МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет заочного обучения

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по дисциплине

«МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ»

Направление: Прикладная гидрометеорология – 280400
Профиль: Прикладная гидрология

Курс IV

Санкт-Петербург
2012

Одобрено научно-методической комиссией
гидрологического факультета РГГМУ

УДК 556.48

Методические указания по дисциплине «Методы статистической обработки и анализа гидрометеорологических наблюдений». – СПб.: изд. РГГМУ, 2012. – 40 с.

Методические указания составлены в соответствии с программой дисциплины «Методы статистической обработки и анализа гидрометеорологических наблюдений». Даются рекомендации по освоению теоретической части курса и выполнению контрольных работ.

Составители: Сикан А.В., доц., РГГМУ
Малышева Н.Г., РГГМУ

Ответственный редактор: Владимиров А.М. проф., РГГМУ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Основной задачей дисциплины «Методы статистической обработки и анализа гидрометеорологических наблюдений» является ознакомление студентов с методами обработки и анализа гидрометеорологической информации, используемых в российской и мировой гидрологической практике. В процессе изучения дисциплины студенты должны освоить теоретический материал и практические приемы статистической обработки данных гидрометеорологических наблюдений.

Изучив дисциплину, студенты должны уметь решать широкий круг инженерных задач, возникающих при проведении водохозяйственных и гидроэнергетических расчетов, при гидротехническом и дорожном проектировании, при составлении гидрологических прогнозов и т. д.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Студенты-заочники самостоятельно прорабатывают теоретическую часть курса согласно программе и выполняют две контрольные работы. В период экзаменационной сессии студенты слушают лекции по ключевым вопросам дисциплины.

К экзамену по дисциплине студенты допускаются только после получения зачета по всем контрольным работам, присланным в ФЗО в установленный срок.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. *Сикан А.В.* Методы статистической обработки гидрометеорологической информации. – СПб.: изд. РГГМУ, 2007.–279 с.

Дополнительная

2. Методические рекомендации по оценке однородности гидрологических характеристик и определению их расчетных значений по неоднородным данным. – СПб: Нестор-История. 2010.–162 с.
3. Рождественский А.В., Чеботарев А.И. Статистические методы в гидрологии. – Л.: Гидрометеоиздат, 1974. – 424 с.
4. Свод правил СП 33-101-2003. Определение основных расчетных гидрологических характеристик. – М.: Стройиздат, 2004. – 72 с.

УКАЗАНИЯ ПО РАЗДЕЛАМ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КУРСА

Введение

Вводная часть ставит своей целью познакомить студентов с задачами дисциплины.

Необходимо разобраться, почему такие гидрологические характеристики как расход воды (среднегодовой, максимальный, минимальный), слой стока за половодье или паводок, сроки замерзания и вскрытия водоемов могут рассматриваться как *случайная величина*, а для их определения используются методы математической статистики и теории вероятностей.

Следует ознакомиться с историей развития и применения вероятностных методов в российской и мировой гидрологической практике.

Вопросы для самопроверки

1. Обоснуйте необходимость применения методов математической статистики и теории вероятностей в практике гидрологических расчетов.
2. Назовите работы, ставшие основополагающими в развитии стохастической гидрологии.

1. Некоторые сведения из теории вероятностей

В этом разделе приводятся сведения из теории вероятностей, необходимые для дальнейшего изучения дисциплины.

После изучения материала, изложенного в разделе студенты должны четко представлять – в чем различие между *детерминированной* и *случайной* величинами, знать определение *случайной величины*, понимать, в чем отличие дискретной и непрерывной *случайных величин*.

Следует обратить особое внимание на то, что исчерпывающей характеристикой любой случайной величины является закон распределения, который аналитически может выражаться в виде интегральной или дифференциальной функций распределения.

Необходимо знать определения интегральной функции распределения, дифференциальной функции распределения и функции обеспеченностей.

Студенты должны иметь четкое представление о том, вероятность чего характеризуют интегральная функция распределения и функция обеспеченностей и как эти две функции связаны между собой.

Нужно знать, что основные свойства случайной величины могут быть описаны с помощью нескольких числовых характеристик *(параметров распределения)*. При этом следует обратить внимание на то, что в гидрологической практике наиболее часто используются следующие из них: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации и коэффициент асимметрии. Необходимо знать определения этих характеристик, и как они связаны со статистическими моментами случайной величины.

Иногда в практике гидрологических расчетов вместо случайной величины X удобнее использовать другую случайную величину Y, полученную из X на основе элементарных преобразований. Наиболее часто производится переход от исходной величины к *модульным коэффициентам* и к *стандартной нормированной величине.* Необходимо знать – как выполняются эти процедуры.

Вопросы для самопроверки

1. Что называется случайной величиной и как эта модель используется в практике гидрологических расчетов?
2. Приведите определения интегральной функции распределения, функции обеспеченностей и функции плотности вероятности.
3. Как связаны между собой интегральная функция распределения и функция обеспеченностей? Вероятность чего характеризует каждая из этих функций?
4. Перечислите основные числовые характеристики случайной величины и дайте их определения.
5. Что такое модульный коэффициент?
6. Что такое стандартная нормированная случайная величина? Как изменится среднее значение и дисперсия, если провести нормировку ряда?
7. Что такое квантиль распределения?

2. Аналитические функции распределения, используемые в гидрологии

Целью изучения этого раздела является знакомство с наиболее часто применяемыми в гидрологической практике аналитическими кривыми обеспеченностей.

Следует обратить особое внимание на такие типы распределения как *нормальное*; *логнормальное*; *Гумбеля*; *Пирсона III типа*; *Крицкого-Менкеля*. Необходимо знать основные характеристики этих кривых обеспеченностей (количество параметров, область изменения аргумента, степень асимметричности), иметь представление о достоинствах и недостатках каждой из этих кривых.

Студенты должны знать, что представляют собой клетчатка вероятностей, для чего она используется. Особое внимание следует обратить на клетчатку вероятностей, спрямляющую нормальный закон распределения (клетчатка с умеренной асимметричностью).

Вопросы для самопроверки

1. Для чего в практике гидрологических расчетов используются аналитические кривые обеспеченностей?
2. Назовите 4-5 аналитических кривых обеспеченностей используемых в гидрологии. Какие параметры распределения необходимо знать для построения каждой из этих кривых?
3. Как различаются по структуре таблицы координат аналитических кривых обеспеченностей Пирсона III типа и Крицкого-Менкеля?

3. Построение кривых обеспеченностей и оценка параметров по эмпирическим данным

При решении многих практических задач функция распределения случайной величины не может быть определена теоретическим путем. В таких случаях используются результаты наблюдений за случайной величиной, позволяющие (при достаточном их числе и надлежащей обработке) определить с известной степенью достоверности вид функции распределения и оценить ее числовые характеристики. Для решения такого рода задач используются методы математической статистики.

При изучении данного раздела студенты знакомятся с такими фундаментальными понятиями математической статистики как *генеральная совокупность, выборка, статистические оценки* числовых характеристик.

Необходимо знать, что такое *статистические оценки* числовых характеристик, какие требования к ним предъявляются, изучить методы их расчета. Особое внимание следует обратить на *метод моментов* и *метод наибольшего правдоподобия*.

Следует проанализировать формулы расчета погрешностей выборочных параметров распределения, разобраться – что влияет на величину этих погрешностей.

Студенты должны освоить технику построения эмпирических кривых обеспеченностей. Знать формулу для расчета эмпирической обеспеченности.

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определения генеральной совокупности и выборки. Что называют объемом выборки?
2. В чем отличие истинных числовых характеристик случайной величины и числовых характеристик, рассчитанных по выборке?
3. Какие требования предъявляются к оценкам числовых характеристик?
4. От чего зависит погрешность расчета числовых характеристик?
5. Перечислите методы расчета оценок числовых характеристик? Каковы их достоинства и недостатки?
6. Как производится расчет оценок числовых характеристик методом моментов?
7. Какой метод рекомендуется нормативными документами в качестве основного для расчета оценок параметров распределения гидрологических рядов?
8. Как рассчитать и построить эмпирическую кривую обеспеченностей?

4. Интервальное оценивание параметров и проверка статистических гипотез

Изучение раздела необходимо начать с рассмотрения трех теорем математической статистики, суть которых заключается в определении закона распределения случайной величины, являющейся функцией других случайных величин.

Студенты должны получить представление о таких теоретических распределениях, как распределение χ^2 (хи-квадрат), t-распределение (Стьюдента), F -распределение (Фишера). Указанные распределения наряду с нормальным распределением широко используются при построении интервальных оценок.

Необходимо разобраться, что такое *интервальная оценка* параметров распределения, в чем ее отличие от точечной оценки. Студенты должны уметь построить интервальную оценку математического ожидания, дисперсии и среднеквадратического отклонения.

В разделе вводятся понятия *статистической гипотезы*, *нулевой гипотезы* и *альтернативной гипотезы*. Для проверки гипотез используются специальные тесты, называемые *критериями*. Иными словами, критерий – это правило, позволяющее принять или отвергнуть гипотезу. Здесь необходимо обратить особое внимание на такие понятия, как *доверительный интервал* (область принятия гипотезы), *критическая* *область* (область опровержения гипотезы), *доверительная вероятность* и *уровень значимости*.

Студенты должны знать для чего в гидрологической практике используются критерии *случайности*, критерии *однородности* и критерии *согласия*. А так же чем отличаются параметрические и непараметрические критерии.

Особое внимание следует обратить на проверку однородности гидрологических рядов. Необходимо уметь пользоваться такими параметрическими критериями как *критерий Стьюдента* (для проверки значимости различия средних значений двух выборок) и *критерий Фишера* (для проверки значимости различия дисперсий двух выборок).

Вопросы для самопроверки

1. Что называют интервальной оценкой параметра распределения?
2. Что такое статистическая гипотеза? Для чего и как формулируются нулевая и альтернативная гипотезы?
3. Что такое доверительный интервал, критическая область, доверительная вероятность, уровень значимости?
4. Как проводится проверка однородности гидрологического ряда с использованием критерия Стьюдента?
5. Как проводится проверка однородности гидрологического ряда с использованием критерия Фишера?

5. Статистический анализ зависимости между гидрологическими переменными

При чтении этого раздела необходимо уяснить: в чем различие функциональных и стохастических связей и почему при описании гидрологических явлений мы, как правило, имеем дело со стохастическими зависимостями.

При изучении стохастических связей зависимую переменную обычно называют *предиктантом*, а независимые – *предикторами*. Если независимая переменная одна, а связь является линейной, то можно построить график связи вида $y = f(x)$ и провести в поле точек прямую линию: $y = ax + b$. Изменяя параметры уравнения a и b можно менять положение аппроксимирующей прямой. Линия, относительно которой наблюдается наименьший разброс точек, называется *линией регрессии*, а соответствующее ей аналитическое выражение – *уравнением регрессии*.

Студенты должны знать: какой метод используются для расчета параметров a и b, как называются эти параметры, и как они связаны с основными числовыми характеристиками исследуемых рядов.

Необходимо иметь четкое представление о том, что характеризует коэффициент парной корреляции, в каком диапазоне значений он может изменяться, при каком коэффициенте корреляции уравнение линейной регрессии можно использовать для практических расчетов.

Студенты должны иметь представление о построении многофакторных связей с использованием аппарата множественной линейной корреляции.

Требуется знать: как оценивается надежность уравнения линейной регрессии в случае парной и множественной корреляции.

Вопросы для самопроверки

6. Какой метод используется для расчета параметров уравнения регрессии?
7. Что характеризует коэффициент парной корреляции? В каком диапазоне значений он может изменяться?
8. Как в уравнении линейной регрессии $y = ax + b$ называются коэффициенты a и b?
9. Можно ли использовать аппарат линейной корреляции для описания нелинейных зависимостей?
10. Когда уравнение регрессии считается надежным и его можно использовать для практических расчетов?
11. В каком диапазоне значений может изменяться коэффициент множественной корреляции?

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

В процессе изучения курса студенты-заочники выполняют 2 контрольные работы. Студенты должны выполнить расчеты, оформить комментарии к расчетам, написать выводы.

В качестве исходных данных для выполнения контрольных работ используются среднегодовые расходы воды за период 30-50 лет в одном створе наблюдений. Не следует использовать данные по зарегулированным рекам и рекам, где имеет место межбассейновая переброска стока. Площадь водосбора реки в расчетном створе должна быть в пределах 500-50000 км^2.

В каждой контрольной работе должны быть представлены сведения о том, где находится река (региональная принадлежность) и ее основные гидрографические характеристики.

Вместо среднегодовых расходов воды в качестве исходных данных допускается использовать ряды минимальных или максимальных расходов, если по роду своей профессиональной деятельности студент занимается исследованием этих видов стока.

Выбор исходных данных осуществляется каждым студентом в индивидуальном порядке по согласованию с преподавателем кафедры гидрологии суши.

Контрольная работа №1

«Исследование эмпирических функций распределения и расчет основных статистических характеристик»

Данная работа выполняется с целью закрепления основных понятий теории вероятностей и математической статистики, необходимых при проведении статистической обработки гидрометеорологической информации. Работа состоит из трех частей.

В первой части работы студент строит гистограмму эмпирических частот, интегральную функцию распределения, функцию обеспеченностей, эмпирическую функцию плотности вероятности. Построение графиков должно проводиться вручную на миллиметровой бумаге.

Во второй части работы выполняется расчет основных статистических характеристик гидрологического ряда и их погрешностей. Расчет производится методом моментов.

В третьей части работы производится проверка ряда на однородность с использованием параметрических критериев Фишера и Стьюдента.

При изложении плана работы в качестве примера использованы данные по среднегодовым расходам на реке Воложба в створе д. Воложба.

Исходные данные (пример оформления)

В качестве исходных данных в работе использовались среднегодовые расходы воды по реке Воложба – д. Воложба за период с 1936 по 1988 год (прил.1). Основные сведения по расчетному створу представлены в таблице 1.

Таблица 1

Основные характеристики реки Воложба – д. Воложба

Региональная принадлежность	Длина ряда	Площадь водосбора, F км^2	Длина реки, км^2	Уклон реки, $^0/_{00}$	Озерность, %
Карелия и Северо-Запад	53	1330	108	1,68	1

1. Построение гистограммы эмпирических частот и эмпирических функций распределения

1.1. *Определить размах R*

Размах – это разность между наибольшим и наименьшим значением статистического ряда:

$$R = Q_{\max} - Q_{\min}\,. \tag{1}$$

В рассматриваемом примере $Q_{\max}$ = 18,1 м^3/с; $Q_{\min}$ = 6,89 м^3/с, следовательно: R = 18,1 – 6,89 = 11,21.

1.2. *Определить длину расчетного интервала L*

Для построения гистограммы эмпирических частот размах статистического ряда разбивается на m равных интервалов. Количество интервалов зависит от длины ряда n и приближенно определяется по эмпирической формуле

$$m = 5\lg(n)\,. \tag{2}$$

Полученное m округляется до целых значений. В примере длина ряда n = 53, следовательно: $m = 5\lg(53) = 8{,}62 \approx 9$.

Длина расчетного интервала определяется по формуле

$$L = R/m. \tag{3}$$

Полученное значение L рекомендуется округлить, но так чтобы длина расчетного интервала изменилась не более чем на 15 – 20 %. Для реки Воложба – д. Воложба получаем:

$$L = \frac{11{,}21}{9} = 1{,}25 \approx 1{,}5.$$

1.3. *Построить гистограмму эмпирических частот*

Для построения гистограммы эмпирических частот заполняется таблица 2. В первый столбец таблицы записываются границы расчетных интервалов. При этом минимальный расход должен попасть в первый расчетный интервал.

В примере L = 1,5; $Q_{\min}$ = 6,89, следовательно, можно рассматривать интервалы (6 - 7.5), (7.5 - 9), (9 - 10.5), (10.5 - 12) и т. д.

Таблица 2

Расчет эмпирических частот для ряда среднегодовых расходов р. Воложба – д. Воложба

Интервал значений Расходов воды, м^3/с	Число значений в интервале	Частота, *p*	
		в долях единицы	в процентах
6,0 – 7,5	4	0,075	7,55
7,5 – 9,0	8	0,151	15,1
9,0 – 10,5	10	0,189	18,9
10,5 – 12,0	10	0,189	18,9
12,0 – 13,5	7	0,132	13,2
13,5 – 15,0	7	0,132	13,2
15,0 – 16,5	4	0,075	7,55
16,5 – 18,0	2	0,038	3,77
18,0 – 19,5	1	0,019	1,89
Сумма	53	1,00	100

Следует отметить, что за счет округления длины интервала L число интервалов m может измениться на единицу в большую или меньшую сторону, что не имеет принципиального значения.

Во второй столбец таблицы записывается количество расходов z_i попадающих в конкретный интервал. Если значение расхода попадает точно на границу интервала, будем относить его к правому интервалу. При этом общее число значений во всех интервалах должно равняться длине ряда n.

В третий столбец таблицы записывается относительное число значений в интервале:

$$p_i = z_i / n \,. \tag{4}$$

Величину p_i называют эмпирической частотой. Эмпирическую частоту можно выражать либо в долях единицы, либо в процентах (последний столбец таблицы 1.2):

$$p_{i,\%} = \frac{z_i}{n} 100\,\% \,. \tag{5}$$

По данным столбцов 1 и 3 таблицы 2 строится гистограмма эмпирических частот (рис.1). Обратите внимание на то, что при построении гистограммы частот на рис.1 использовалась правая шкала.

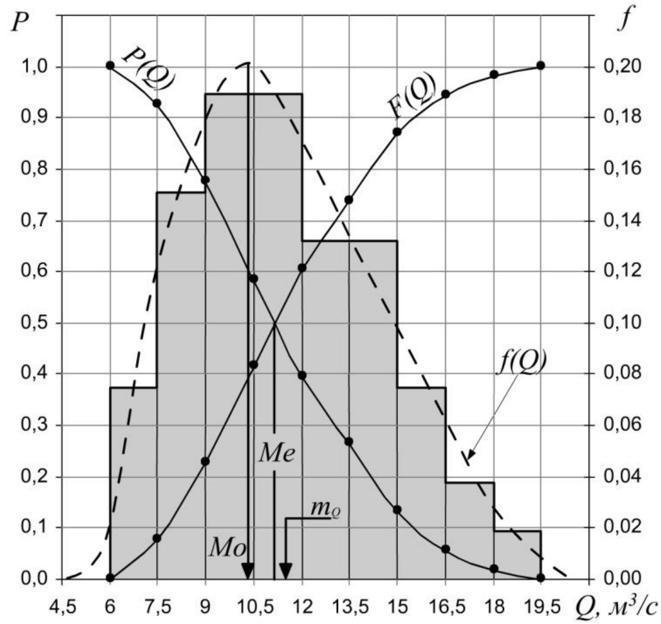
Сглаживая гистограмму частот, получаем эмпирическую функцию плотности вероятности $f(Q)$. При проведении сглаживающей линии нужно учитывать следующее:

а) площадь гистограммы и площадь подграфика функции плотности вероятности должны быть равны;

б) в большинстве случаев у гидрологических рядов функция плотности вероятности является одномодальной и при сглаживании не следует учитывать небольшие выбросы, которые являются следствием выборочности исходных данных.

1.4. *Построить интегральную функцию распределения и функцию обеспеченностей*

Для расчета интегральной функции распределения и функции обеспеченностей заполняется таблица 3. В первый столбец таблицы выписываются расходы воды, соответствующие границам всех использованных интервалов.



F(Q) – интегральная функция распределения; *P(Q)* – функция обеспеченностей;
f(Q) – функция плотности вероятности.

Рис.1. Гистограмма эмпирических частот и графики эмпирических функций распределения среднегодовых расходов воды, р. Воложба – д. Воложба.

Во второй столбец записывается число случаев непревышения $z_{нп}$ для соответствующего расхода. Число случаев непревышения можно получить последовательно суммируя значения из столбца 2 таблицы 2.

В третий столбец записывается число случаев превышения $z_{пр}$ для соответствующего расхода. Получить эти значения можно вычитая число случаев превышения из общей длины ряда. Так в примере для расхода 6 м^3/с число случаев непревышения равно 0, следовательно, число случаев превышения равно 53 – 0 = 53; для расхода 7,5 м^3/с число случаев непревышения равно 4, следовательно, число случаев превышения равно 53 – 4 = 49 и т. д.

Таблица 3

Расчет координат интегральной функции распределения и функции обеспеченностей, р. Воложба – д. Воложба

Значение расхода воды, м^3/с	Число случаев непревышения	Число случаев превышения	Относительное число случаев непревышения, *F(Q)*	Относительное число случаев превышения, *P(Q)*
6,0	0	53	0	1
7,5	4	49	0,08	0,92
9,0	12	41	0,23	0,77
10,5	22	31	0,42	0,58
12,0	32	21	0,60	0,40
13,5	39	14	0,74	0,26
15,0	46	7	0,87	0,13
16,5	50	3	0,94	0,06
18,0	52	1	0,98	0,02
19,5	53	0	1,00	0,00

В четвертый столбец таблицы записывается относительное число случаев непревышения:

$$F(Q) = \frac{z_{\text{нп}}}{n}. \tag{6}$$

Полученная таким образом функция *F(Q)*, представляет собой эмпирическую интегральную функцию распределения вероятностей. В пятый столбец записывается относительное число случаев превышения:

$$P(Q) = \frac{z_{\text{пр}}}{n}. \tag{7}$$

Функцию *P(Q)* называют эмпирической функцией обеспеченностей. Поскольку функции *F(Q)* и *P(Q)* связаны соотношением

$$P(Q) = 1 - F(Q), \tag{8}$$

то вместо формулы (7) можно использовать формулу (8).

По данным столбцов 1 и 4 таблицы 3 строится график интегральной функции распределения, по данным столбцов 1 и 5 – график функции обеспеченностей (см. рис.1).

2. Расчет числовых характеристик и их погрешностей

По выборке ограниченного объема нельзя точно рассчитать числовые характеристики, но можно получить приблизительные значения этих характеристик. Значения числовых характеристик, полученные по выборке, называются оценками числовых характеристик.

2.1. *Рассчитать оценки характеристик положения (моды, медианы, математического ожидания)*

Модой непрерывной случайной величины называется такое ее значение, которому соответствует максимум плотности вероятности. Для определения моды воспользуемся графиком плотности вероятности представленном на рис.1. В рассматриваемом примере *Mo* = 10,4 м^3/с.

Медианой непрерывной случайной величины называется такое ее значение, для которого вероятность превышения равна вероятности непревышения и равна 0.5.

Медиану также можно определить по графику, представленному на рис.1. На графике медиана соответствует точке, где пересекаются интегральная функция распределения и функция обеспеченностей. В примере *Me* = 11,2.

Оценкой *математического ожидания* является среднее арифметическое значение:

$$m_Q \approx \overline{Q} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i}{n}. \quad (9)$$

Для р. Воложба – д. Воложба $\overline{Q} = 11{,}5$.

Полученные значения моды, медианы и математического ожидания следует нанести на график (см. рис.1).

2.2. *Рассчитать оценки характеристик рассеивания*

Требуется рассчитать дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации и коэффициент асимметрии. Расчет произвести методом моментов. Для выполнения расчетов заполняется вспомогательная таблица 4.

Таблица 4

Вспомогательная таблица для расчета основных статистических характеристик ряда среднегодовых расходов воды, р. Воложба – д. Воложба

№ п/п	Q, м^3/с	k	$(k-1)$	$(k-1)^2$	$(k-1)^3$
1	9,61	0,8341	-0,1659	0,0275	-0,0046
2	6,89	0,5980	-0,4020	0,1616	-0,0649
3	8,66	0,7517	-0,2483	0,0617	-0,0153
4	7,37	0,6397	-0,3603	0,1298	-0,0468
5	8,48	0,7361	-0,2639	0,0697	-0,0184
…	…	…	…	…	…
49	14,5	1,2586	0,2586	0,0669	0,0173
50	11,2	0,9721	-0,0279	0,0008	0,0000
51	13,6	1,1805	0,1805	0,0326	0,0059
52	12,8	1,1110	0,1110	0,0123	0,0014
53	11,6	1,0069	0,0069	0,0000	0,0000
Сумма	610,61	53,0	0,00	3,320	0,339
Среднее	11,52	1,00	0,00		

Переменная k в таблице 4 – модульный коэффициент, который определяется по формуле

$$k_i = \frac{Q_i}{\overline{Q}}. \tag{10}$$

После заполнения и обработки таблицы рассчитываются требуемые статистические характеристики:

– коэффициент вариации

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(k_i - 1)^2}{n-1}}, \tag{11}$$

– коэффициент асимметрии

$$C_s = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(k_i - 1)^3}{(n-1)(n-2)C_v^3}\ , \qquad (12)$$

– среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_Q = C_v \overline{Q}\,, \qquad (13)$$

– дисперсия

$$D = (\sigma_Q)^2\,. \qquad (14)$$

Для реки Воложба – д. Воложба получаем:

$$C_v = \sqrt{\frac{3{,}320}{53-1}} = 0{,}253;\quad C_s = \frac{53 \cdot 0{,}339}{(53-1)(53-2)(0{,}253)^3} = 0{,}420;$$

$$\sigma_Q = 0{,}253 \cdot 11{,}52 = 2{,}91\,,\ D = (2{,}91)^2 = 8{,}47.$$

Составить сводную таблицу основных статистических характеристик гидрологического ряда. При составлении таблицы все значения округляются до 3 значащих цифр, причем не более двух после десятичной точки (табл.5).

Таблица 5

Основные статистические характеристики ряда среднегодовых расходов воды, р. Воложба – д. Воложба

Mo	*Me*	$\overline{Q}$	C_v	C_s	C_v/ C_s	σ_Q	*D*
10,4	11,2	11,5	0,25	0,42	1,68	2,91	8,47

2.3. *Рассчитать абсолютные и относительные погрешности среднего значения, коэффициентов вариации и асимметрии*

Абсолютные погрешности рассчитываются по формулам:

– для среднего значения

$$\varepsilon_Q = \frac{\sigma_Q}{\sqrt{n}}\ , \qquad (15)$$

– для коэффициента вариации

$$\varepsilon_{Cv} = \frac{C_v}{n + 4C_v^2} \sqrt{\frac{n(1 + C_v^2)}{2}}\ , \qquad (16)$$

– для коэффициента асимметрии

$$\varepsilon_{Cs} = \sqrt{\frac{6}{n}(1 + 6C_v^2 + 5C_v^4)}\ . \qquad (17)$$

Относительные ошибки рассчитываются по формулам:

– для среднего значения

$$\varepsilon_{Q,\%} = \frac{C_v}{\sqrt{n}} 100\ \%\ , \qquad (18)$$

– для коэффициента вариации

$$\varepsilon_{Cv} = \frac{1}{n + 4C_v^2} \sqrt{\frac{n(1 + C_v^2)}{2}} 100\%\ , \qquad (19)$$

– для коэффициента асимметрии

$$\varepsilon_{Cs,\%} = \frac{1}{C_s} \sqrt{\frac{6}{n}(1 + 6C_v^2 + 5C_v^4)}\ 100\%\ . \qquad (20)$$

Результаты расчета представить в виде таблицы (табл.6).

Таблица 6

Оценка точности расчета числовых характеристик ряда среднегодовых расходов воды; р. Воложба – д. Воложба

Числовая характеристика	Значение	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность, %
Среднее значение, $\overline{Q}$	11,5	0,40	3,5
Коэффициент вариации, C_v	0,25	0,025	10,0
Коэффициент асимметрии, C_s	0,42	0,399	95

3. Проверка ряда на однородность

Расчет числовых характеристик является корректным только в том случае, если ряд однороден. То есть, в течение всего периода наблюдений условия формирования стока не изменялись.

Для проверки однородности гидрологических рядов используются специальные тесты – *критерии однородности.*

В данной работе для проверки однородности используются два критерия: критерий Стьюдента и критерий Фишера. Критерий Стьюдента позволяет провести проверку ряда на однородность по среднему значению, а критерий Фишера – по дисперсии.

Для выполнения работы исходный ряд разбивается на две приблизительно равные части и для каждой части ряда рассчитываются среднее значение, среднеквадратическое отклонение и дисперсия (табл.7).

Таблица 7

Основные статистические характеристики среднегодовых расходов воды по первой и второй частям ряда, р. Воложба – д. Воложба

Выборка	Длина выборки	Среднее значение	СКО	Дисперсия
I часть ряда	26	11,2	3,13	9,80
II часть ряда	27	11,9	2,70	7,27
весь ряд	53	11,5	2,91	8,47

3.1. *Проверка ряда на однородность по дисперсии* (*критерий Фишера*)

Рассчитать эмпирическое значение критерия Фишера:

$$F^* = \frac{D_1}{D_2}. \qquad (21)$$

где D_1 и D_2 – дисперсии по одной и другой частям ряда, причем в числитель следует ставить большую из двух дисперсий.

Для рассматриваемого примера получаем: $F^* = 9{,}80/7{,}27 = 1{,}35$.

Эмпирическое значение статистики Фишера сравнивается с теоретическим $F_т$ при уровне значимости $2\alpha = 5$ %.

Теоретическое значение статистики Фишера определяется по таблице F-распределения (прил.2) в зависимости от принятого уровня значимости и числа степеней свободы ν_1 и ν_2:

$$\nu_1 = n_1 - 1, \tag{22}$$

$$\nu_2 = n_2 - 1, \tag{23}$$

где n_1 – длина выборки с большей дисперсией; n_2 – длина выборки с меньшей дисперсией.

Для реки Воложба – д. Воложба получаем:

$$\nu_1 = 26 - 1 = 25, \quad \nu_2 = 27 - 1 = 26, \; F_т = 2{,}17.$$

Поскольку в данном случае эмпирическое значение статистики Фишера меньше теоретического:

$$(F^* = 1{,}35) < (F_т = 2{,}17),$$

то можно считать различие в дисперсиях по отдельным частям ряда незначительным. В этом случае говорят, что гипотеза об однородности ряда по критерию Фишера при уровне значимости $2\alpha = 5$ % *не опровергается*.

3.2. *Проверка ряда на однородность по среднему значению (критерий Стьюдента)*

Рассчитать эмпирическое значение критерия Стьюдента:

$$t^* = \left[(\overline{Q}_1 - \overline{Q}_2) \Big/ \sqrt{\frac{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \right] \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}\,, \tag{24}$$

где n_1 и n_2 – длина первой и второй частей ряда; $\overline{Q}_1$ и $\overline{Q}_2$ – средние значения по первой и второй частям ряда; σ_1 и σ_2 – среднеквадратические отклонения по первой и второй частям ряда.

Для рассматриваемого примера получаем:

$$t^* = \frac{(11{,}2-11{,}9)\sqrt{(26\cdot 27)/(26+27)}}{\sqrt{\dfrac{(26-1)(3{,}13)^2+(27-1)(2{,}70)^2}{26+27-2}}} = -0{,}87.$$

Эмпирическое значение статистики Стьюдента сравнивается с теоретическим $t_т$ при уровне значимости 2α = 5 %.

Теоретическое значение статистики Стьюдента определяется по таблице *t*-распределения (прил.3) в зависимости от принятого уровня значимости и числа степеней свободы ν:

$$\nu = n - 1, \tag{25}$$

где *n* – общая длина исследуемого ряда.

Для реки Воложба – д. Воложба получаем:

$$\nu = 53 - 1 = 52; \quad t_т = 2{,}007.$$

Поскольку в данном случае эмпирическое значение статистики Стьюдента по абсолютной величине меньше теоретического:

$$(\,|\,t^*\,| = 0{,}87) < (\,t_т = 2{,}007),$$

то можно считать различие в средних значениях по отдельным частям ряда незначительным. В этом случае говорят, что гипотеза об однородности ряда по критерию Стьюдента при уровне значимости 2α = 5 % *не опровергается*.

Контрольная №1 должна завершаться выводами, которые формулируются на основе результатов расчетов по всем трем частям работы.

Выводы (пример)

В работе исследовался ряд среднегодовых расходов по реке Воложба – д. Воложба. Длина ряда 53 года. Эмпирическая функция плотности вероятностей одномодальная. Распределение имеет положительную асимметрию, на что указывает знак при коэффициенте асимметрии и то, что на графике (рис.1) математическое ожидание расположено правее медианы.

Расчет статистических характеристик можно считать надежным, так как погрешность среднего значения ряда не превышает 5 – 10 %, а погрешность коэффициента вариации не превышает 10 – 15 %.

Погрешность расчета коэффициента асимметрии большая (95 %), поэтому для практических расчетов лучше использовать районное соотношение C_s/C_v.

Проверка ряда на однородность показала, что гипотеза об однородности ряда не опровергается как по критерию Фишера, так и по критерию Стьюдента.

Контрольная работа №2

«Построение эмпирических и аналитических кривых обеспеченностей и расчет расходов воды различной вероятности ежегодного превышения»

На практике часто требуется рассчитать расходы воды заданной вероятности ежегодного превышения (заданной обеспеченности). Например, при строительстве сооружений I класса требуется рассчитывать максимальный расход вероятностью превышения 1 раз в 10000 лет (обеспеченностью P = 0,01 %).

Основная проблема здесь в том, что истинный закон распределения расходов воды, как правило, неизвестен, а имеющиеся ряды наблюдений слишком коротки, чтобы по ним этот закон установить. Учитывая это, при расчетах вместо истинного закона распределения используются различные аппроксимирующие выражения – так называемые аналитические кривые обеспеченностей.

При выборе аналитических кривых применительно к расходам воды обычно ориентируются на следующие положения:

а) функция плотности вероятности должна быть одномодальной;

б) так как расходы воды являются положительными величинами, то область допустимых значений аргумента функции распределения должна быть ограничена слева нулем или положительным числом (это требование выполняется не всегда);

в) аналитическое выражение должно содержать не очень много параметров, так как по имеющимся относительно коротким рядам с достаточной точностью можно определить только 2-3 параметра;

г) в качестве параметров для аналитических выражений используются характеристики положения и рассеивания, наиболее часто – среднее значение, коэффициент вариации и коэффициент асимметрии.

В рамках этих требований можно получить достаточно много аналитических выражений. В настоящее время в различных странах и для разных видов стока используется около 10 аналитических кривых. В данной работе мы рассмотрим наиболее распространенные из них.

На практике при выборе той или иной аналитической кривой учитывают, прежде всего, насколько хорошо аналитическая кривая соответствует эмпирической кривой обеспеченностей.

В России действующие нормативные документы рекомендуют использовать для расчета расходов воды кривую Крицкого-Менкеля, однако при достаточном обосновании допускается использовать и другие кривые.

Исходные данные (см. пример оформления в контрольной работе №1).

1. Построение эмпирической кривой обеспеченностей

В практике гидрологических расчетов для построения эмпирической кривой обеспеченностей используется методика отличная от той, которая была рассмотрена в контрольной работе №1.

Исходный ряд расходов воды ранжируется – расходы располагаются в порядке убывания (табл.1). Затем для каждого значения ранжированного ряда рассчитывается эмпирическая обеспеченность по формуле:

$$P = \frac{m}{n+1} 100\%, \qquad (1)$$

где m – порядковый номер расхода в ранжированном ряду; n – длина ряда.

Таблица 1

Расчет ординат эмпирической кривой обеспеченностей среднегодовых расходов воды, р. Воложба – д. Воложба, $\overline{Q}$ = 11,5 м3/с

№ п/п	Расходы воды, Q м^3/с	Ранжированные расходы воды, Q_R м^3/с	$k = \frac{Q_R}{\overline{Q}}$	P %
1	9,61	18,1	1,57	1,85
2	6,89	17,4	1,51	3,70
3	8,66	17,2	1,49	5,56
4	7,37	16,3	1,41	7,41
5	8,48	16,1	1,40	9,26
6	8,16	15,9	1,38	11,1
7	12,4	15,6	1,35	13,0
…	…	…	…	…
45	9,30	8,62	0,75	83,3
46	12,4	8,48	0,74	85,2
47	14,8	8,16	0,71	87,0
48	14,2	7,86	0,68	88,9
49	14,5	7,58	0,66	90,7
50	11,2	7,37	0,64	92,6
51	13,6	7,27	0,63	94,4
52	12,8	6,94	0,60	96,3
53	11,6	6,89	0,60	98,1

В таблице 1 рассчитывается также столбец модульных коэффициентов (столбец 4). Строить эмпирические и аналитические кривые обеспеченностей можно как в расходах, так и в модульных коэффициентах. В данной работе требуется строить кривые обеспеченностей в модульных коэффициентах.

Кривые обеспеченностей строятся на специальной бумаге – клетчатке вероятностей. Существует несколько видов клетчатки вероятностей. В данной работе используется наиболее распространенная в России клетчатка – с умеренной асимметричностью. Эта клетчатка спрямляет закон нормального распределения. Поскольку для гидрологических рядов характерна небольшая положительная асимметрия, то на этой клетчатке они будут иметь выпуклость направленную вниз (рис.1).

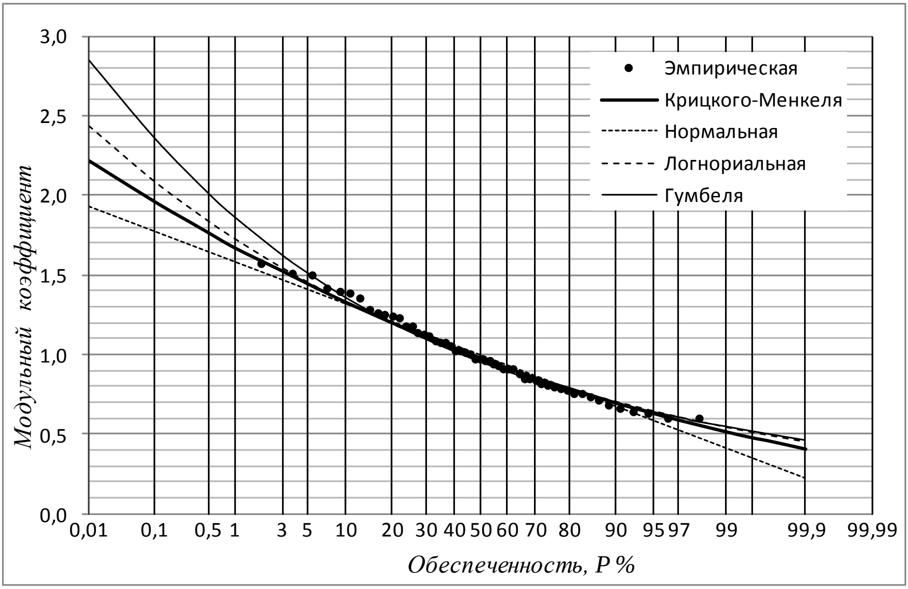


Рис.1. Эмпирическая и аналитические кривые обеспеченностей среднегодовых расходов воды, р. Воложба – д. Воложба ($\overline{Q}$ =11,5; C_v = 0,25; C_s/C_v = 2).

Замечание: в рассматриваемом примере C_s/C_v = 2, поэтому кривые Крицкого-Менкеля и Пирсона III типа совпадают.

При построении эмпирической кривой обеспеченностей необходимо учитывать следующее:

а) вертикальный масштаб следует выбирать таким образом, чтобы максимальное значение модульного коэффициента (в примере $k_{\max}$ = 1.57) не попадало на верхний край клетчатки вероятностей; это необходимо, чтобы оставалась возможность строить аналитические кривые в области малых обеспеченностей.

б) ноль отсчета для модульных коэффициентов должен совпадать с нижним краем клетчатки вероятностей, так как расходы воды могут быть только положительными.

в) шкала обеспеченостей на клетчатке вероятностей имеет неравномерный масштаб и при нанесении точек следует учитывать цену делений в каждом интервале.

2. Построение аналитической кривой обеспеченностей нормального закона распределения

Для расчета ординат аналитической кривой нормального закона распределения необходимо знать среднее значение исследуемого ряда и коэффициент вариации. Эти параметры были рассчитаны в контрольной работе №1. В рассмотренном примере $\overline{Q} = 11{,}5$, C_v = 0,25.

Расчет сводится в таблицу 2. В первом столбце таблицы задаются опорные обеспеченности (одинаковые для всех).

Таблица 2

Расчет координат аналитической кривой обеспеченностей нормального закона распределения для среднегодовых расходов воды, р. Воложба – д. Воложба

$\overline{Q}$ = 11,5; C_v = 0,25

P %	t_p	k_p	Q_p
0,01	3,72	1,93	22,2
0,1	3,09	1,77	20,4
1	2,33	1,58	18,2
5	1,64	1,41	16,2
10	1,28	1,32	15,2
20	0,84	1,21	13,9
30	0,52	1,13	13,0
50	0,00	1,00	11,5
70	– 0,52	0,87	10,0
80	– 0,84	0,79	9,09
90	– 1,28	0,68	7,82
95	– 1,64	0,59	6,79
99	– 2,33	0,42	4,80
99,9	– 3,09	0,23	2,62

Для каждой опорной обеспеченности P из таблицы (прил.4) выписываются нормированные ординаты кривой обеспеченностей нормального закона распределения t_p.

В зависимости от t_p рассчитываются модульные коэффициенты по формуле:

$$k_p = t_p C_v + 1. \tag{2}$$

Переход от модульных коэффициентов расчетной обеспеченности к расходам расчетной обеспеченности производится по формуле

$$Q_p = k_p \overline{Q}. \tag{3}$$

По данным столбцов 1 и 3 строится аналитическая кривая обеспеченностей нормального закона распределения. При правильном расчете и построении график на клетчатке вероятностей должен иметь вид прямой линии (см. рис.1).

3. Построение аналитической кривой обеспеченностей логарифмически нормального закона распределения

Преобразовать исходный ряд по формуле $z_i = \ln(Q_i)$.

Для ряда z_i определить среднее значение и среднеквадратическое отклонение, с этой целью заполняется вспомогательная таблица 3. После заполнения и обработки таблицы рассчитываются требуемые статистические характеристики.

Для ряда р. Воложба – д. Воложба получаем: $\overline{Q} = 11{,}5$; $\overline{z} = 2{,}41$;

$$\sigma_z = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(z_i - \overline{z})^2 \Big/ (n-1)} = \sqrt{\frac{3{,}344}{53-1}} = 0{,}254.$$

Дальнейший расчет сводится в таблицу 4, в первый столбец таблицы записываются опорные обеспеченности.

Для каждой опорной обеспеченности P из таблицы (прил.4) выписать нормированные ординаты кривой обеспеченностей нормального закона распределения t_p.

В зависимости от t_p рассчитать значения z_p:

$$z_p = \sigma_z t_p + \overline{z}. \tag{4}$$

Для реки Воложба – д. Воложба при обеспеченности P = 0,01 % получаем: $z_{0,01} = 0{,}254 \cdot 3{,}72 + 2{,}41 = 3{,}35$ и т. д.

Таблица 3

Вспомогательная таблица для расчета статистических характеристик ряда z_i, р. Воложба – д. Воложба

№ п/п	Q, м^3/с	$z = \ln(Q)$	$z-\bar{z}$	$(z-\bar{z})^2$
1	9,61	2,263	-0,150	0,0225
2	6,89	1,930	-0,483	0,2331
3	8,66	2,159	-0,254	0,0646
4	7,37	1,997	-0,415	0,1726
5	8,48	2,138	-0,275	0,0757
6	8,16	2,099	-0,314	0,0983
7	12,4	2,518	0,105	0,0110
…	…	…	…	…
49	14,5	2,674	0,261	0,0683
50	11,2	2,416	0,003	0,0000
51	13,6	2,610	0,197	0,0389
52	12,8	2,549	0,137	0,0187
53	11,6	2,451	0,038	0,0015
Сумма	610,6	127,9	0,000	3,344
Среднее	11,5	2,413	0,000	

Таблица 4

Расчет координат аналитической кривой обеспеченностей логнормального закона распределения для среднегодовых расходов воды, р. Воложба – д. Воложба

$$\bar{Q} = 11{,}5,\ \bar{z} = 2{,}41,\ \sigma_z = 0{,}254$$

P %	t_p	z_p	Q_p	k_p
0,01	3,72	3,35	28,5	2,48
0,1	3,09	3,19	24,4	2,12
1	2,33	3,00	20,1	1,75
5	1,64	2,83	16,9	1,47
10	1,28	2,74	15,4	1,34
20	0,84	2,62	13,8	1,20
30	0,52	2,54	12,7	1,10
50	0,00	2,41	11,1	0,97
70	– 0,52	2,28	9,8	0,85
80	– 0,84	2,20	9,0	0,78
90	– 1,28	2,08	8,0	0,70
95	– 1,64	1,99	7,3	0,64
99	– 2,33	1,82	6,2	0,53
99,9	– 3,09	1,63	5,1	0,44

В зависимости от z_p , рассчитать расходы расчетных обеспеченностей по формуле

$$Q_p = \exp(z_p)\,. \tag{5}$$

Для реки Воложба – д. Воложба при обеспеченности P = 0.01 % получаем

$$Q_{0,01} = \exp(3{,}36) = 28{,}5 \text{ и т. д.}$$

Переход от расходов к модульным коэффициентам осуществляем по формуле

$$k_p = \frac{Q_p}{\overline{Q}}\,. \tag{6}$$

Для реки Воложба – д. Воложба при обеспеченности P = 0.01 % получаем $k_{0,01}$ = 28,5/11,5 = 2,48 и т. д.

По данным столбцов 1 и 5 таблицы 4 на клетчатке вероятностей построить аналитическую кривую обеспеченностей логнормального закона распределения (см. рис.1).

4. Построение аналитической кривой обеспеченностей Гумбеля

Для расчета ординат аналитической кривой обеспеченностей закона распределения Гумбеля необходимо знать среднее значение исследуемого ряда и среднеквадратическое отклонение. Эти параметры были рассчитаны в контрольной работе №1. В рассмотренном примере $\overline{Q} = 11{,}5$, $\sigma_Q = 2{,}91$. Расчет сводим в табл.5.

В первый столбец таблицы 5 записываются опорные обеспеченности.

Во второй столбец записываются нормированные ординаты кривой обеспеченностей Гумбеля y_p. Ординаты y_p – это нормированные отклонения от моды, которые определяются по прил.5.

Переход от y_p к расходам воды осуществляется по формуле

$$Q_p = q + \frac{1}{\alpha} y_p\,, \tag{7}$$

где q и α – параметры, для расчета которых, необходимо знать статистические характеристики исходного ряда ($\overline{Q}$ и σ_Q), а также $\overline{y}$ и σ_y.

Таблица 5

Расчет координат аналитической кривой обеспеченностей Гумбеля для среднегодовых расходов воды, р. Воложба – д. Воложба;

$$\overline{Q} = 11{,}5, \ \sigma_Q = 2{,}91$$

P %	y_p	Q_p	k_p
0,01	9,09	32,9	2,86
0,1	6,89	27,4	2,38
1	4,60	21,6	1,88
5	2,97	17,6	1,53
10	2,25	15,8	1,37
20	1,50	13,9	1,21
30	1,03	12,7	1,10
50	0,37	11,1	0,96
70	– 0,19	9,66	0,84
80	– 0,48	8,93	0,78
90	– 0,83	8,06	0,70
95	– 1,10	7,38	0,64
99	– 1,53	6,31	0,55
99,9	– 1,93	5,31	0,46

Значения параметров $\overline{y}$ и σ_y определяются по прил.6 в зависимости от длины исходного ряда.

Для реки Воложба – д. Воложба n = 53, следовательно

$$\overline{y} = 0{,}55, \quad \sigma_y = 1{,}166.$$

Расчет параметров выражения (7) производится по формулам

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_Q}{\sigma_y}, \tag{8}$$

$$q = \overline{Q} - \overline{y}\left(\frac{1}{\alpha}\right). \tag{9}$$

Для реки Воложба – д. Воложба получаем:

$1/\alpha$ = 2,91/1,166 = 2,50, q = 11,5 – 0,55·2,50 = 10,13;

и, следовательно, формула (7) в этом случае примет вид:

$$Q_p = 10{,}13 + 2{,}50 y_p$$

Переход от расходов воды к модульным коэффициентам осуществляется по формуле (6).

По данным столбцов 1 и 4 таблицы 5 на клетчатке вероятностей построить аналитическую кривую обеспеченностей Гумбеля (см. рис.1).

5. Построение аналитической кривой обеспеченностей Пирсона III типа

Для расчета ординат аналитической кривой Пирсона III типа необходимо знать среднее значение исследуемого ряда, коэффициент вариации и коэффициент асимметрии. Эти параметры были рассчитаны в контрольной работе №1. В рассмотренном примере $\overline{Q} = 11{,}5$, $C_v = 0{,}25$, $C_s = 0{,}42$.

Следует отметить, что погрешность определения коэффициента асимметрии при современной длине рядов как правило существенно выше допустимой, поэтому на практике значение C_s, полученное по ряду наблюдений, не используется. Вместо этого значение коэффициента асимметрии определения по среднему районному отношению коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации (C_s/C_v).

В настоящей работе рекомендуется принять значение C_s/C_v исходя из соотношений представленных в табл.6.

Таблица 6

Рекомендуемые значения C_s/C_v

Эмпирическое значение	Рекомендуется принять
$(C_s/C_v) \leq 1$	$(C_s/C_v) = 1$
$1 < (C_s/C_v) \leq 2{,}5$	$(C_s/C_v) = 2$
$2{,}5 < (C_s/C_v) \leq 4$	$(C_s/C_v) = 3$
$(C_s/C_v) > 4$	$(C_s/C_v) = 4$

Для реки Воложба – д. Воложба эмпирическое значение $(C_s/C_v) = 1{,}68$, следовательно, принимаем для расчетов $(C_s/C_v) = 2$. Тогда:

$$C_s = (C_s/C_v)\ C_v = 2\cdot 0{,}25 = 0{,}50.$$

Полученное таким образом значение C_s используется в дальнейших расчетах.

Расчет сводится в таблицу 7. В первом столбце таблицы задаются опорные обеспеченности.

Для каждой опорной обеспеченности P из таблицы (прил.1 в [1]) в зависимости от C_s выписываются нормированные ординаты кривой обеспеченностей Пирсона III типа t_p.

Затем по формуле (2) рассчитываются модульные коэффициенты.

Переход от модульных коэффициентов расчетной обеспеченности к расходам расчетной обеспеченности производится по формуле (3).

Таблица 7

Расчет координат аналитической кривой обеспеченностей Пирсона III типа для среднегодовых расходов воды, р. Воложба – д. Воложба;

$\overline{Q} = 11{,}5$, $C_v = 0{,}25$, $C_s = 0{,}50$.

P %	t_p	k_p	Q_p
0,01	4,83	2,21	25,4
0,1	3,81	1,95	22,4
1	2,68	1,67	19,2
5	1,78	1,45	16,7
10	1,32	1,33	15,3
20	0,81	1,20	13,8
30	0,46	1,12	12,9
50	– 0,08	0,98	11,3
70	– 0,58	0,86	9,89
80	– 0,85	0,79	9,09
90	– 1,22	0,70	8,05
95	– 1,48	0,63	7,25
99	– 1,96	0,51	5,87
99,9	– 2,40	0,40	4,60

По данным столбцов 1 и 3 таблицы 7 на клетчатке вероятностей строится аналитическая кривая обеспеченностей Пирсона III типа.

6. Построение аналитической кривой обеспеченностей Крицкого-Менкеля

Для расчета ординат аналитической кривой обеспеченностей Крицкого-Менкеля необходимо знать среднее значение исследуемого ряда, коэффициент вариации и отношение коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации (C_s/C_v). Эти параметры были рассчитаны в контрольной работе №1.

В рассмотренном примере $\overline{Q} = 11{,}5$, C_v = 0,25, (C_s/C_v) = 1,68. Учитывая большую погрешность коэффициента асимметрии, значение C_s/C_v для реки Воложба – д. Воложба принималось в соответствии с таблицей 6: C_s/C_v = 2. Это значение C_s/C_v использовалось в дальнейших расчетах.

Расчет сводится в таблицу 8. В первой строке таблицы задаются опорные обеспеченности.

Для каждой опорной обеспеченности P из таблицы (прил.2 в [1]) в зависимости от соотношения (C_s/C_v) и коэффициента вариации выписываются модульные коэффициенты кривой обеспеченностей Крицкого-Менкеля k_p.

Переход от модульных коэффициентов к расходам расчетной обеспеченности производится по формуле (3).

Таблица 8

Расчет координат аналитической кривой обеспеченностей Крицкого-Менкеля для среднегодовых расходов воды, р. Воложба – д. Воложба;

$\overline{Q} = 11{,}5$, C_v = 0,25, C_s/C_v = 2

P, %	0,01	0,1	1	5	10	20	30	50	70	80	90	95	99	99,9
k_p	2,22	1,96	1,67	1,45	1,33	1,20	1,11	0,98	0,86	0,79	0,70	0,63	0,52	0,40
Q_p	25,5	22,5	19,2	16,7	15,3	13,8	12,8	11,3	9,89	9,09	8,05	7,25	5,98	4,60

По данным столбцов 1 и 3 на клетчатке вероятностей строится аналитическая кривая обеспеченностей Крицкого-Менкеля (см. рис.1).

Обратите внимание на то, что в случае рассматриваемого примера (р. Воложба – д. Воложба) кривые Пирсона III типа и Крицкого-Менкеля практически совпали. Это связано с тем, что при соотношении $C_s/C_v = 2$ обе эти кривые превращаются в двухпараметрическое гамма-распределение и действительно должны совпадать.

Выводы

В выводах следует произвести сравнение всех рассмотренных кривых. Проанализировать где между ними наблюдается наибольшее расхождение. Оценить какая из аналитических кривых обеспеченностей лучше соответствует эмпирическим точкам.

Приложение 1

Среднегодовые расходы воды, р. Воложба – д. Воложба

Год	Q, м^3/с	Год	Q, м^3/с	Год	Q, м^3/с	Год	Q, м^3/с
1936	9,61	**1950**	11,2	**1964**	10,1	**1978**	13,5
1937	<u>6,89</u>	**1951**	9,74	**1965**	10,4	**1979**	8,99
1938	8,66	**1952**	16,1	**1966**	17,2	**1980**	9,30
1939	7,37	**1953**	<u>18,1</u>	**1967**	12,1	**1981**	12,4
1940	8,48	**1954**	11,0	**1968**	14,3	**1982**	14,8
1941	8,16	**1955**	15,9	**1969**	15,6	**1983**	14,2
1942	12,4	**1956**	13,1	**1970**	9,10	**1984**	14,5
1943	11,8	**1957**	17,4	**1971**	9,37	**1985**	11,2
1944	6,94	**1958**	14,4	**1972**	7,58	**1986**	13,6
1945	10,7	**1959**	11,0	**1973**	7,27	**1987**	12,8
1946	11,8	**1960**	7,86	**1974**	10,4	**1988**	11,6
1947	8,87	**1961**	11,5	**1975**	8,62		
1948	10,4	**1962**	16,3	**1976**	12,5		
1949	10,8	**1963**	9,70	**1977**	13,0		

F-распределение (Фишера), $2\alpha = 5$ %

ν_2	Число степеней свободы ν_1							
	8	**10**	**15**	**20**	**30**	**60**	**120**	∞
8	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,78	3,73	3,67
9	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,45	3,39	3,33
10	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,20	3,14	3,08
11	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	3,00	2,94	2,88
12	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,85	2,79	2,72
13	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,72	2,66	2,60
14	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,61	2,55	2,49
15	3,20	3,05	2,86	2,76	2,64	2,52	2,46	2,40
16	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,45	2,38	2,32
17	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,38	2,32	2,25
18	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,32	2,26	2,19
19	2,96	2,82	2,62	2,51	2,38	2,27	2,20	2,13
20	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,22	2,16	2,09
21	2,87	2,73	2,53	2,42	2,31	2,18	2,11	2,04
22	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,14	2,08	2,03
23	2,81	2,67	2,47	2,36	2,24	2,11	2,04	1,97
24	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	2,08	2,01	1,94
25	2,75	2,61	2,41	2,30	2,18	2,05	1,98	1,91
26	2,72	2,59	2,39	2,28	2,16	2,03	1,95	1,88
27	2,71	2,57	2,34	2,25	2,13	2,00	1,93	1,85
28	2,69	2,55	2,34	2,23	2,11	1,98	1,91	1,83
29	2,67	2,53	2,32	2,21	2,09	1,96	1,89	1,81
30	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,94	1,87	1,77
40	2,53	2,39	2,18	2,07	1,94	1,80	1,72	1,74
60	2,41	2,27	2,06	1,94	1,82	1,67	1,58	1,48
120	2,30	2,16	1,95	1,82	1,69	1,53	1,43	1,31
∞	2,19	2,05	1,83	1,71	1,57	1,39	1,27	1,00

Приложение 3

Распределение Стьюдента, 2α = 5 %

Число степеней свободы, ν	t_p	Число степеней свободы, ν	t_p	Число степеней свободы, ν	t_p
1	12,71	14	2,145	32	2,036
2	4,302	15	2,131	34	2,032
3	3,182	16	2,119	36	2,028
4	2,776	17	2,110	38	2,024
5	2,571	18	2,101	40	2,021
6	2,446	19	2,093	50	2,009
7	2,365	20	2,086	60	2,000
8	2,306	21	2,079	80	1,990
9	2,262	22	2,074	100	1,984
10	2,228	24	2,064	200	1,972
11	2,201	26	2,055	300	1,968
12	2,179	28	2,048	400	1,966
13	2,160	30	2,042	500	1,964

Приложение 4

Нормированные ординаты кривой обеспеченностей нормального закона распределения

P, %	t_p	P, %	t_p	P, %	t_p
0,01	3,72	20	0,84	90	– 1,28
0,1	3,09	25	0,67	95	– 1,64
0,5	2,58	30	0,52	97	– 1,88
1	2,33	40	0,25	97,5	– 1,96
2	2,02	50	0,00	98	– 2,02
2,5	1,96	60	– 0,25	99	– 2,33
3	1,88	70	– 0,52	99,5	– 2,58
5	1,64	75	– 0,67	99,9	– 3,09
10	1,28	80	– 0,84	99,99	– 3,72

Приложение 5

Нормированные отклонения от моды y_p для кривой обеспеченностей Гумбеля

P, %	y_p	P, %	y_p	P, %	y_p
0,01	9,09	10	2,25	80	–0,48
0,1	6,89	20	1,50	90	–0,83
0,5	5,29	30	1,03	95	–1,10
1	4,60	50	0,37	99,0	–1,53
5	2,97	70	–0,19	99,9	–1,93

Приложение 6

Средние значения параметров $\bar{y}$ и σ_y при различном числе членов ряда *n* (по Гумбелю)

n	$\bar{y}$	σ_y	*n*	$\bar{y}$	σ_y	*n*	$\bar{y}$	σ_y
20	0,524	1,063	40	0,544	1,141	60	0,552	1,175
22	0,527	1,076	42	0,545	1,146	65	0,554	1,180
24	0,530	1,086	44	0,546	1,150	70	0,555	1,185
26	0,532	1,096	46	0,547	1,154	75	0,556	1,190
28	0,534	1,105	48	0,548	1,157	80	0,557	1,194
30	0,536	1,112	50	0,548	1,161	85	0,558	1,197
32	0,538	1,119	52	0,549	1,164	90	0,559	1,201
34	0,540	1,126	54	0,550	1,167	95	0,559	1,204
36	0,541	1,131	56	0,551	1,170	100	0,560	1,206
38	0,542	1,136	58	0,552	1,172	∞	0,577	1,282

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по дисциплине

«МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ»

Составители: *Сикан Александр Владимирович,*
Малышева Наталья Геннадьевна

Редактор: *Максимова Ирина Георгиевна*

ЛР № 020309 от 30.19. 96.

Подписано в печать 31.01.12. Формат 60х90 1/16. Гарнитура Times New Roman.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 2,5. Тираж 200 экз. Зак. №56
РГГМУ, 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр. 98.
Отпечатано в ЦОП РГГМУ