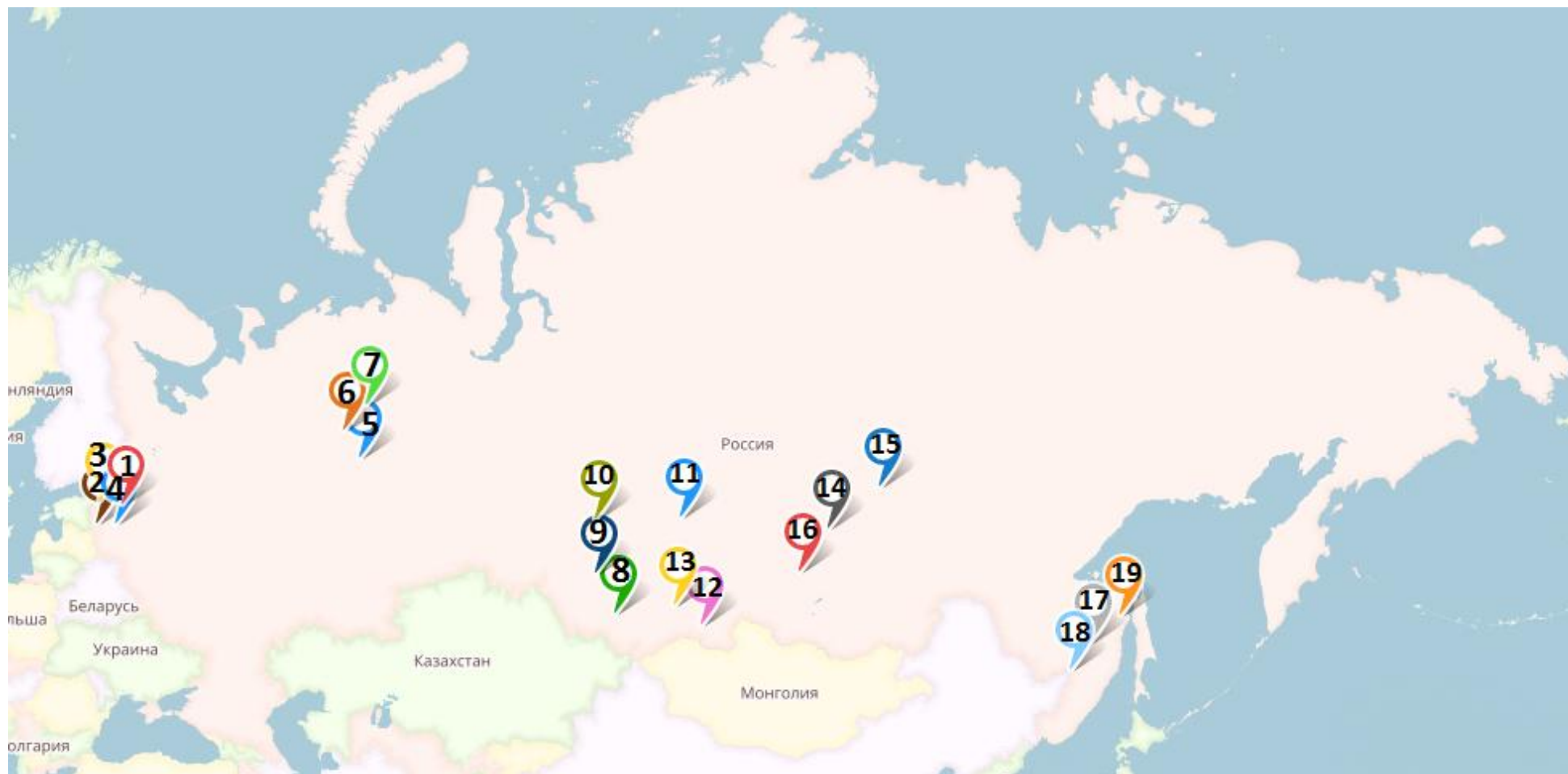
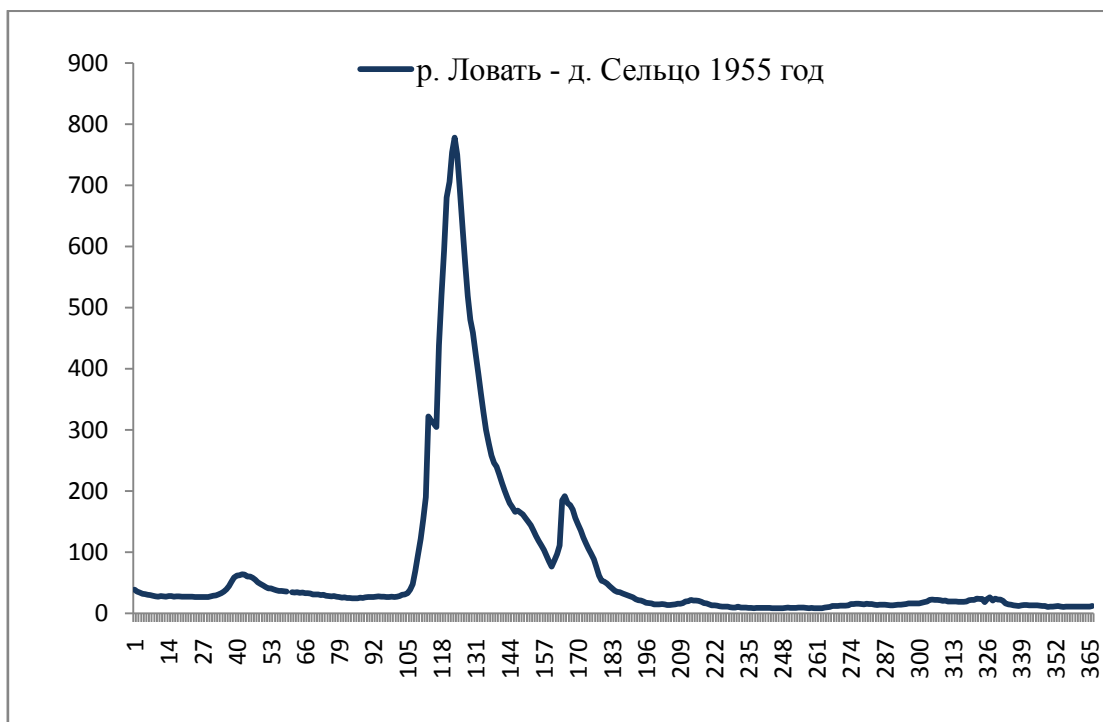


Рисунок 3.4 – Местоположение выбранных станций.

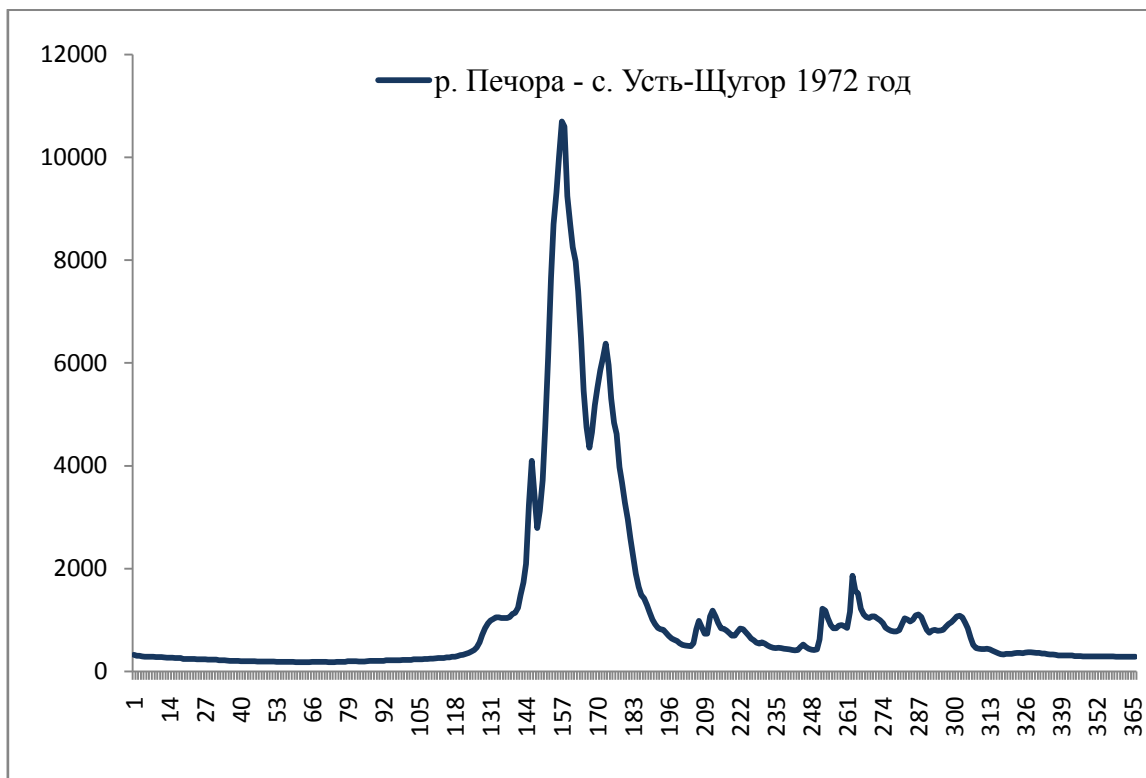
На рисунке 3.4 станции на реках располагаются в южной части России. Из рисунка видно, что станции: деревня Сельцо, деревня Селихново, деревня Осинкино, деревня Гороховье находятся близко друг другу. На реке Печора станция с. Усть-Щугор так же размещена рядом с двумя соседними станциями с. Троицко-Печорск и д. Якша. Станция г. Енисейск на реке Енисей находится намного дальше от своих соседних станций г. Кызыл и пос. Никитио. На реках Обь, Лена и Амур станции располагаются на примерно равных расстояниях друг от друга.

Гидрографы рек за отдельные годы показаны на рисунке 3.5, а пример типовых гидрографов на рисунке 3.6. Остальные гидрографы представлены на диске в приложении.

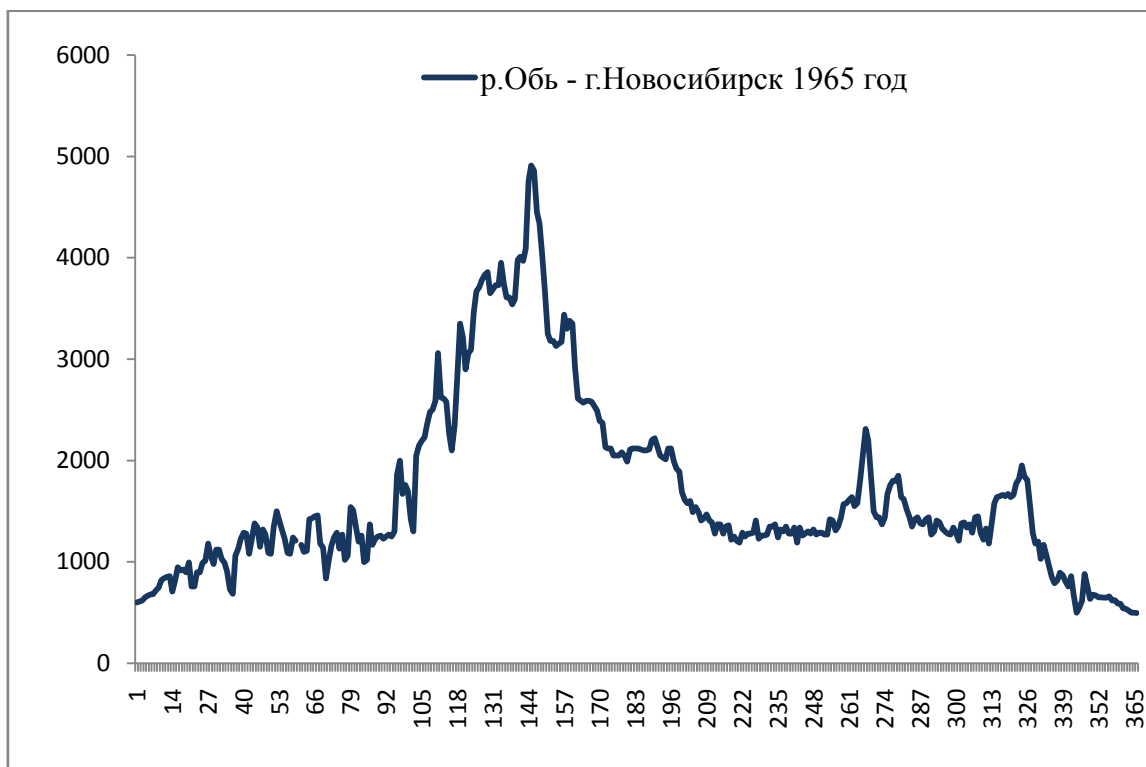
а)



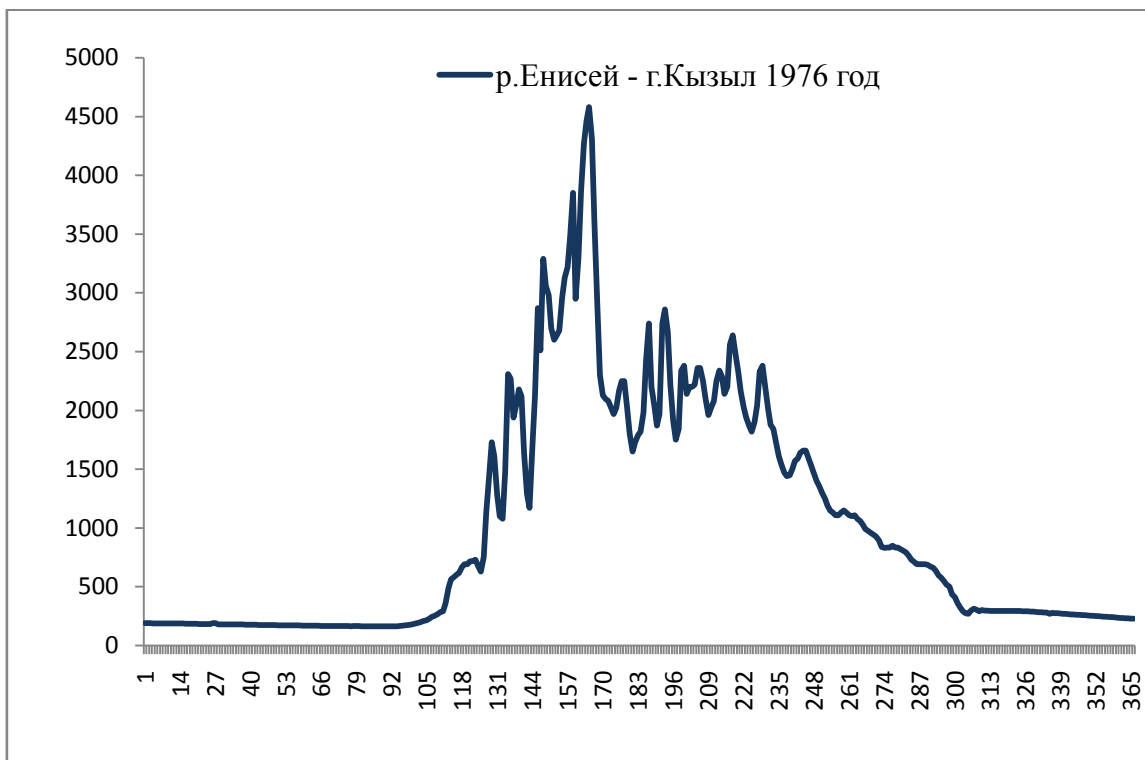
б)



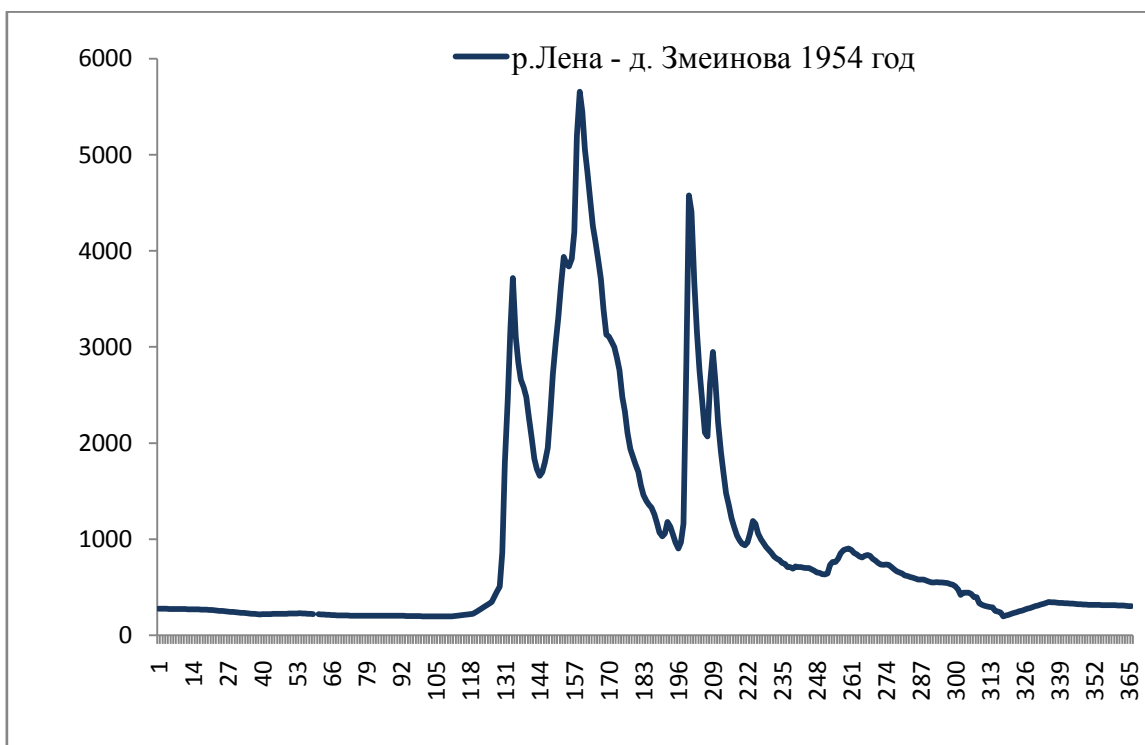
в)



з)



д)



e)

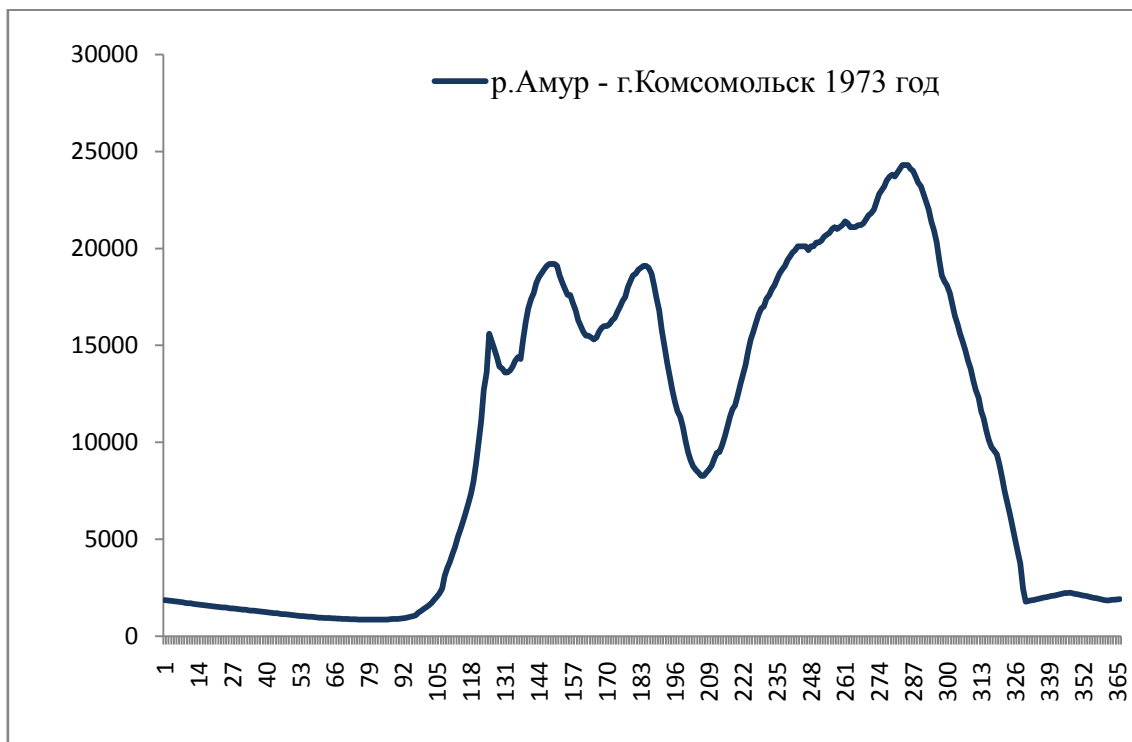
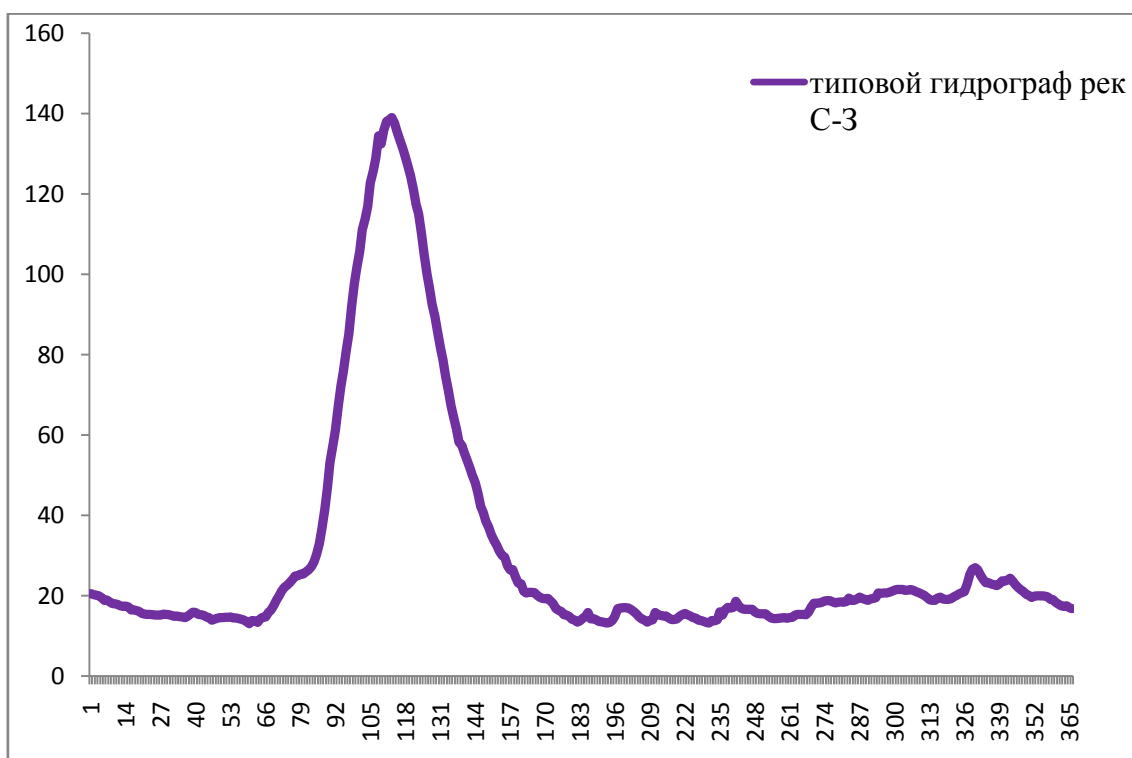
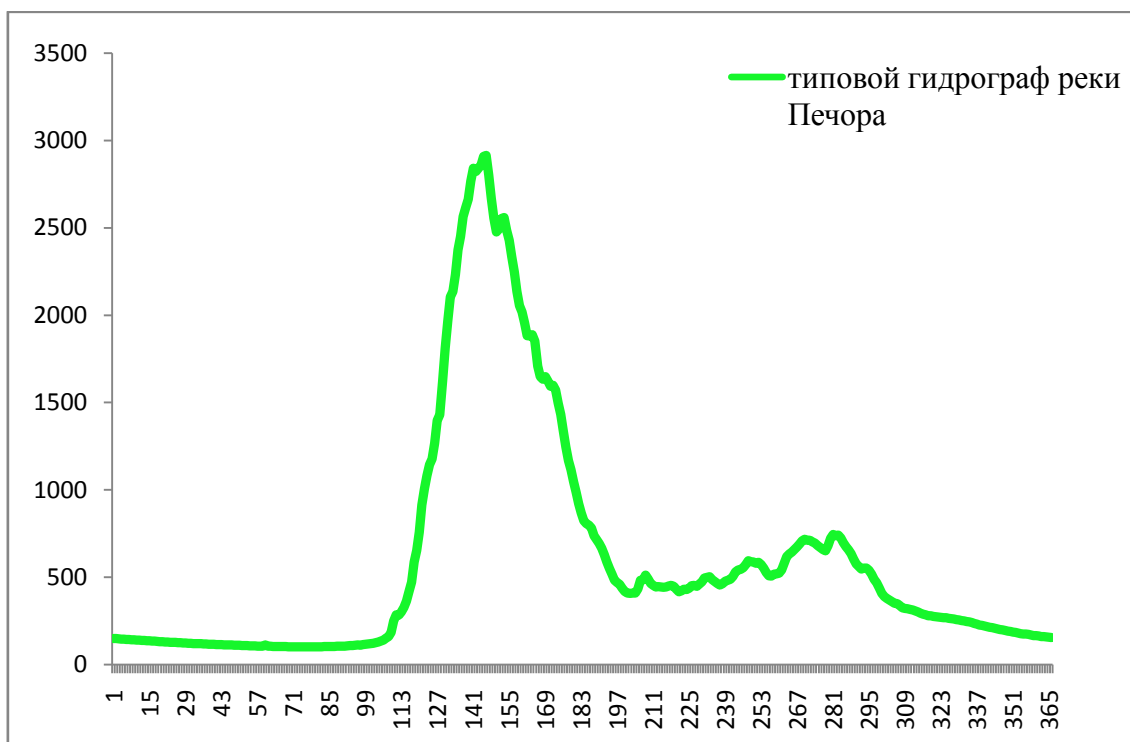


Рисунок 3.5 – Пример типовых гидрографов: а) гидрограф реки Ловать; б) гидрограф реки Печора; в) гидрограф реки Обь; г) гидрограф реки Енисей; д) гидрограф реки Лена; е) гидрограф реки Амур.

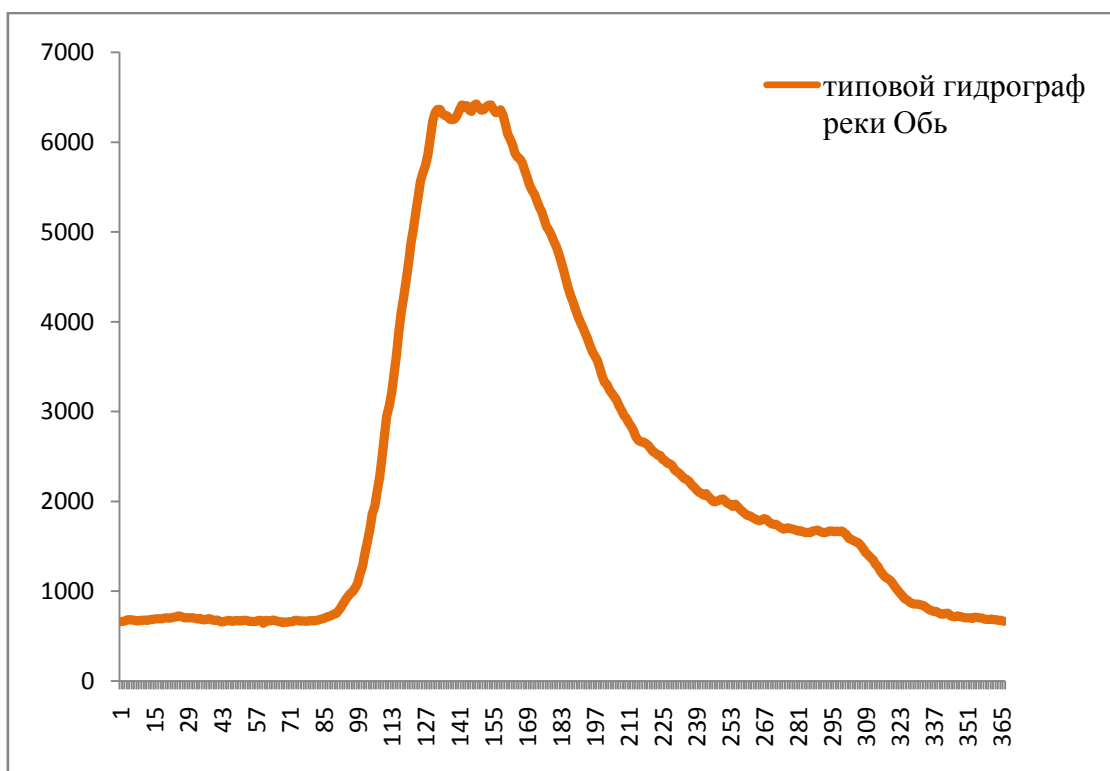
а)



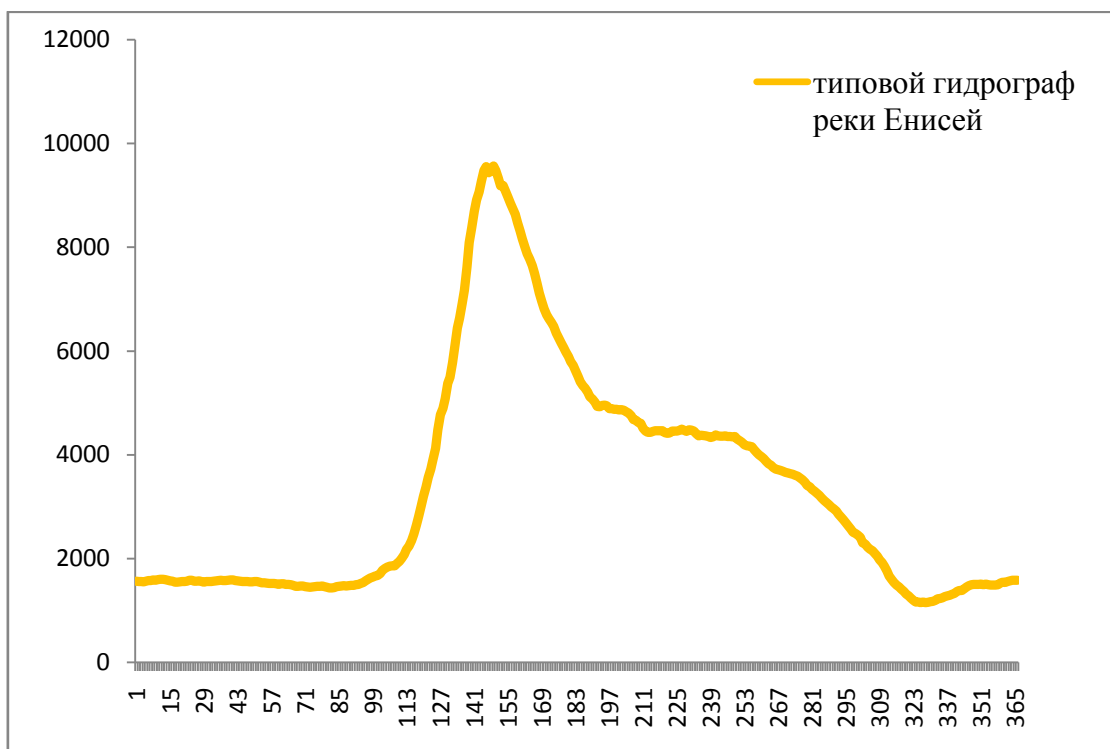
б)



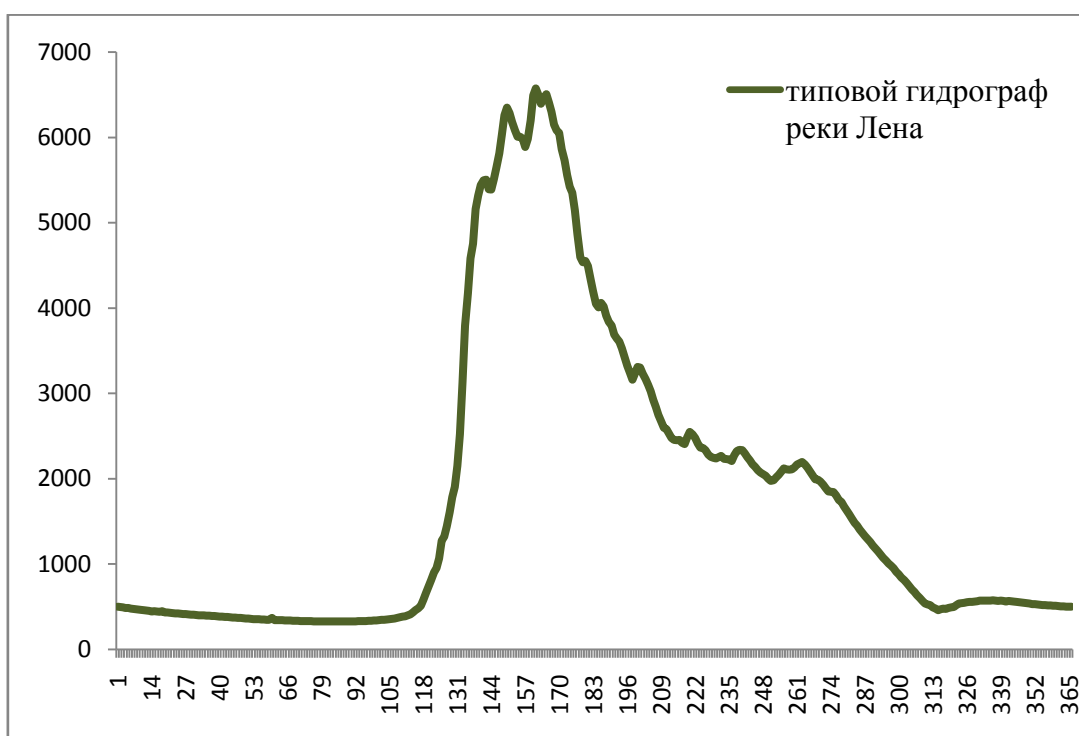
в)



з)



д)



е)

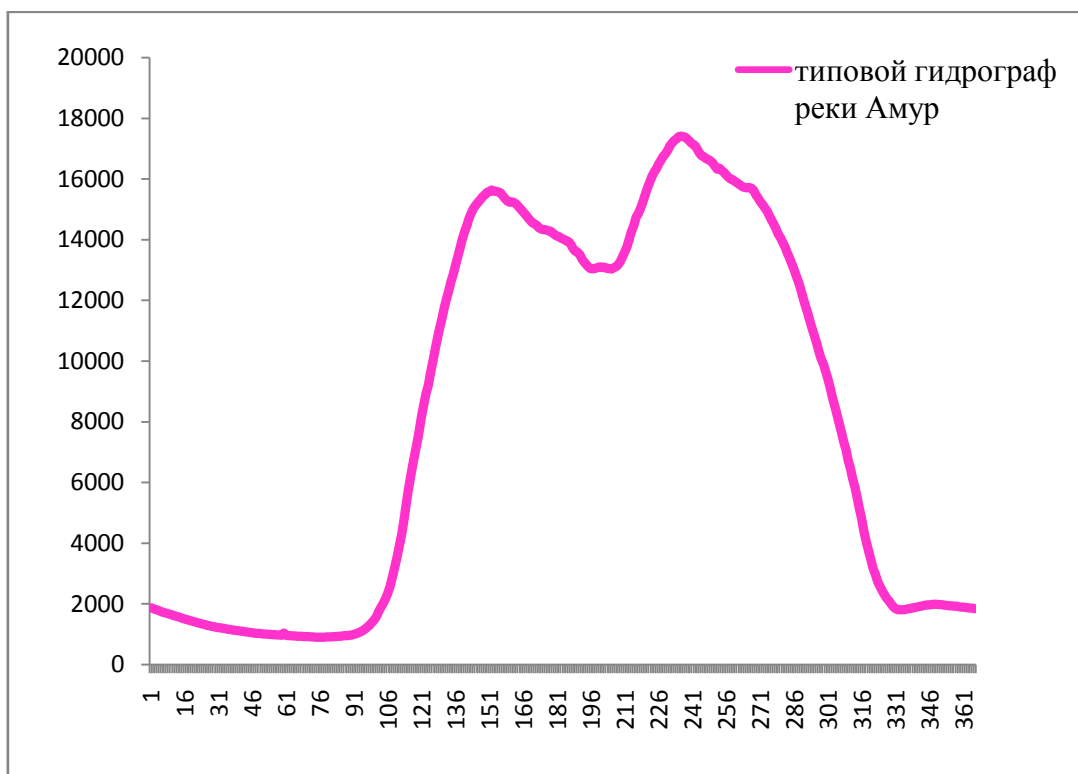


Рисунок 3.6 – Типовые гидрографы: а) рек Северо-Запада; б) реки Печора; в) реки Обь; г) реки Енисей; д) реки Лена; е) реки Амур.

Описание гидрографов.

а) Гидрограф реки Ловать. В 1955 году на станции д. Сельцо наблюдается паводок в феврале, достигший отметки $58.8 \text{ м}^3/\text{с}$. Половодье весеннее, наибольшее значение 2 апреля, равное $778 \text{ м}^3/\text{с}$. Далее возникают паводки, крупнейший отмечается 13 мая со значением $192 \text{ м}^3/\text{с}$.

б) Годовой гидрограф реки Печора. Отличительные паводки встречаются весной. 24 апреля паводок с отметкой $4100 \text{ м}^3/\text{с}$, 19 мая с отметкой $6380 \text{ м}^3/\text{с}$. Наибольшее значение весеннего половодья 5 мая, равное $10700 \text{ м}^3/\text{с}$. Далее отслеживаются летне-осенние паводки, расход воды которых не превышает $1600 \text{ м}^3/\text{с}$.

в) Гидрограф реки Обь. Просматриваются многочисленные паводки на протяжении всего года, связанные со смешанным питанием реки и с влиянием

континентального климата. Наивысшая отметка расходов воды половодья равна $4910 \text{ м}^3/\text{с}$.

з) Годовой гидрограф реки Енисей. В 1976 году с середины апреля по начало июня возникают кратковременные паводки. 12 июля наблюдается весеннее половодье с отметкой расходов $4580 \text{ м}^3/\text{с}$, а с конца июля по конец октября многочисленны паводки.

д) Гидрограф реки Лена. На станции д. Змеинова высокая отметка половодья наблюдается 7 июня и составляет $5660 \text{ м}^3/\text{с}$. Можно выделить крупнейшие паводки: 13 мая с отметкой расхода воды $3720 \text{ м}^3/\text{с}$, 17 июля отметка достигает $4580 \text{ м}^3/\text{с}$, 16 сентября расход равен $886 \text{ м}^3/\text{с}$.

е) Гидрограф реки Амур. Река отличается летними паводками от дождей, которые по всей высоте значительно превосходят половодье.

Описание типовых гидрографов.

Для получения типовых гидрографов понадобился средний годовой расход воды за 15-20 лет по каждой станции на данной реке. Затем среднегодовые расходы по трем станциям осреднялись, и по полученным данным строился типовой гидрограф.

а) Типовой гидрограф рек С-3. У рек со снеговым режимом питания наблюдается понижение расходов воды в конце февраля, затем наступает резкое повышение. Самая высокая отметка половодья достигает значения $139 \text{ м}^3/\text{с}$ 22 апреля. Плавный спад расходов воды до июня. Половодье длится 34 дня. Затем расходы стабилизируются, но есть выдающиеся паводки: 15 июля паводок достиг отметки $16,0 \text{ м}^3/\text{с}$, следующий выдающийся паводок достигает отметки $18,0 \text{ м}^3/\text{с}$ 19 августа. Еще один достиг значения $21 \text{ м}^3/\text{с}$ в период осени – 22 сентября, и последний паводок 20 ноября с отметкой $26,9 \text{ м}^3/\text{с}$

б) Типовой гидрограф реки Печора. Печора питается благодаря снегам. Здесь половодье начинается в конце весны и длится 30 дней. Отметка $2914 \text{ м}^3/\text{с}$ – самая высокая отметка у гидрографа, отмечается 25 мая. Затем расходы воды плавно понижается до значения $2476 \text{ м}^3/\text{с}$. 31 мая можно наблюдать небольшой

паводок $2600 \text{ м}^3/\text{с}$. Далее резких повышений расходов у реки нет до июля. На 26 июля переходятся один крупный паводок с отметкой $512 \text{ м}^3/\text{с}$. Интенсивное, кратковременное увеличение расходов приходится на осень. Расход воды $589 \text{ м}^3/\text{с}$ наблюдается 5 сентября, а затем 6 октября он составляет $722 \text{ м}^3/\text{с}$.

в) Типовой гидрограф реки Обь. Питание реки преимущественно снеговое. За период весенне-летнего половодья река приносит основную часть годового стока. Половодье начинается в середине апреля, самая высокая отметка расходов 23 мая и равна $6410 \text{ м}^3/\text{с}$. Половодье заканчивается в июле, летняя межень неустойчива, 24 октября возникает дождевой паводок с отметкой $1660 \text{ м}^3/\text{с}$. В среднем река находится подо льдом от 175 до 210 дней в году, это зависит от того, насколько сурова зима.

г) Типовой гидрограф реки Енисей. Енисей относится к типу рек смешанного питания, но с огромной долей преобладания снегового. Замерзание Енисея начинается осенью, в начале октября. Для Енисея существенны интенсивное образование внутриводного льда, осенний ледоход. Для большей части Енисея характерно растянутое весеннее половодье и летние паводки. Половодье на Енисее начинается 20 апреля, наибольшее значение расхода воды наблюдается 27 мая и составляет $9477 \text{ м}^3/\text{с}$.

д) Типовой гидрограф реки Лена. Река относится к типу рек смешанного питания. Для реки Лена типичен более длительный, растянутый период спада половодья, что связано с условиями его формирования, а также большей интенсивностью летне-осенних паводков. Половодье возникает 28 апреля и длится до 13 июля. Отметка, характеризующая наибольший расход воды равна $6573 \text{ м}^3/\text{с}$ и наблюдается 9 июня. Незначительные паводки, которые видны на типовом гидрографе реки Печора возникают в августе. Первый, со значением расхода $2548 \text{ м}^3/\text{с}$ возникает 7 августа, последующий 24 августа $2273 \text{ м}^3/\text{с}$. 11 сентября тоже можно выделить незначительное повышение расходов воды до отметки $2084 \text{ м}^3/\text{с}$. Затем наблюдается постепенное понижение расходов до 7 ноября, и в декабре расходы уже не превышают значения $561 \text{ м}^3/\text{с}$.

е) Типовой гидрограф реки Амур. Река с дождевым режимом питания характеризуется слабо выраженным весенним половодьем, наибольшее значение расходов наблюдается 29 мая и составляет $15413 \text{ м}^3/\text{с}$, и высокими летними паводками, следующими друг за другом из-за дождей и создающими очень высокое летнее половодье. Летние паводки от дождей по своей высоте значительно превосходят весеннее половодье. Наиболее значительный паводок проходит в августе и достигает отметки $17319 \text{ м}^3/\text{с}$ [19].

4 Результаты определения фрактальных размерностей гидрографов рек и их анализ

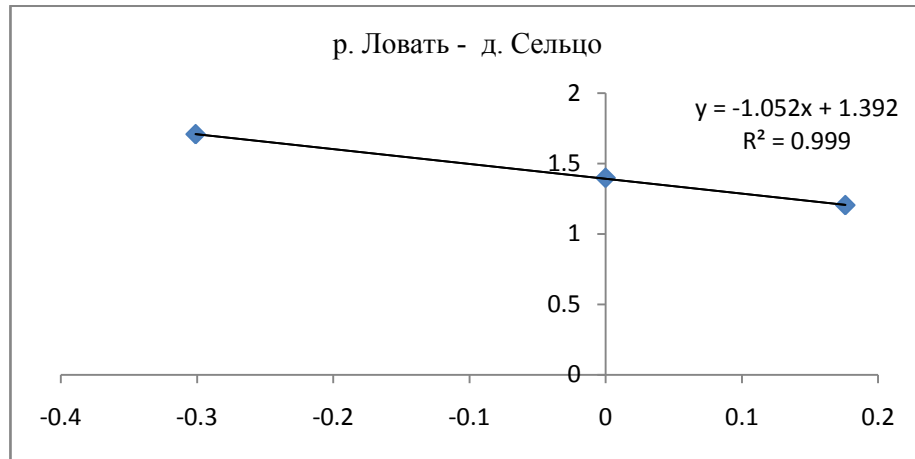
Ниже приведены таблицы с результатами определения фрактальных размерностей различными методами и линейные зависимости между $lg N$ и $lg \delta$ и зависимости между $lg N$ и $lg x$. Таблица 4.1 представляет фрактальные размерности некоторых годовых гидрографов методом подсчета клеток. На рисунке 4.1 показана линейная зависимость между $lg N$ и $lg \delta$ (см. формулу 2). В таблице 4.2 продемонстрированы фрактальные размерности типовых гидрографов методом подсчета клеток. На рисунке 4.2 можно наблюдать линейную зависимость между $lg N$ и $lg \delta$ (см. формулу 4). Таблица 4.3 представляет определение фрактальных размерностей типовых гидрографов методом измерения раствором циркуля. Рисунок 4.3 показывает распределение фрактальных размерностей типовых гидрографов по территории России. На рисунке 4.4 просматривается линейная зависимость между $lg N$ и $lg x$.

Таблица 4.1 – Пример фрактальных размерностей годовых гидрографов

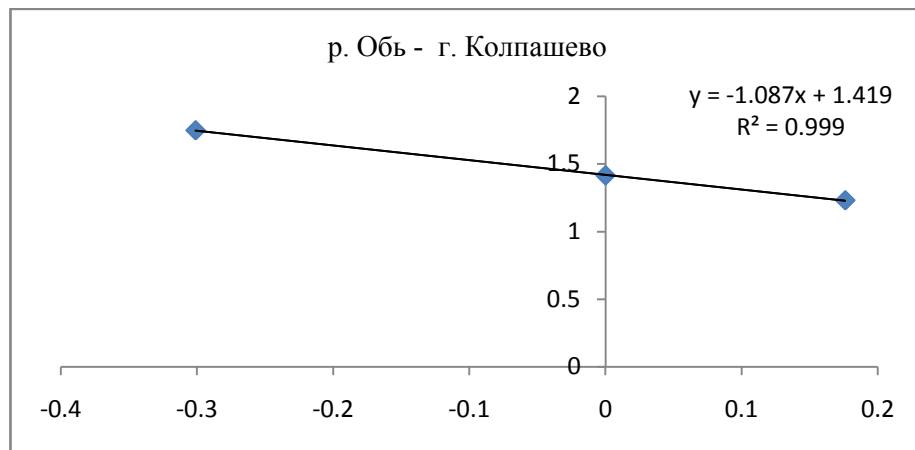
Номер на карте	Река – Пункт	Год	Размер клетки δ	Число клеток N	Фрактальная размерность D
1	р. Ловать – д. Сельцо	1955	1,5	13	1,14
			1,0	22	
			0,5	46	
3	р. Сорочь – д. Осинкино	1963	1,5	12	1,27
			1,0	23	
			0,5	50	
5	р. Печора – с. Усть-Щугор	1972	1,5	12	1,27
			1,0	21	
			0,5	49	

Номер на карте	Река – Пункт	Год	Размер клетки δ	Число клеток N	Фрактальная размерность D
6	р. Печора – с. Троицко- Печорск	1975	1,5	12	1,30
			1,0	25	
			0,5	52	
9	р. Обь – г. Новосибирск	1965	1,5	17	1,17
			1,0	28	
			0,5	62	
10	р. Обь – г. Колпашево	1967	1,5	16	1,05
			1,0	24	
			0,5	51	
12	р. Енисей – г. Кызыл	1976	1,5	16	1,26
			1,0	27	
			0,5	64	
13	р. Енисей – пос. Никитино	1970	1,5	15	1,17
			1,0	26	
			0,5	55	
14	р. Лена – д. Змеиново	1954	1,5	16	1,23
			1,0	26	
			0,5	62	
15	р. Лена – с. Крестовское	1962	1,5	14	1,22
			1,0	24	
			0,5	54	
17	р. Амур – г. Комсомольск	1973	1,5	16	1,21
			1,0	29	
			0,5	62	
18	р. Амур – г. Хабаровск	1978	1,5	20	1,04
			1,0	27	
			0,5	62	

a)



б)



в)

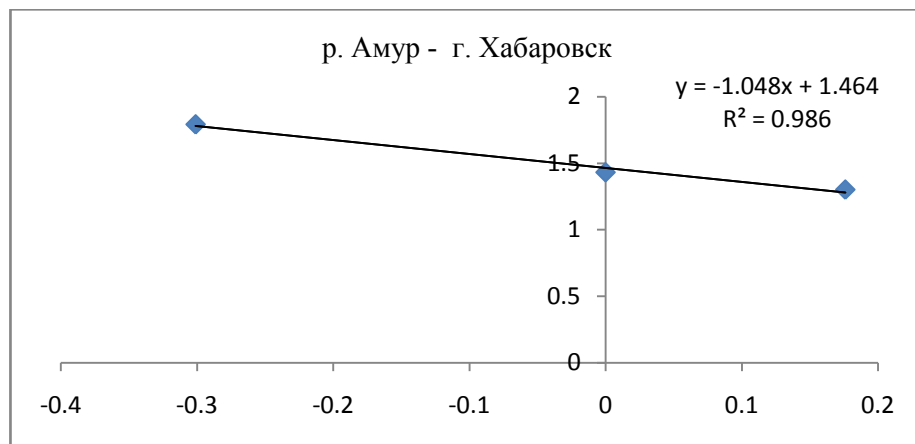
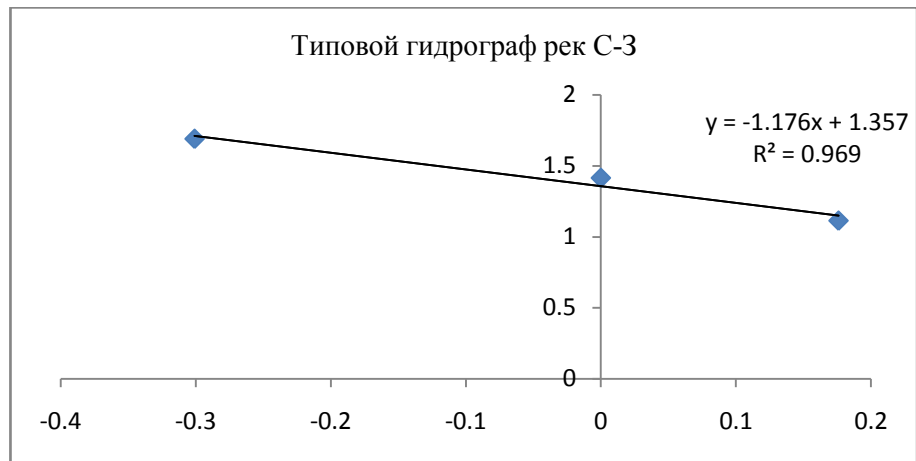


Рисунок 4.1 – Линейная зависимость между $\lg N$ и $\lg \delta$: а) река Ловать; б) река Обь; в) река Амур.

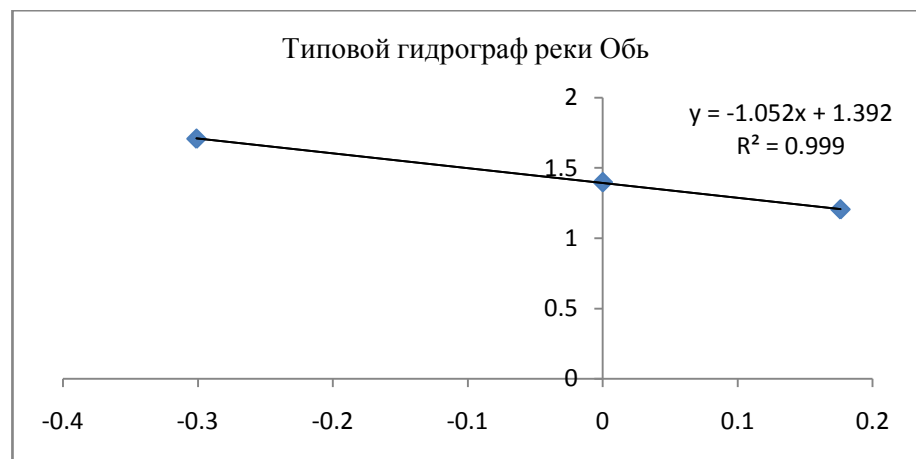
Таблица 4.2 – Фрактальные размерности типовых гидрографов методом подсчета клеток

Река	Размер клетки δ , см	Число клеток N	Фрактальная размерность D
Типовой гидрограф рек С-3	1,5	13	1,17
	1,0	26	
	0,5	49	
Типовой гидрограф реки Печора	1,5	15	1,11
	1,0	24	
	0,5	51	
Типовой гидрограф реки Обь	1,5	16	1,05
	1,0	25	
	0,5	51	
Типовой гидрограф реки Енисей	1,5	14	1,09
	1,0	23	
	0,5	47	
Типовой гидрограф реки Лена	1,5	14	1,17
	1,0	24	
	0,5	51	
Типовой гидрограф реки Амур	1,5	17	1,08
	1,0	26	
	0,5	56	

а)



б)



в)

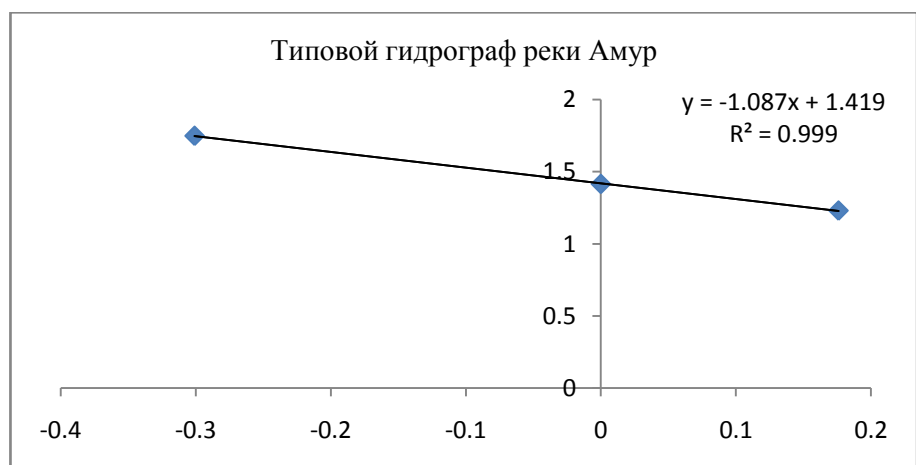


Рисунок 4.2 – Линейная зависимость между $\lg N$ и $\lg \delta$: а) типовой гидрограф рек С-3; б) типовой гидрограф реки Обь; в) типовой гидрограф реки Амур.

В таблицах 4.1 и 4.2 представлены примеры фрактальной размерности годовых гидрографов за отдельные годы и типовые гидрографы, измеренные способом подсчета клеток. Наибольшая фрактальная размерность у годовых гидрографов рек Сороть – д. Осинкино и Печора – с.Усть-Щугор составляет 1,17, наименьшая фрактальная размерность у гидрографов реки Амур – г.Хабаровск, равная 1,04. У типовых гидрографов рек северо-запада и реки Лена наибольшая фрактальная размерность, равная 1,17, наименьшая у типового гидрографа реки Обь 1,05.



Рисунок 4.3 – Распределение фрактальных размерностей типовых гидрографов по территории России.

На рисунке 4.3 рядом со станциями на каждой реке отмечены значения фрактальной размерности. При ее вычислении разными методами, возникает погрешность. Исследуемая линия с определенной толщиной может пересекать малые площади сразу нескольких клеток, или может идти ровно с границами линий расчерченной сетки. При масштабе $\delta = 1$ см ,погрешность между станциями будет 0,01.

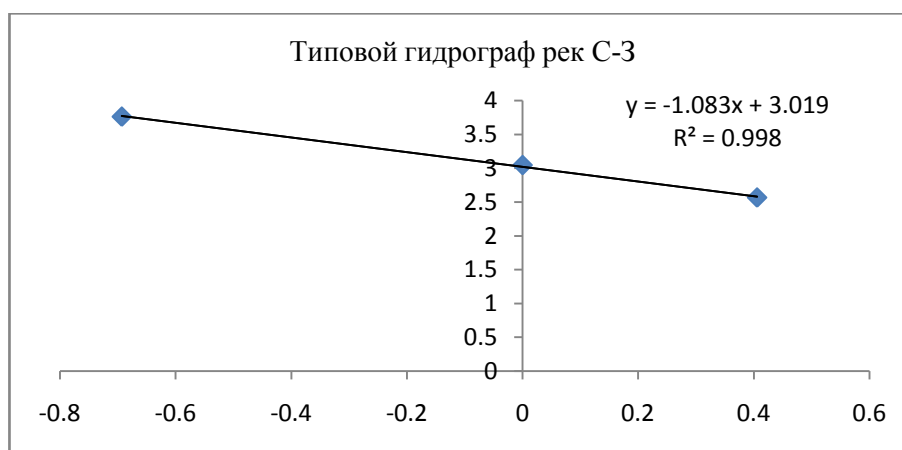
Таблица 4.3 – Определение фрактальных размерностей типовых гидрографов методом измерения раствором циркуля

Река	Длина раствора циркуля x , см	Число растворов N	Фрактальная размерность D
Типовой гидрограф рек С-3	1,5	13	1,08
	1,0	21	
	0,5	43	
Типовой гидрограф реки Печора	1,5	13	1,05
	1,0	18	
	0,5	40	
Типовой гидрограф реки Обь	1,5	12	1,01
	1,0	19	
	0,5	37	
Типовой гидрограф реки Енисей	1,5	13	1,09
	1,0	19	
	0,5	43	
Типовой гидрограф реки Лена	1,5	12	1,06
	1,0	17	
	0,5	38	
Типовой гидрограф реки Амур	1,5	12	1,07
	1,0	21	
	0,5	40	

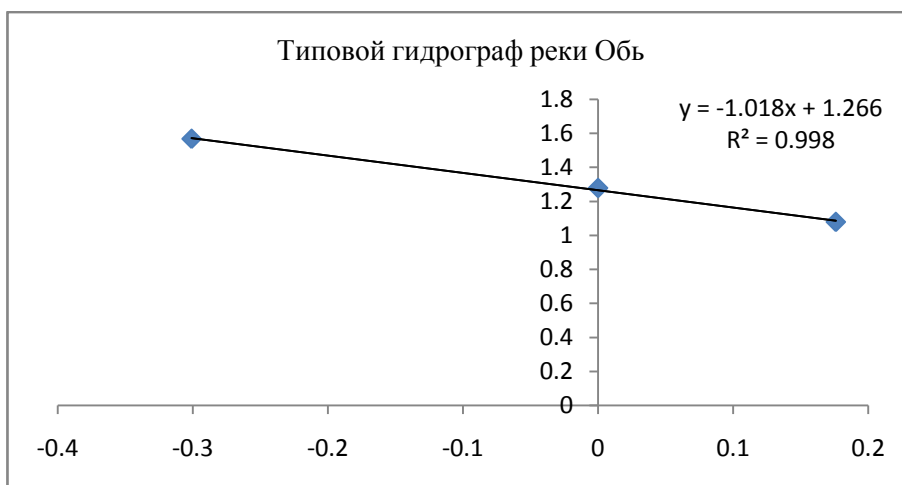
В таблице 4.3 представлены значения фрактальной размерности типовых гидрографов измеренные вторым методом. Наибольшая фрактальная размерность равна 1,09 у типового гидрографа реки Енисей, наименьшая у типового гидрографа реки Обь, составляет 1,01.

Сравнивая фрактальную размерность рек типовых гидрографов с различными режимами питания по двум методам, можно сделать вывод о том, что результаты схожи, методы использовались различные, но масштаб и линии исследования одни и те же. Есть отличия между значениями, но они незначительные. Полученная размерность вторым методом меньше, чем размерность, измеренная клеточным способом.

а)



б)



в)

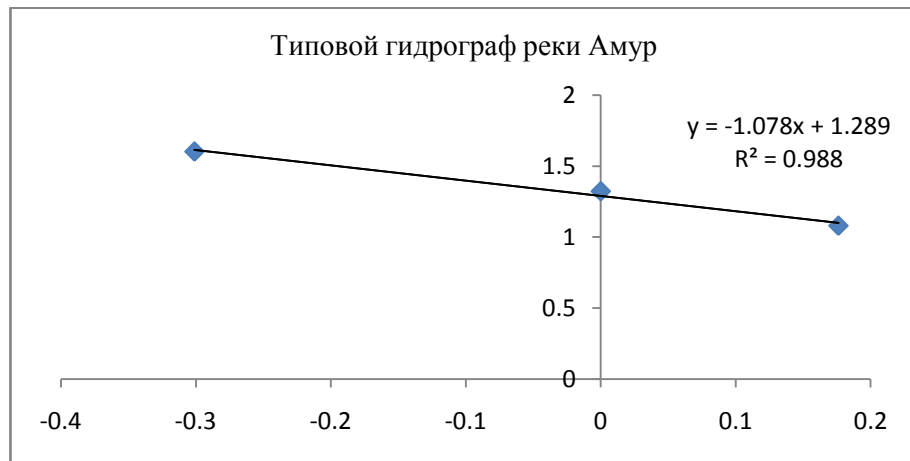


Рисунок 4.4 – Линейная зависимость между $\lg N$ и $\lg б$: а) типовой гидрограф рек С-З; б) типовой гидрограф реки Обь; в) типовой гидрограф реки Амур.

Заключение

В работе был проведен анализ фракталов с математической точки зрения, а так же были разобраны методы вычисления фрактальной размерности гидрографов речного стока клеточным способом и способом измерения размерности с помощью циркуля.

За основу вычисления фрактальной размерности взят клеточный способ, расчет с использованием раствора циркуля выполнялся для сравнения полученных значений с предыдущим способом. Результаты, полученные в ходе исследования, могут применяться в практических целях для описания сложных форм поверхности природных объектов и, вероятно, для прогнозирования их поведения.

В ходе выполнения исследования были получены следующие результаты.

а) Вычислены значения фрактальной размерности годовых гидрографов речного стока методом подсчета клеток, а так же значения типовых гидрографов клеточным способом и способом измерения размерности при помощи обхода линии циркулем.

б) Проведена сравнительная характеристика расчетных значений, полученных в ходе работы. Для типового гидрографа рек Северо-Запада фрактальная размерность равна 1,17 методом подсчета клеток и 1,08 измерением циркулем, разница составляет 0,09. Значения типового гидрографа реки Печора меньше, чем у предыдущего гидрографа: 1,11 – первым методом и вторым – 1,05 с разностью между ними 0,06. Типовой гидрограф реки Обь имеет значение равные 1,05 и 1,01, с разницей между ними 0,04, которая гораздо меньше, чем у гидрографа рек Северо-Запада. Река Енисей по двум методам имеет одинаковую фрактальную размерность, равную 1,09. У гидрографа реки Лена размерность составляет 1,17 первым клеточным способом измерения и 1,06 вторым. И, наконец, река Амур, измерения которой по двум методам схожи и составляют 1,08 и 1,07.

Таким образом, сравнивая размерности типовых гидрографов речного стока с различным режимом питания рек, наибольшие значения имеют типовой гидрограф рек Северо-Запада и типовой гидрограф реки Лена. Это объясняется тем, что эти реки имеют более изогнутую, изломанную форму русла, а гидрографы рек, у которых наименьшее значение фрактальной размерности, в реальности менее изогнуты и искривлены.

Наиболее схожи результаты получились у гидрографов рек, таких как Енисей и Амур. Значения по методу подсчета клеток соответствуют значениям измерения размерности с помощью циркуля. Большую разницу между значениями способов некоторых типовых гидрографов, можно оправдать погрешностью, которая возникает при подсчете количества клеток, через которые проходит исследуемая для расчета линия, и при подсчете количества шагов раствора циркуля по этой же линии.

Так же у гидрографов со снеговым режимом питания рек фрактальная размерность больше, чем у гидрографов рек с дождевым питанием.

Список использованных источников

- 1 Балханов, В. К. Основы фрактальной геометрии фрактального исчисления [Текст] / В. К. Балханов. – Улан-Удэ: ИБГ, 2013. – 500 с.
- 2 Федер, Е. М. Фракталы [Текст] / Е. М. Федер – Москва: Мир, 1991. – 262 с.
- 3 Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы Институт компьютерных исследований [Текст] / Б. Мандельброт – Москва: ИКИ, 2002. – 656 с.
- 4 Зельдович, Я. Б., Соколов, Д. Д. Фракталы, подобие [Текст] / Я. Б. Зельдович. – УФН, № 14, Вып. 3, 1985. – С. 493–506.
- 5 Вишик, М. И. Фрактальная размерность множеств [Текст] / М. И. Вишик. – Соросовский образовательный журнал, № 1, 1998. – С. 122–127.
- 6 Гайдукова, Е. В., Громова, М. Н. Фрактальная диагностика летне-осеннего минимального стока России [Текст] / Е. В. Гайдукова. – СПб: РГГМУ, №21, 2011.– С. 20–24.
- 7 Никора, В. И. Фрактальные свойства некоторых гидрологических объектов [Текст] / В. И. Никора. – Кишинев, 1988. – 200 с.
- 8 Популярно о фракталах: многообразие фракталов и их классификация [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://novainfo.ru/article/3951>. – г. Грязовец: ИВГ. № 38–1, 2015. – С. 5–8. (Дата обращения: 04.06.17).
- 9 Деменок, С. Л. Фрактал: между мифом и ремеслом [Текст] / С. Л. Деменюк. – СПб: ООО «Ринвал», 2011. – 296 с.
- 10 Иванов, С. С. Оценка фрактальной размерности множеств: метод встречного масштабирования [Текст] / С. С. Иванов // Доклады Академии Наук, № 1, 1993. – С. 89–92.
- 11 Районирование территории России по типам питания рек [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://wonderful-planet.ru>. – Москва: ПланетаРу, 2013. (Дата обращения: 15.04.17).
- 12 Гидрологический ежегодник, том 7, выпуск 0,1,5-8. Бассейн Карского моря (восточная часть). – Ленинград: ГИМИЗ, 1959. – 225с.

- 13 Гидрологический ежегодник, том 0, выпуск 4,8,9. Бассейн р. Вычегда р. Печора, бассейны р. Печора и рек к востоку от р. Печора до границы бассейнов Баренцева и Карского морей. – Архангельск, 1977. –147с.
- 14 Гидрологический ежегодник, том 8, выпуск 0-7. Бассейны морей Лаптевых, Восточно- Сибирского до р. Колыма, и Чукотского. – Ленинград: ГИМИЗ,1960. – 336с.
- 15 Гидрологический ежегодник, том 9, выпуск 0-5. Бассейн Тихого океана. Бассейн р. Амур. – Ленинград: ГИМИЗ,1964. – 215с.
- 16 Гидрологический ежегодник, том 1, выпуск 0-3. Бассейн Финского и Рижского заливов от государственной границы с Финляндией до северного водораздела р. Салаца. – Обнинск,1978. – 263с.
- 17 Гидрологический ежегодник, том 6, выпуск 0-3. Бассейн Карского моря (западная часть). – Ленинград: ГИМИЗ,1961. – 300с.
- 18 Чеботарев, А. И. Общая гидрология (воды суши) [Текст] / А. И. Чеботарев. – Ленинград: ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ., 1975. –315с
- 19 Иванюк, Г. Ю. Физика Земли [Текст] / Г. Ю. Иванюк. – № 3, 1997.– 21с.