

Чалганова А.А.

**Методические указания по выполнению
расчетно-графического задания по дисциплине
«Эконометрика» с использованием табличного
процессора Excel**

для студентов заочного обучения

Направление 38.03.01 «Экономика»

Санкт-Петербург
РГГМУ
2021

УДК 33

ББК 65.05

Чалганова А.А. Методические указания по выполнению расчетно-графического задания по дисциплине «Эконометрика» с использованием табличного процессора Excel для студентов заочного обучения. – СПб.: РГГМУ, 2021. – 20 с.

В методических указаниях по выполнению расчетно-графического задания особое внимание уделяется реализации алгоритма решения задачи построения парной линейной регрессии путем обращения к функции «Регрессия» модуля «Анализ данных» (надстройка табличного процессора Excel).

Методические указания предназначены для студентов заочной формы обучения по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика».

Методические указания по выполнению расчетно-графического задания по дисциплине «Эконометрика» для студентов заочного обучения одобрены на заседании кафедры экономики предприятия природопользования и учетных систем от 16 февраля 2021 г., протокол № 7.

© Чалганова А.А.

© Российский государственный гидрометеорологический
университет (РГГМУ), 2021 г.

Введение

Построение эконометрических моделей обуславливает существенный объем вычислений, что требует использования вычислительной техники и соответствующего программного обеспечения, особенно при большом объеме исходных данных. Удобным инструментом для решения эконометрических задач является табличный процессор Excel. Будучи удобной универсальной вычислительной средой, Excel позволяет реализовать алгоритм решения путем программирования арифметических или логических выражений в ячейках электронной таблицы, либо путем обращения к стандартным функциям и модулям.

Использование современных алгоритмов решения эконометрических задач на практике предполагает знакомство с возможностями использования ЭВМ при обработке массовой статистической информации, моделировании и прогнозировании явлений.

Поэтому основной целью данных методических указаний является изложение численной методики решения основных задач линейного регрессионного анализа в вычислительной среде табличного процессора Excel.

1. Общие методические указания для решения задач по дисциплине «Эконометрика»

Решение задач предполагает наличие предварительной теоретической подготовки по той теме дисциплины, для усвоения которой предлагается определенная задача. Чтобы очертить круг вопросов, которые надо прояснить для решения задачи, необходимо, прежде всего, внимательно разобраться в условии задачи и в вопросах, на которые требуется дать ответы. Это позволит целенаправленно проводить работу с конспектом лекций и эффективнее готовиться к аттестации по предмету, используя теоретические материалы, которые помогут в решении задачи. Поскольку решение задач по дисциплине «Эконометрика» связано с расчетом различных показателей, необходимо хорошо ориентироваться в них, что достигается выписыванием терминов, понятий, названий показателей и формул их расчета, а также систематизацией подобных записей. Определив необходимые для решения задачи показатели и формулы их расчета, студенты обычно легко справляются с расчетами, однако полученные цифры не являются конечной целью решения задачи. Задача исследователя, в роли которого выступает решающий учебную задачу студент, не ограничивается получением какого-то числового значения, хотя это важно и полезно само по себе.

Главная цель исследования – дать оценку и интерпретацию полученным значениям, т.е. разъяснить их смысл, оценить статистическую значимость эконометрической модели и ее параметров, сделать вывод о возможности использования данной модели для анализа и прогнозирования. Поэтому решение задачи по эконометрике должно заканчиваться выводами, полученными в результате корреляционно-регрессионного анализа.

2. Методические указания для решения задач с использованием стандартного табличного процессора Microsoft Excel

Расчетно-графическое задание предназначено для практического построения и исследования уравнения линейной регрессии вида:

$$\hat{y} = a + bx$$

Пространственная выборка для построения этого уравнения взята из следующего примера.

Пример 1. Для определения зависимости между сменной добычей угля на одного рабочего (обозначим, переменной y , измеряемой в тоннах) и мощностью угольного пласта (переменная x , измеряемая в метрах) на 10 шахтах были проведены исследования, результаты которых представлены в таблице 1.

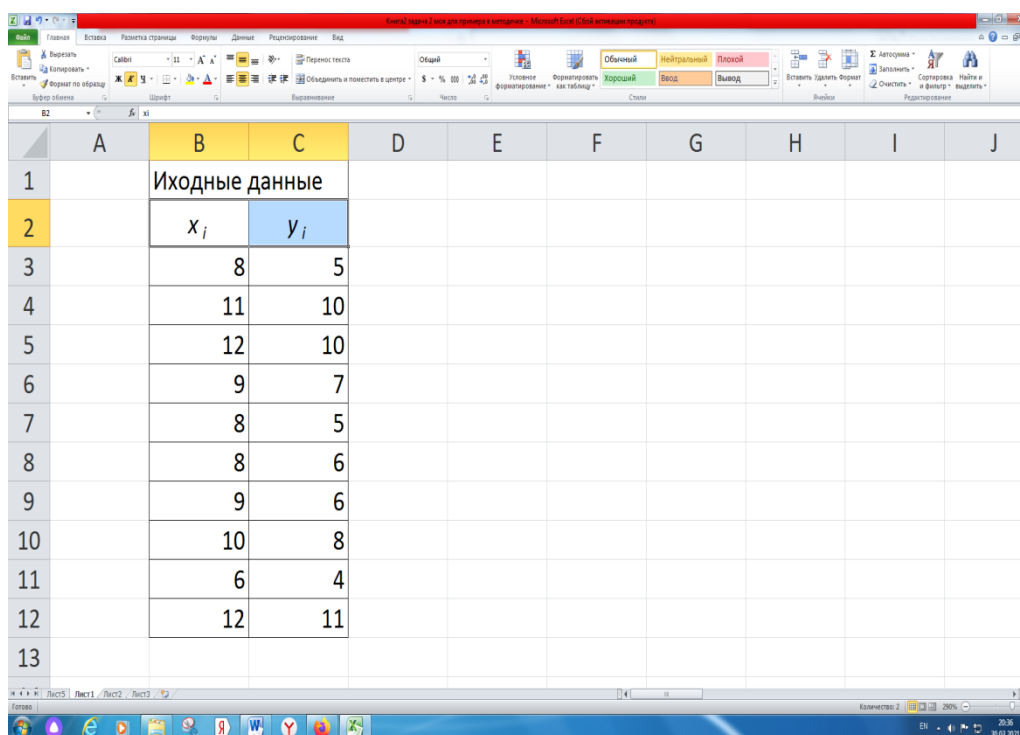
Таблица 1.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	8	11	12	9	8	8	9	10	6	12
y_i	5	10	10	7	5	6	6	8	4	11

1. Постройте поле корреляции и сформулируйте гипотезу о форме связи.
2. Рассчитайте параметры уравнений линейной парной регрессии.
3. Оцените тесноту связи с помощью показателей корреляции и детерминации.
4. Оцените с помощью F-критерия Фишера статистическую надежность результатов регрессионного моделирования (оцените статистическую надежность уравнения регрессии в целом).
5. Оцените с помощью t-критерия Стьюдента статистическую надежность параметров регрессии и коэффициента корреляции.
6. По линейной функции постройте доверительные интервалы для коэффициентов регрессии.
7. Оцените полученные результаты.

Решение задачи с помощью табличного процессора Excel.

Сформируем таблицу с исходными данными для анализа на листе Excel. Скриншот листа Excel с расположенной на нем таблицей исходных данных для корреляционно-регрессионного анализа представлен на рис. 1.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Исходные данные								
2		X_i	Y_i							
3		8	5							
4		11	10							
5		12	10							
6		9	7							
7		8	5							
8		8	6							
9		9	6							
10		10	8							
11		6	4							
12		12	11							
13										

Рис. 1. Скриншот листа Excel с расположенной на нем таблицей исходных данных для решения задачи.

Для выявления корреляционной связи построим поле корреляции.

Поле корреляции – это поле точек, координаты которых (x ; y) определяются значениями факторного и результативного признаков.

Расположение точек на поле корреляции позволяет судить о наличии и о характере связи (нелинейная, а если линейная, то и о направлении, т.е. прямая или обратная).

Графический способ выбора формы связи удобен из-за своей наглядности, поэтому им не следует пренебрегать.

Воспользуемся пунктом основного меню **Вставка** и **Диаграмма точечная**.

Для этого выделим таблицу с данными, после чего надо обратиться к меню **Вставка**, а затем выбрать из множества вариантов диаграмм необходимую нам точечную. Скриншот меню **Вставка**, где можно выбрать вид диаграммы, представлен на рис. 2.

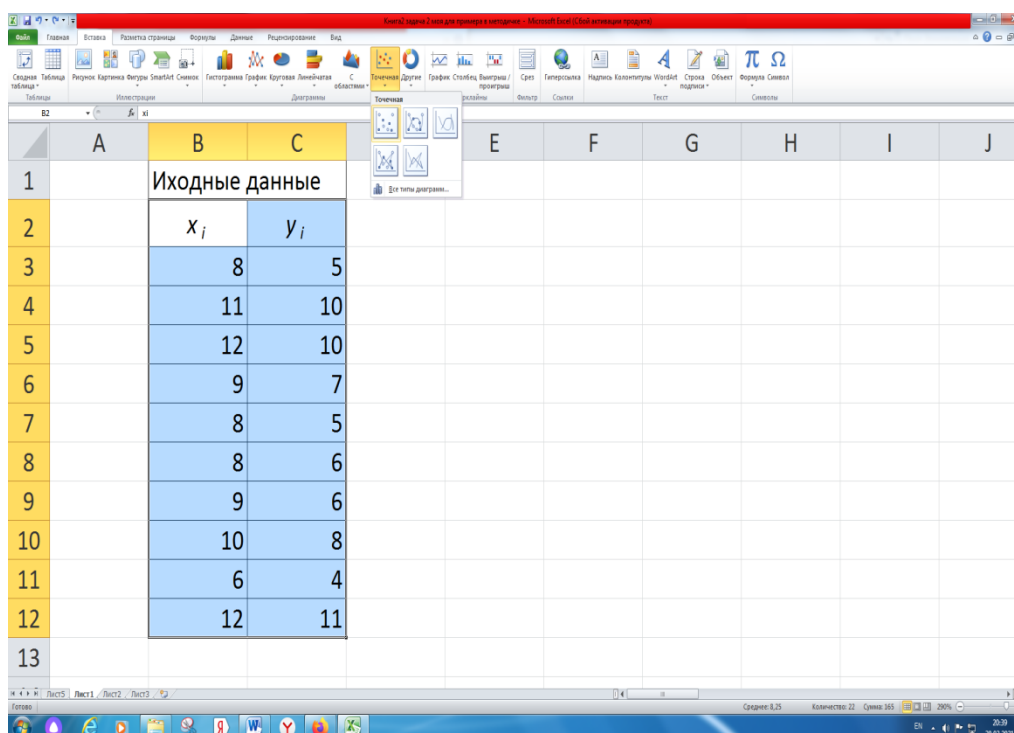


Рис. 2. Скриншот выделенной таблицы для построения поля корреляции.

В итоге получим следующий график поля корреляции.

Расположение точек на графике помогает сформулировать гипотезу о форме связи.

Скриншот листа с полученной диаграммой поля корреляции представлен на рис. 3.

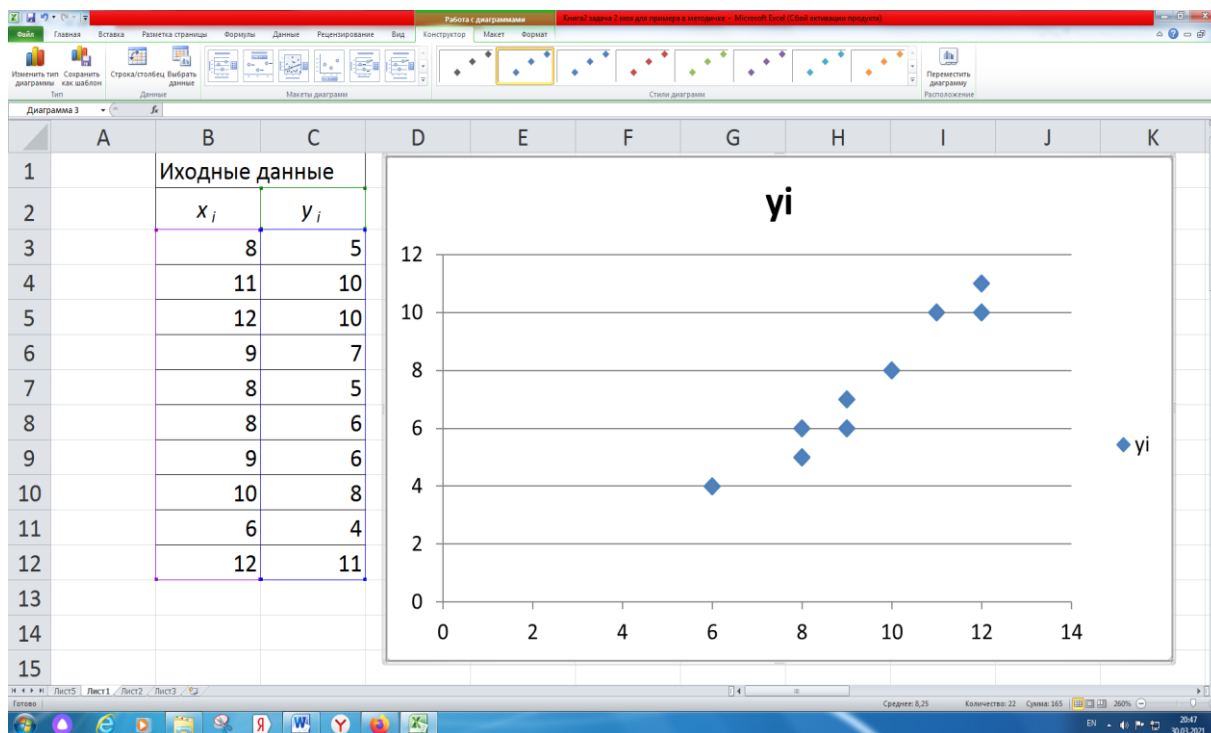


Рис. 3. Поле корреляции для рассматриваемой задачи.

В нашем случае можно предположить, что связь линейная.

Предполагая, что между переменными x и y существует линейная зависимость, необходимо найти аналитическое выражение для этой зависимости, т.е. построить уравнение линейной регрессии.

Для построения парной линейной регрессии необходимо определить параметры регрессии. Для этого можно воспользоваться модулем *Анализ данных* режим *Регрессия* (рис. 4), произведя следующие действия.

1. Выбрать **Данные** → **Анализ данных** → **Регрессия**

В разных версиях табличного процессора модуль *Анализ данных* может располагаться в разных частях меню, если его нет в пункте меню **Данные**, возможно, он находится в пункте меню *Сервис*. Тогда следует выбрать **Сервис** → **Анализ данных** → **Регрессия**.

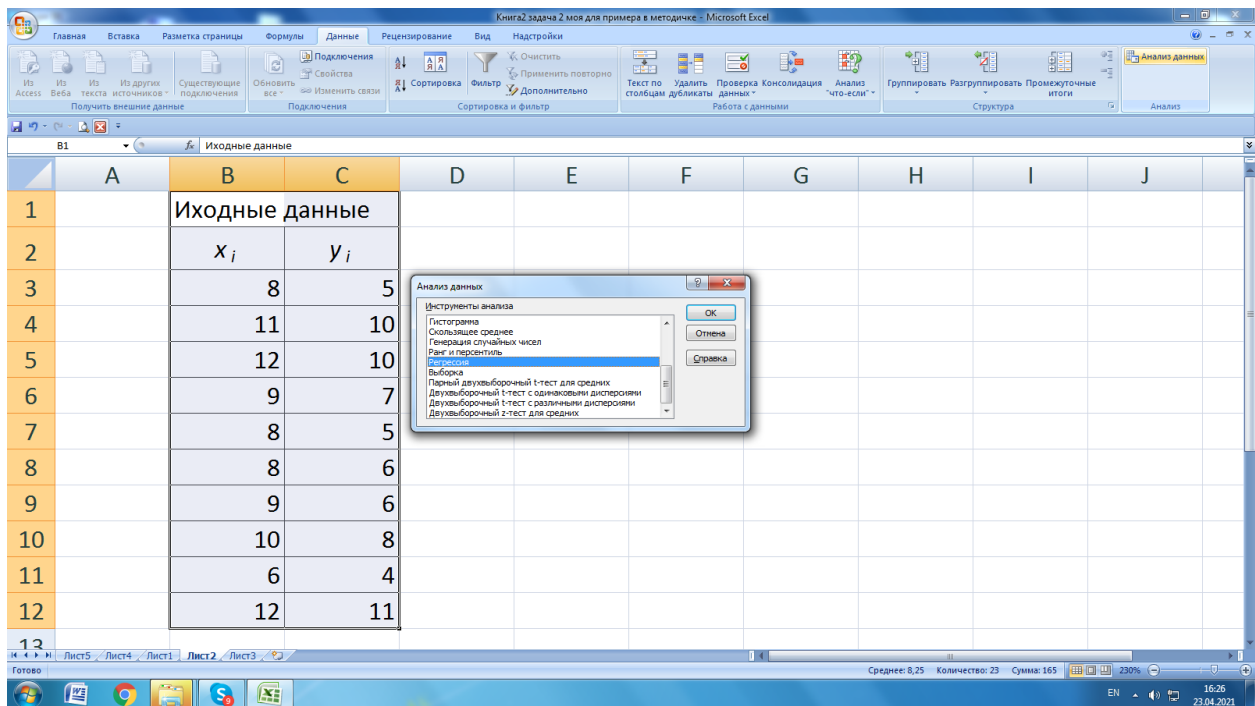


Рис. 4. Скриншот экрана меню **Данные**.

Вид окна модуля **Анализ данных** представлен на рис. 5.

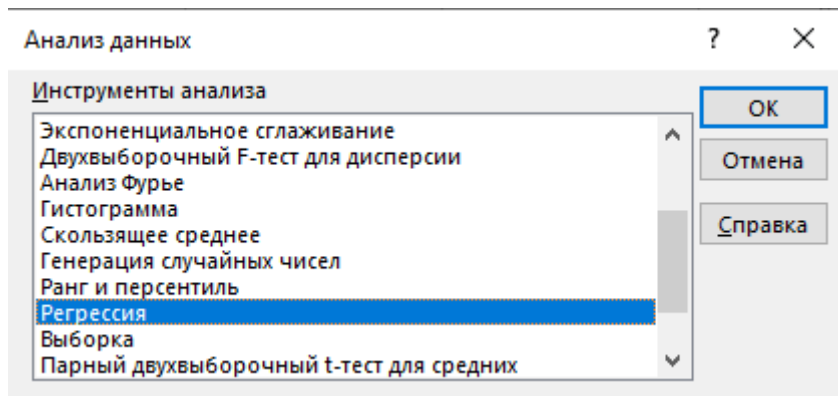


Рис. 5. Окно модуля **Анализ данных**.

- После вызова режима **Регрессия** на экране появляется диалоговое окно. Вид диалогового окна **Регрессия** представлен на рис. 6.

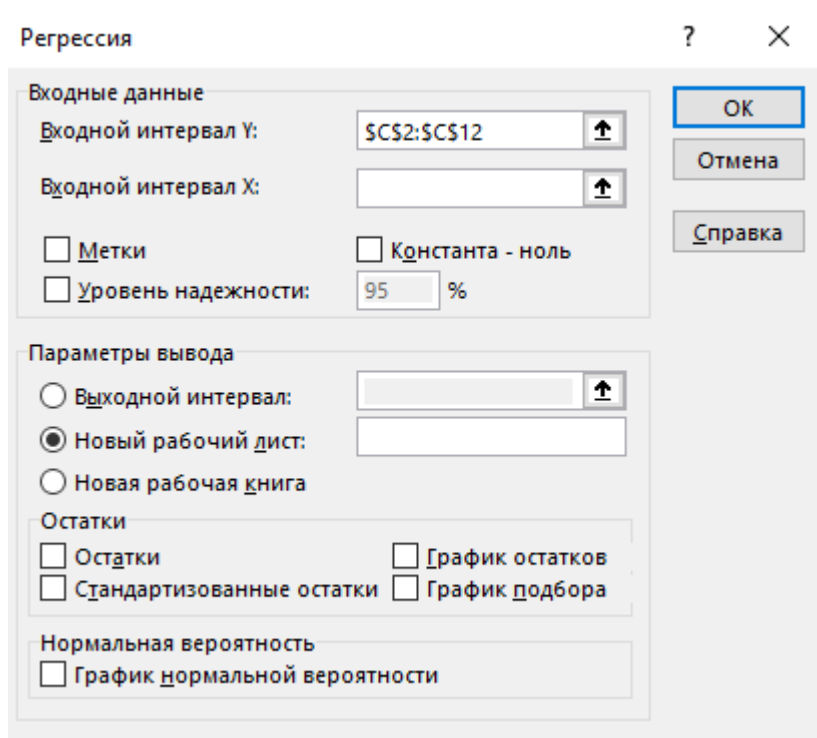


Рис. 6. Диалоговое окно **Регрессия**.

В диалоговом окне задаются следующие параметры:

1. *Входной интервал Y* – вводится диапазон адресов ячеек, содержащих значения y_i (ячейки должны составлять один столбец).
2. *Входной интервал X* – вводится диапазон адресов ячеек, содержащих значения независимых переменных. Значения каждой переменной представляются одним столбцом. В режиме Регрессия можно построить не только линейную парную, но и множественную регрессию. Количество переменных не более 16.
3. *Метки* – включается, если первая строка во входном диапазоне содержит заголовок, чтобы программа не трактовала его как числовые данные. В этом случае автоматически будут созданы стандартные названия.
4. *Уровень надежности* – при включении этого параметра задается надежность при построении доверительных интервалов.
5. *Константа-ноль* – при включении этого параметра коэффициент a (свободный член регрессии) равен 0.

6. *Выходной интервал* – при включении активизируется поле, куда необходимо ввести адрес левой верхней ячейки выходного диапазона, который содержит ячейки с результатами вычислений режима **Регрессия**.
7. *Новый рабочий лист* - при включении этого параметра открывается новый лист, в который, начиная с ячейки A1, вставляются результаты работы режима **Регрессия**.
8. *Новая рабочая книга* – при включении этого параметра открывается новая книга, на первом листе которой, начиная с ячейки A1, вставляются результаты работы режима **Регрессия**.
9. *Остатки* – при включении вычисляется столбец, содержащий остатки для всех точек наблюдений (исходных данных) $y_i - \hat{y}_i, i = 1, \dots, n$.
10. *Стандартизованные остатки* – при включении вычисляется столбец, содержащий стандартизованные остатки.
11. *График остатков* – при включении выводятся точечные графики остатков $y_i - \hat{y}_i, i = 1, \dots, n$, в зависимости от значений переменных $x_j, j = 1, \dots, m$. Количество графиков равно числу m переменных x_j .
12. *График подбора* – при включении выводятся точечные графики предсказанных по построенной регрессии значений \hat{y}_i от значений переменных $x_j, j = 1, \dots, m$. Количество графиков равно числу m переменных x_j .
Для парной регрессии $m=1$, поскольку признак-фактор в модели (уравнении регрессии) только один. Будет построен один график подбора и один график остатков.

3. Решение.

В диалоговом окне **Регрессия** нужно сделать следующее:

- ввести в окне редактирования **Входной интервал Y** диапазон зависимой переменной, что можно сделать, выделив нужный столбец y_i таблицы исходных данных на листе Excel;
- ввести в окне редактирования **Входной интервал X** диапазон факторной переменной x_i ;
- установить флажок **Метки**, если первая строка содержит название столбцов;
- установить флажок **Константа-ноль**, если в уравнении регрессии отсутствует свободный член a ;

- ввести в окне редактирования **Выходной интервал** номер свободной ячейки на рабочем столе (или выбрать новый лист);
- нажать **ОК**.

После этого на новом листе (или на выбранном месте листа) появятся таблицы с результатами работы режима **Регрессия**. Таблицы итогов работы режима **Регрессия** приведены для данной задачи на рис. 7.

Вывод итогов						
<i>Регрессионная статистика</i>						
Множественны	0,968368729					
R-квадрат	0,937737996					
Нормированны	0,929955246					
Стандартная оц	0,645875704					
Наблюдения	10					
<i>Дисперсионный анализ</i>						
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
Регрессия	1	50,2627566	50,262757	120,48928	4,21564E-06	
Остаток	8	3,337243402	0,4171554			
Итого	9	53,6				
	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
У-пересечение	-4,090909091	1,048700812	-3,900931	0,0045387	-6,509217499	-1,6726
xi	1,214076246	0,110604236	10,976761	4,216E-06	0,959022422	1,46913

Рис. 7. Результаты работы режима **Регрессия**.

Дадим краткую интерпретацию показателям, значения которых вычисляются в режиме Регрессия.

а) *Регрессионная статистика:*

Сначала рассмотрим показатели, объединенные названием «Регрессионная статистика». Для удобства эта таблица представлена отдельно на рис. 8.

<i>Регрессионная статистика</i>	
Множественный R	0,968368729
R-квадрат	0,937737996
Нормированный R-квадрат	0,929955246
Стандартная ошибка	0,645875704
Наблюдения	10

Рис. 8. Таблица «Регрессионная статистика»

Значения показателей, необходимых для ответов на вопросы задачи, округлим до трех знаков после запятой.

- Множественный R – коэффициент парной линейной корреляции $r_{xy} = 0,968$;
- R-квадрат- коэффициент детерминации $r^2_{xy} = 0,938$;
- Нормированный R-квадрат - приведенный коэффициент детерминации R^2
- Стандартная ошибка – оценка S для среднеквадратического отклонения Б.
- наблюдения – число наблюдений $n = 10$;

Значение коэффициента парной линейной корреляции говорит о высокой тесноте связи между результатным показателем и факторным.

Значение коэффициента детерминации можно выразить в процентах. Он показывает, что на 93.8% вариация результативного признака определяется вариацией факторного признака.

б) Дисперсионный анализ:

Показатели, объединенные названием «Дисперсионный анализ» для удобства представлены на рис. 9.

<i>Дисперсионный анализ</i>					
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	1	50,2627566	50,262757	120,48928	4,21564E-06
Остаток	8	3,337243402	0,4171554		
Итого	9	53,6			

Рис. 9. Таблица «Дисперсионный анализ»

- столбец df – число степеней свободы для уравнения регрессии (строка **Регрессия**), для остаточной вариации (строка **Остаток**), и общая вариация (строка **Итого**). Для строки *Регрессия* показатель равен m – числу параметров при переменной x ; для строки *Остаток* – равен $n-m-1$; для строки *Итого* (общая дисперсия) – $n-1$;

- столбец SS содержит суммы квадратов отклонений: сумму квадратов отклонений теоретических данных от среднего значения (строка **Регрессия**), сумму квадратов отклонений фактических данных от теоретических (строка **Остаток**) и сумму квадратов отклонений фактических данных от среднего значения (строка **Итого**);

- в столбце MS показаны дисперсии на одну степень свободы: объясненная (факторная) дисперсия (для строки **Регрессия**) и остаточная дисперсия (для строки **Остаток**);

- в столбце F показано расчетное значение F -критерия Фишера, которое сравнивают с табличным $F_{\text{табл}}(\alpha; k_1; k_2)$ при уровне значимости α и степенях свободы $k_1 = m$ и $k_2 = n - m - 1$. При этом, если фактическое значение F -критерия больше табличного, то признается статистическая значимость уравнения в целом. Таблица значений F -критерия Фишера при уровне значимости $\alpha = 0,05$ приведена в Приложении 1;

- в столбце значимость F показано значение уровня значимости, соответствующее вычисленной величине F -критерия и равное вероятности того, что расчетное значение F -критерия меньше или равно табличному. Если вероятность меньше уровня значимости α (обычно $\alpha = 0,05$), то построенная регрессия является значимой;

в) *Перейдем к следующей группе показателей, объединенных в таблице, показанной на рис. 10.*

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t- статистика	P- Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	-4,090909091	1,048700812	-3,900931	0,0045387	-6,5092175	-1,6726
x_i	1,214076246	0,110604236	10,976761	4,216E-06	0,9590224	1,46913

Рис. 10. Продолжение результатов работы режима **Регрессия**

Приведенная на рис. 10 таблица включает, кроме оценок параметров, также их среднеквадратические ошибки, вероятности ошибочного решения (Р-значение), нижние и верхние интервальные оценки параметров с вероятностью 95%.

В столбце *Коэффициенты* показаны значения коэффициентов уравнения регрессии. В строке *Y-пересечение* – представлено значение параметра a , в строке *Переменная x_i* – значение параметра b .

Полученное уравнение регрессии имеет вид:

$$\hat{y} = -4.091 + 1.214 \cdot x$$

В столбце *Стандартная ошибка* представлены значения стандартных ошибок для параметров регрессии;

В столбце *t-статистика* – значения статистик Стьюдента, рассчитанные для соответствующих параметров регрессии. Фактические (расчетные) значения сравнивают с табличными, если фактическое значение больше табличного, то признается статистическая значимость параметра;

В столбце *P-значение* содержатся вероятности случайных событий непревышения расчетной статистикой Стьюдента для соответствующего параметра регрессии табличного значения. Если эта вероятность меньше уровня значимости α (обычно $\alpha = 0,05$), то принимается гипотеза о значимости соответствующего коэффициента регрессии.

Табличное значение *t*-критерия Стьюдента находят по таблице при $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы $n - 2$.

Таблица критических значений *t*-критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10; 0,05; 0,01 приведена в Приложении 1;

Столбцы *Нижние 95%* и *Верхние 95%* - содержат соответственно нижние и верхние интервалы для оцениваемых параметров a и b .

з) ВЫВОД ОСТАТКА – группа показателей, объединенных в таблице, представленной на рис. 11.

ВЫВОД ОСТАТКА		
<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное y_i</i>	<i>Остатки</i>
1	5,62170088	-0,62170088
2	9,263929619	0,736070381
3	10,47800587	-0,47800587
4	6,835777126	0,164222874
5	5,62170088	-0,62170088
6	5,62170088	0,37829912
7	6,835777126	-0,83577713
8	8,049853372	-0,04985337
9	3,193548387	0,806451613
10	10,47800587	0,521994135

Рис. 11. Таблица ВЫВОД ОСТАТКА

Данная таблица выводится, если в диалоговом окне режима Регрессия был задан параметр *Остатки*.

Столбец *Наблюдение* – содержит номера наблюдений;

Столбец *Предсказанное Y* – содержит значения \hat{y}_i , вычисленные по построенному уравнению регрессии;

Столбец *Остатки* – включает значения остатков $y_i - \hat{y}_i$;

Если в диалоговом окне режима *Регрессия* был задан параметр *График подбора*, будет построен точечный график предсказанных по построенной регрессии значений \hat{y}_i от значений переменных $x_j, j=1, \dots, m$. На этом же графике есть точки исходных наблюдений из условия задачи.

Для парной регрессии, построенной в ходе решения рассматриваемой задачи, полученный график представлен на рис. 12.

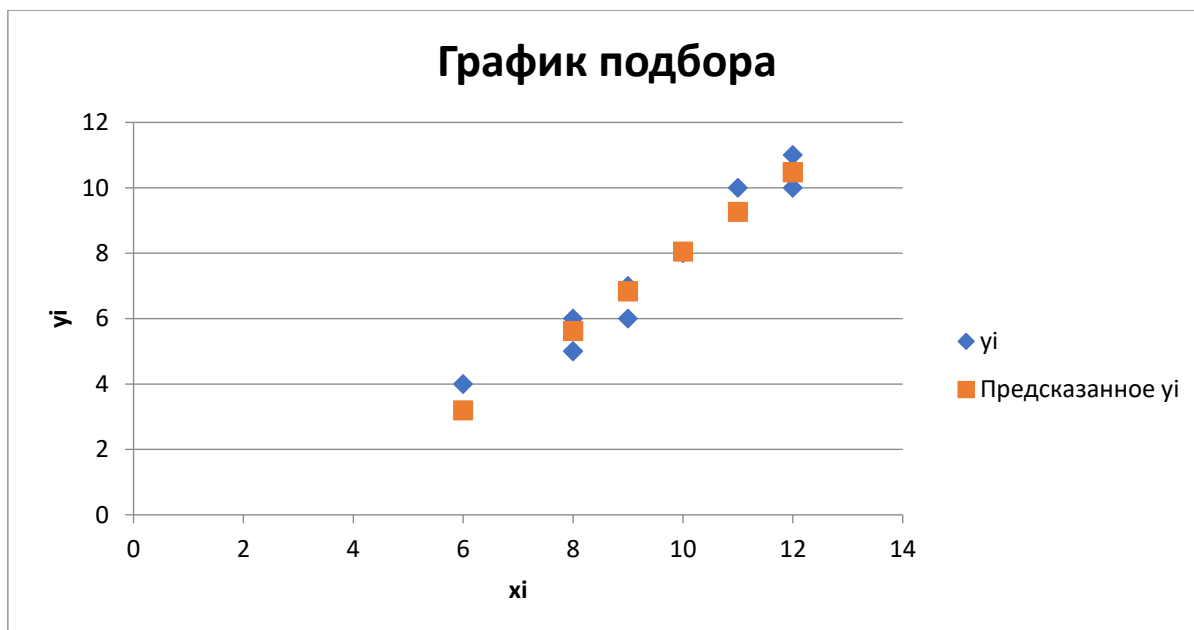


Рис.12. Графическое представление линии парной линейной регрессии для задачи *Примера 1* и наблюдаемых значений

Если в диалоговом окне режима *Регрессия* был задан параметр *График остатков*, будет построен точечный график остатков.

Для парной регрессии, построенной в рассматриваемой задаче, полученный график представлен на рис. 13.

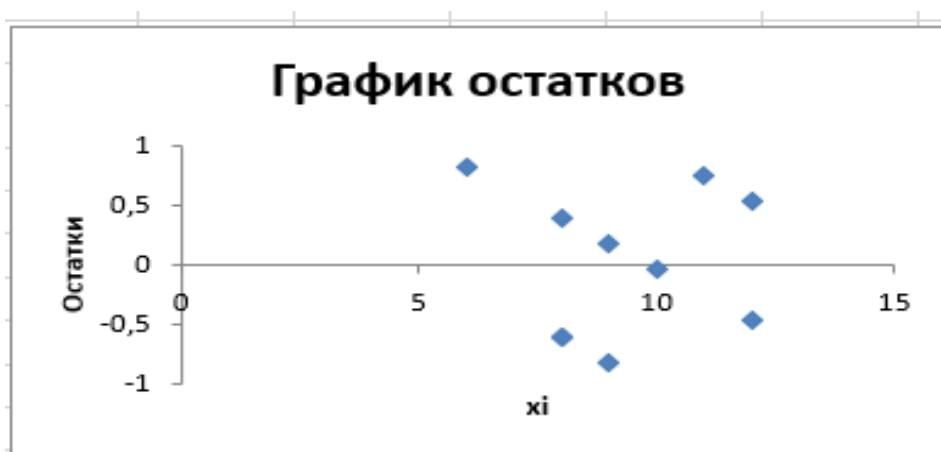


Рис. 13. График остатков.

Наличие чередующихся положительных и отрицательных значений остатков является косвенным признаком отсутствия систематической ошибки (неучтенной независимой переменной) в построении уравнения регрессии.

Аналогично решается задача построения многомерной линейной регрессии, только в отличие от парной регрессии при заполнении параметра **входной интервал X** в диалоговом окне следует указать все столбцы, содержащие значения факторных признаков.

Приложение 1

**1.1. Таблица значений F -критерия Фишера при уровне значимости
 $\alpha = 0,05$**

$k_1 \backslash k_2$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	161,5	199,5	215,7	224,6	230,2	233,9	238,9	243,9	249,0	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1

1.2. Критические значения t -критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10, 0,05, 0,01 (двухсторонний)

Число степеней свободы d.f.	α			Число степеней свободы d.f.	α		
	00,10	0,05	0,01		00,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,5041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	∞	1,6449	1,9600	2,5758