

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

С.Д. Винников

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ
НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ
РЕЧНОГО ПОТОКА

Монография



Санкт-Петербург

2013

УДК 556.536+532.543
ББК 26.222.54

Винников С.Д. Исследование кинематики неустановившегося речного потока. Монография. – СПб.: РГГМУ, 2013. – 104 с.

ISBN 978-5-86813-364-0

Рецензенты: Копалиани З.Д. – к.т.н., зав. лабораторией расчетов и прогнозов речных деформаций ОРП ГГИ; Яковлева Т.И. – к.т.н., зав. отделом гидрометрии и гидрологической сети ГГИ; Субботина Е.С. – к.г.н., доцент кафедры гидрометрии РГГМУ.

В книге рассматриваются положения гидравлики неустановившегося речного потока, исторически принимавшиеся неизменными. Например: конкретизировано понятие модуля расхода, скорости и других гидравлических характеристик; уточняется определение силы трения в турбулентном неустановившемся потоке; показывается, что коэффициент гидравлического сопротивления в таком потоке не зависит от силы инерции; что понимается под силой инерции в случае неустановившегося движения в реке (канале); существенно уточняется запись гидродинамического уравнения Сен-Венана; выполнен анализ слагаемых этого уравнения и приводится их количественная оценка; впервые предлагается формула для расчета средней скорости течения воды в открытом и неустановившемся потоке и ее распределение по глубине потока; рассматривается метод расчета неустановившегося потока без обычных упрощений системы уравнений Сен-Венана. Рассмотрены и многие другие вопросы, связанные с неустановившимся речным потоком, например, вопрос об экстраполяции петлеобразной кривой расходов воды в реке. Апробация рекомендаций осуществлена на натурном материале.

Книга предназначена специалистам гидравликам, гидрологам, аспирантам и студентам-гидрологам.

Vinnikov S.D. Kinematics research of unsettled river stream. Monograph. – St. Petersburg, RSHU Publisher's, 2013. – 104 pp.

Theses of hydraulics of unsettled river stream that were considered historically as unchanged are examined in the book. For example: idea of modulus of consumption, velocity and other hydraulic characteristics are concretized; determination of frictional force in turbulent unsettled stream is specified, it is shown that hydraulic resistance coefficient in the stream does not depend on inertial force; it is shown what is understood as inertial force in case of unsettled movement in a river (canal); writing of hydrodynamic equation by Saint-Venant's is made more exact; analysis of addend of the equation is accomplished and their quantitative estimate is given; apparently formula for computation as well average flow velocity of water in an open and unsettled stream as its distribution on stream depth; analysis technique of unsettled stream is considered without usual simplifications of system of equations by Saint-Venant's. Many other issues connected with unsettled river stream are considered, for example issue of extrapolation of loop-shaped curve of water consumption in a river. Approvement of recommendations is made on the life material.

The book is intended for specialists hydraulics, hydraulicists, post-graduates and students-hydrologists.

ISBN 978-5-86813-364-0

© Винников С.Д., 2013

© Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2013

Данная работа посвящена памяти широко эрудированной и приятательной личности своего времени – профессору, доктору технических наук, заслуженному деятелю науки и техники, почетному члену Тулузского университета Борису Владимировичу Проскуракову (1901 – 1993 гг.), возглавлявшему с 1945 по 1963 годы Всесоюзный научно-исследовательский институт гидротехники им. Б.Е.Веденева, а затем преподававшему на кафедре гидрофизики и гидропрогнозов гидрологического факультета Российского государственного гидрометеорологического университета.

Заслуживает благодарности и директор Государственного гидрологического института, канд. техн. наук Валерьян Андреевич Урываев (1908 – 1968 гг.) за постановку глобальной и до сих пор не повторенной никем задачи всестороннего натурного исследования неустановившегося движения потока в реке (реки Тверца и Свирь) и осуществление общего руководства этими исследованиями. Исследования на р. Тверце и явились доказательной базой предлагаемых разработок.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	6
1. Краткие сведения о натуральных исследованиях неустановившегося движения потока в р. Тверце.....	8
2. К анализу некоторых гидравлических характеристик потока реки.....	12
3. Исследование кривых расходов воды.....	15
3.1. Варианты движения потока в реке.....	15
3.2. Исследование степени нестационарности речного потока.....	18
4. Гидравлическое сопротивление в безнапорном речном потоке.....	22
5. Анализ критериальных зависимостей Рейнольдса и Фруда применительно к автомоделльной области турбулентного потока.....	28
6. Разработка формулы, предназначенной для расчета скорости течения воды в потоке реки при его неустановившемся движении.....	38
6.1. Разработка формулы, предназначенной для расчета средней скорости течения воды в потоке реки при его неустановившемся движении.....	39
6.2. Разработка формулы для расчета распределения скорости течения по глубине речного потока при его неустановившемся движении.....	43
7. Экстраполяция максимальных расходов воды при нестационарном движении руслового потока.....	49
8. Построение обобщенных графиков уровней, расходов воды и средних скоростей течения в реке.....	57
8.1. График следования уровней воды в реке в отметках.....	57
8.2. График следования расходов воды в реке.....	62
8.3. График следования скоростей течения воды в реке.....	67
9. Гидродинамическое уравнение Сен-Венана и его интерпретация.....	70
9.1. Анализ слагаемых гидродинамического уравнения Сен-Венана.....	70

9.2. Вывод гидродинамического уравнения движения жидкости в новой его записи.....	73
9.3. Оценка доли слагаемых уравнения Сен-Венана в новой его записи.....	76
9.4. Формула для расчета волновой скорости речного потока.....	83
10 Расчет неустановившегося движения потока воды в реке.....	90
10.1. Исходные данные для расчета неустановившегося движения воды в прямолинейном канале.....	91
10.2. Конечно-разностная аппроксимация уравнения, описывающего трансформацию волны попуска.....	92
10.3. Разработка программы для расчета неустановившегося движения воды в прямолинейном канале.....	94
Заключение.....	96
Литература.....	99

Введение

К настоящему времени опубликовано большое число учебников, пособий, наставлений, руководств и научных статей по гидрометрии и речной гидравлике. В этих работах в той или иной степени затрагивается проблема сопротивления речного русла, оказываемого потоку воды. Проблема эта сложная и практически важная, но особого развития в последнее десятилетие не получила видимо из-за традиционного подхода к ее изучению. Для дальнейшего ее развития необходим поиск новых (нетрадиционных) путей исследования движения речного потока. Приведенные ниже результаты разработок в этом направлении по нашему мнению и являются такими исследованиями. Большинство затрагиваемых нами вопросов в некоторой степени уже освещались учеными, но должного развития не получили. К ним относятся, например, такие исследования, как построение графика следования уровней, скоростей и расходов воды [1, 2, 5], связь расхода воды с уклоном водной поверхности, связь между уровнем, уклоном и скоростью (расходом) воды [5, 10 и др.], применение модулей гидравлических характеристик и формулы Шези к реальным потокам и некоторые другие вопросы. В то же время нами предлагается совершенно новый подход к описанию неустановившегося движения речного потока с введением понятия дополнительной скорости течения, обусловленной силой инерции. А это, в свою очередь, позволило получить уравнение для описания кинематической волны, отличающееся в своей записи от гидродинамического уравнения Сен-Венана, предложенного ранее [6, 12 и др.]

При подсчете ежедневных расходов воды в реке с использованием кривой расходов воды часто возникают проблемы в случае, если эта кривая не однозначная, а петлеобразная. Такая кривая, как правило, по различным и известным нам причинам недостаточно полно освещена измеренными расходами. Следовательно, необходимо выполнить интерполяцию между точками этой сложной кривой. Если методы экстраполяции (интерполяции) кривой расходов для устойчивой однозначной кривой разработаны достаточно хорошо, то для петлеобразной кривой, характерной для неустановившегося движения воды в потоке, такие методы находятся все еще в стадии разработки, а уже существующие не дают надежных результатов [18, 22, 26, 27]. С це-

лью восполнения этого пробела в книге также предлагается новый метод экстраполяции (расчета) кривой расхода воды.

И, наконец, отличительной чертой всех аналитических и графических связей в данной работе является введение в рассмотрение уклона и отметки водной поверхности.

Выполненные нами исследования позволяют рекомендовать замену измерений расходов воды при высоких наполнениях русла реки наблюдениями над уклоном водной поверхности. Уместно здесь привести по этому поводу слова известного специалиста – гидрометра Д. Е. Скородумова, сказанные им еще в 1965 г. [39]: «...наконец, может быть выдвинут вопрос о замене измерений расходов при высоких уровнях наблюдениями над уклонами водной поверхности. При наличии разработанного на основе гидравлики метода построения кривых расходов такой путь представляется весьма целесообразным: трудоемкие и не всегда обещающие надежный результат паводочные работы по измерению расходов заменяются значительно более простыми и поддающимися автоматизации наблюдениями над уровнями (к которым сводятся измерения уклонов)». Здесь же следует сказать, что вопросам оптимизации процессов наблюдений и автоматизации измерений гидравлических характеристик, в том числе и уклона водной поверхности, посвящена работа В. В. Коваленко [26].

В заключение следует отметить, что все предлагаемые к рассмотрению вопросы апробированы на натурном материале, опубликованном в работе [19], а их обсуждение велось на кафедрах гидрометрии, гидрофизики и гидропрогнозов РГГМУ. Подобные исследования неустановившегося движения воды в зимних и летних условиях были выполнены и на реке Свири. Важным отличием для этих исследований является наличие подпора от Ладожского озера почти на всем рабочем участке реки. Чтобы учесть это обстоятельство необходимо условные отметки уровней воды в реке пересчитать в абсолютные, прибавив ровно 1 м.

1. Краткие сведения о натуральных исследованиях неустановившегося движения потока в р. Тверце

Исследования неустановившегося движения воды были выполнены Государственным гидрологическим институтом на р. Тверце при специальных попусках из Новотверецкого водохранилища с 4.08 по 18.08.59 г. Участок, охваченный измерениями, равен 48 км. Измерялись вдоль реки уровни воды, скорости течения и уклоны водной поверхности на 8 гидростворах и только уровни воды на 32 водомерных постах. Во всех случаях попуски воды осуществлялись при некоторой начальной глубине в нижнем бьефе ГЭС. В зависимости от интенсивности подъема или спада уровня воды характеристики потока измерялись через 5, 15, 30 и 60 минут и представлены они в литературном источнике [19].

Ниже будут рассмотрены связи между различными гидравлическими характеристиками потока реки. Они устанавливаются на примере трех гидростворов р. Тверцы: № 2, 3, 4. Гидростворы на р. Тверце расположены на следующем расстоянии от плотины ГЭС: № 2 – 1.38 км, № 3 – 4.88 км, № 4 – 11.82 км. Гидроствор № 2, для которого выполнен наиболее глубокий анализ гидравлических характеристик, расположен в отводящем канале [19, стр. 13]: «отводящий канал ГЭС от створа Новотверецкой ГЭС до впадения в р. Тверцу длиной 1,5 км. Канал слабоизогнутый в плане, с незатопляемыми бровками. Ширина канала при низких уровнях 22 – 25 м, глубина от 1.5 м в начале до 4.2 м в середине участка (1.13 км) и 2.5 м в его конце. При наибольшем попуске уровень воды на участке поднимался на 1.8 – 2.1 м. Канал сооружен с помощью взрывов и его откосы планировке не подвергались. Поэтому при его в общем правильном дугообразном очертании в плане имеются небольшие местные искривления.

Поток протекает в крутых берегах (до 45 – 50°), высоких (около 6 м) в начале участка и относительно низких в нижней части (1.4 м), слабо задернованных, местами поросших кустарником ольхи. Откосы берегов сложены смешанным материалом разрушений при взрыве моренной гряды (суглинком, песком, галькой, валунами). Местами откосы оползают и вдоль подошвы их встречаются небольшие уступы высотой около 0.5 м, шириной 1 – 2 м, с задернованной, местами покрытой низкорослым кустарником поверхностью. Подмыв откосов потоком выражается в образовании отдельных мелких ниш размыва. Дно

канала сложено преимущественно мелкой (1 – 3 см), плохо окатанной галькой. В нижней, большей части участка, преобладают глинисто-песчаные отложения с галькой; крупных, хорошо оформленных скоплений наносов (гряд, кос, побочней и т.д.) не обнаружено».

В районах других гидростворов р. Тверцы дно русла сложено песчано-глинистыми грунтами, устойчивое, река извилистая с пойменными участками, заросшими осокой и кустарником.

На рис. 1.1 представлен график хода уровня воды в отметках с течением времени в гидростворе № 2, на рис. 1.2 – соответственно график хода расхода воды, а на рис. 1.3 приведены петлеобразные кривые расходов воды в гидростворе № 2 для всех попусков воды из водохранилища. Число измеренных расходов достигает нескольких сотен в каждом из гидростворов. На рисунке 1.3 приведены и изолинии равных уклонов водной поверхности I . Как видим на рисунке, прослеживается не только соответствие уклона водной поверхности фазам попусков – уклоны возрастают при следовании по часовой стрелке, но и связь между расходом воды и уклоном – чем больше уклон, тем больше расход. Впервые такую связь отметил Н. А. Гириллович [11]. На рисунке 1.3 показана и расходная кривая $Q = f(z)$ для случая равномерного движения потока, рассчитанная авторами работы [19]. Эта кривая относительно хорошо совпадает с изолинией уклона водной поверхности 0.18 ‰, что говорит о том, что равномерное движение потока в р. Тверце в районе второго гидроствора осуществляется при уклоне 0.18 ‰. Приведенное значение соответствует и уклону дна русла на этом участке реки.

С учетом сказанного выше, можно сделать вывод, что, если русло реки в районе гидроствора не деформируется, то во всех случаях движения потока при выполненных измерениях уровня воды и, соответственно, уклонов водной поверхности, с целью определения расхода воды можно пользоваться графиками изолиний уклонов, приведенных на этом рисунке, как тарифовочными кривыми гидроствора. Этот прием позволит облегчить определение расходов воды в период паводка (ледохода), а также определить его в экстремальных случаях.

Согласно традиционной классификации [22] рекомендуется подразделять уклон водной поверхности реки на общий, локальный и частный уклоны. Уклоны поверхности воды, приведенные в материалах исследований выполненных на реке Тверце, следует отнести, по нашему мнению, к частному уклону. Эта причина, а также та, что ук-

лон на гидростворах измерен с невысокой точностью (с точностью до 1‰ – хотя и по наставлению) и из-за нерепрезентативности отдельных водомерных постов, побудили нас оперировать с локальным уклоном, полученным с помощью кривых водной поверхности. Они строились с использованием как опубликованных данных измерений на водомерных постах [19], так и не опубликованных, хранящихся в архиве ГГИ. Считаем, что в этом случае уклон водной поверхности является интегральной характеристикой потока. В результате такого действия для гидростворов р. Тверцы получили в некоторых случаях существенно отличающиеся значения уклонов от их значений, приведенных в материалах [19]. Установлено, что относительно пониженная надежность измеренных данных характерна особенно для моментов подъема уровня воды при попусках, когда его градиенты $\partial z/\partial t$ имели большие значения (порядка 10 сантиметров в минуту) и периода спада уровня, когда значения уклонов приближались к нулевым величинам.

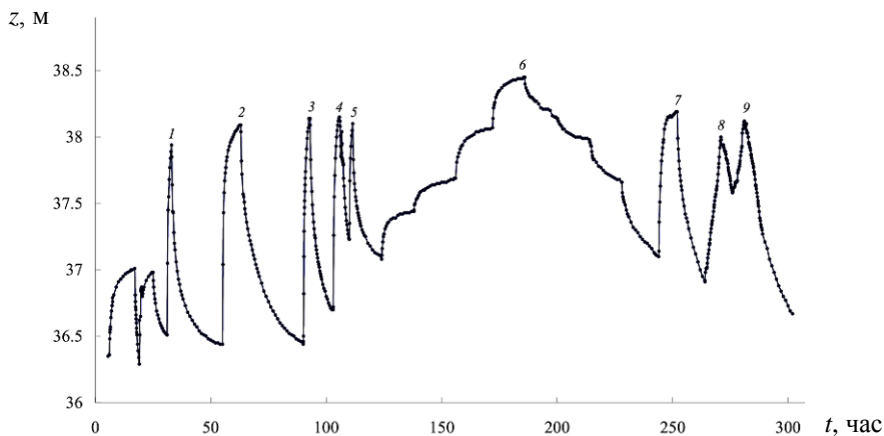


Рис. 1.1. Ход уровня воды в гидростворе № 2 р. Тверцы.

1 – 9 – номера попусков воды из Новотверецкого водохранилища,
 - - - - - моменты измерения расхода воды.

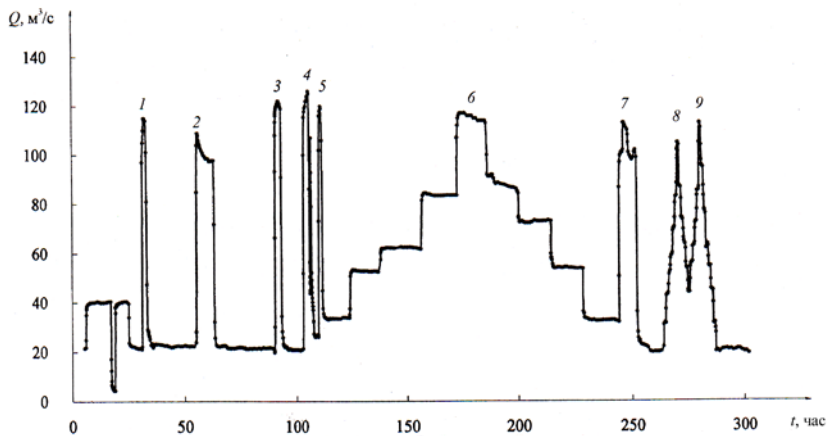


Рис. 1.2. Ход расходов воды в гидростворе № 2 р. Тверцы.

1 – 9 – номера пусков воды из водохранилища.

z , м

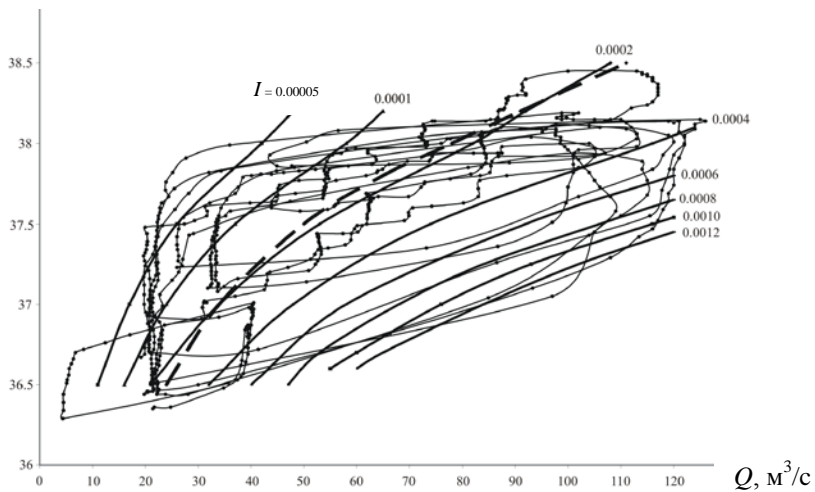


Рис. 1.3. Петлеобразные кривые расходов воды с изолиниями уклона водной поверхности в гидростворе № 2 р. Тверцы.

Штриховая линия – расходная кривая при равномерном движении потока, построена согласно работе [19].

2. К анализу некоторых гидравлических характеристик потока реки

С целью более четкого восприятия новых предложений по решению задач речной гидравлики ниже будут рассмотрены только одномерные потоки жидкости.

Поток воды в реке, средняя скорость которого подчиняется условию

$$v = f_1(x), \quad (2.1)$$

где x – продольная координата движущихся частиц жидкости, называется стационарным, а движение их в реке установившимся. Установившееся движение жидкости подразделяется на равномерное и неравномерное. В дальнейшем из этих двух движений мы будем рассматривать только равномерное движение.

Нам известно, что равномерным движением называется такое движение, при котором гидравлические элементы (характеристики) потока при переходе от одного сечения к другому остаются постоянными. При этом уклоны водной поверхности i_p и дна i_d реки равны, а связь между скоростями (расходами) и уровнями воды (глубиной потока H в сечении) однозначная и описывается она формулой Шези

$$v_p = C \sqrt{H i_p}, \quad (2.2)$$

где v_p – средняя скорость потока при его равномерном движении; C – коэффициент Шези; H – глубина потока; i_p – уклон водной поверхности при равномерном движении потока.

В том случае, когда скорость жидкости в каждой точке потока не сохраняет во времени свое значение, т.е.

$$v = f_2(x, t), \quad (2.3)$$

где t – время, он называется нестационарным, а движение жидкости неустановившимся. В этом случае при одних и тех же уровнях воды в реке при подъеме уровня скорости (расходы) воды больше, чем при

спаде уровня. В результате образуется неоднозначная кривая скоростей (расходов) в виде так называемой паводочной петли (рис. 2.1). Принято считать, что эта кривая описывается гидродинамическим уравнением Сен-Венана

$$I = \frac{\alpha_0}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v^2}{C^2 H}, \quad (2.4)$$

где I – уклон водной поверхности реки; α_0 и α – коррективы скорости (в дальнейшем будем принимать их равными единице); g – ускорение свободного падения; v – средняя скорость потока в сечении реки, значение которой будет уточнено в следующем параграфе.

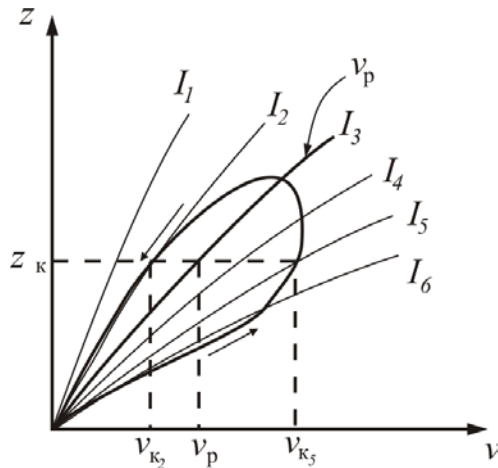


Рис. 2.1. Схема петлеобразной кривой скорости потока с изолиниями уклона водной поверхности.

$I_j (j = 1-6)$; v_{k5} , v_{k2} , v_p – скорости при отметке водной поверхности потока z_k соответственно при подъеме и спаде уровня воды и при равномерном движении потока; стрелка показывает направление подъема и спада уровня воды.

Однако, метод решения уравнения (2.4) с целью расчета этой петлеобразной кривой скоростей (расходов) до сих пор не разработан. Предложение Коваленко В.В. [27, 28], заключающееся в переходе от

уравнения в записи (2.4) к уравнению Риккати (при этом выполняется совместное решение уравнения (2.4) с уравнением неразрывности) в следующем виде:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = f_1(x_0, t)Q^2 + f_2(x_0, t)Q + f_3(x_0, t), \quad (2.5)$$

где $f_1(x_0, t) = -g/(C^2 RF)$; $f_2(x_0, t) = (2\alpha/F)\partial F/\partial t$; $f_3(x_0, t) = gIF$; Q – расход воды; F – поперечное сечение потока; R – гидравлический радиус, также не является выходом из сложившейся ситуации.

Из его работы следует, что $\frac{\partial Q}{\partial t}$ определяет изменение расхода воды с наполнением русла реки. В действительности эта производная есть изменение расхода во времени в гидростворе при $H = \text{const}$, что следует из уравнения (2.4). Если при $H = \text{const}$ и различных уклонах водной поверхности I определим скорости потока (расходы) и эту процедуру повторим при различных глубинах H_k , то только тогда сможем построить петлеобразные кривые скоростей (расходов), представленных в качестве примера на рисунках 1.3 и 2.1.

К следующему замечанию следует отнести принятие одного и того же значения скорости v в (2.4) или расхода в (2.5) во всех слагаемых рассматриваемых уравнений. Физический смысл слагаемых уравнения (2.4) и значение скорости в каждом из этих слагаемых дается нами в п.9.

В речной гидравлике выделяют еще и квазиустановившееся (квазиравномерное) движение воды в реке. Это такое неустановившееся движение, когда интенсивность изменения уровня воды практически успевает следовать за интенсивностью изменения расхода воды. В таком случае говорят, что точность определения ширины петли не выходит за пределы точности измерений расхода воды. В этом случае связь (2.3) принимается однозначной.

Анализ гидравлических характеристик потока реки, используемых в наших исследованиях, выполнен по материалам экспедиции Государственного гидрологического института (ГГИ), осуществившей специальные попуски воды из Новотверецкого водохранилища, расположенного на р. Тверца, в 1959 году [19].

3. Исследование кривых расходов воды

3.1. Варианты движения потока в реке

Установление физической сущности слагаемых в уравнении (2.4) и значения скорости в этих слагаемых нами выполняется ниже в п. 9.1 (уравнение (9.9)). Результатом этого анализа явилась новая запись гидродинамического уравнения Сен-Венана (2.4), а именно:

$$I = \frac{\alpha_0}{g} \frac{\partial v_v}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} v_v \frac{\partial v_v}{\partial x} + \frac{v_p^2}{C^2 H}, \quad (3.1)$$

где $v_v = v - v_p$.

Проанализируем это уравнение с целью возможных вариантов движения потока в реке. Соответственно этим вариантам движения потока коротко рассмотрим кривые расходов воды в гидростворе и предложения по их экстраполяции до наивысших уровней воды.

1. Если имеем случай движения потока, когда градиенты $\frac{\partial v_v}{\partial t} = 0$ и $\frac{\partial v_v}{\partial x} = 0$, то $I = i_p$ – будет наблюдаться установившееся равномерное движение воды в реке со скоростью v_p . В этом случае линии водной поверхности и дна русла реки параллельны ($i_p = i_d$). Наполнение русла происходит равномерно по всей его длине. Это характерно для периода снеготаяния или равномерного выпадения жидких осадков на водосбор реки. Измеренные расходы позволят построить однозначную кривую. Если морфометрические характеристики реки с наполнением русла изменяются, то она будет иметь некоторую кривизну. Экстраполяция этой кривой за пределы диапазона измерения расходов воды осуществляется методами, в основе которых лежит формула Шези (2.2).

2. Если имеем случай движения потока, когда $\frac{\partial v_v}{\partial t} = 0$, а $I \neq i_p$, то будем иметь $\Delta I = \frac{\alpha v_v}{g} \frac{\partial v_v}{\partial x}$ – движение неравномерное установившееся. В этом случае $\Delta I = I - i_p = \text{const}$. Это движение можно также

назвать квазиравномерным движением, так как на практике оно имеет место в основном при небольших продольных уклонах водной поверхности, близких к уклону i_p . В данном варианте мы также будем иметь однозначную кривую расходов воды, так как отклонение точек измеренных расходов в процентном отношении от этой кривой будет находиться в пределах точности их измерения. Методы экстраполяции кривой применяют те же, что и в предыдущем случае.

3. Если имеем случай движения потока, когда $\frac{\partial v_v}{\partial t} \neq 0$, $I \neq i_p$, а $\frac{\partial v_v}{\partial x} = 0$, то будем иметь $\Delta I = \frac{\alpha_0}{g} \frac{\partial v_v}{\partial t}$ – нестационарное движение

(квазиустановившееся). Как и в предыдущем случае $\Delta I = const$. Кривая расходов в гидростворе однозначная. Наполнение русла обусловлено притоком воды с водосбора, равномерно убывающим по длине реки. Методы экстраполяции этой кривой за неимением предложений остаются прежними, как и в предыдущих случаях.

4. Если имеем самый общий случай движения потока – неустановившееся, то в этом случае имеем $\frac{\partial v_v}{\partial t} \neq 0$, $\frac{\partial v_v}{\partial x} \neq 0$, $I \neq i_p$. Кривая расходов имеет выраженный петлеобразный вид. При этом необходимо рассматривать два случая петлеобразных кривых.

Первый случай: русло недеформируемое, $I > i_p$ или $\Delta I > 0$ – происходит возрастание расходов с повышением уровня воды в реке. При этом образуется правая ветвь петлеобразной кривой расходов в гидростворе. После достижения максимальной отметки водной поверхности потока она переходит в левую ветвь с убыванием расходов. Для этой ветви справедливы уже другие неравенства уклонов: $I < i_p$ и $\Delta I < 0$.

Для экстраполяции петлеобразной кривой расходов воды за пределы диапазона измерений приемлемых решений до настоящего времени не имеется: все они приближенные. Так, например, если имеет место не четко выраженная петля, то для неё И.Ф.Карасев [23] рекомендует следующую связь расхода с площадью поперечного сечения русла реки F :

$$Q = Q_0 (F/F_0)^m, \quad (3.2)$$

где Q_0 и F_0 – соответственно известные расход воды и площадь поперечного сечения в момент, предшествующий периоду, для которого выполняется экстраполяция расхода; m - показатель степени, определяемый по данным предыдущих двух измерений.

Также приближенное значение расхода воды получим, если воспользуемся формулой Джонса

$$Q = Q_0 \sqrt{1 + \varepsilon_n}, \quad (3.3)$$

рекомендуемой Международным стандартом ИСО-1100-73, где Q_0 –

последний измеренный расход воды; $\varepsilon_n = \frac{1}{i_p v_Q} \frac{\partial z}{\partial t}$ – параметр нестационарности потока; v_Q – скорость добегания расхода; $\frac{\partial z}{\partial t}$ – изменение

отметки водной поверхности во времени. Обращаясь к формуле (3.3), следует отметить, что нестационарность движения потока характеризует изменение продольной скорости во времени $\frac{\partial v}{\partial t}$, а не уровня

воды $\frac{\partial z}{\partial t}$. Этот последний градиент характеризует нестационарность

уровня водной поверхности, который может изменяться во времени и при равномерном движении. Поэтому расчет расхода воды по формуле (3.3) не позволяет получить точный результат.

Для экстраполяции, в том числе и явно выраженной петлеобразной кривой скоростей (расходов), нами предложены формулы (6.7), (6.16), (6.19) и (9.35), позволяющие рассчитать скорость течения при неустановившемся движении потока в реке.

Для экстраполяции, в том числе и явно выраженной петлеобразной кривой скоростей (расходов), нами предложены формулы (6.7), (6.16), (6.19) и (9.35), позволяющие рассчитать скорость течения при неустановившемся движении потока в реке.

Второй случай: русло деформируемое. Если происходит интенсивное отложение наносов (грядобразование, образование побочной, осередков и т.п.), вызванное уменьшением скорости течения в связи с увеличением глубины потока, наличия переменного подпора от нижележащего участка реки или от образования затора льда и в других аналогичных случаях повышения сопротивления потоку. В этом случае имеем $i_d < i_p$, где i_d – уклон дна; $\Delta l > 0$ – происходит возрастание расходов с увеличением глубины потока, но по кривой расходов, расположенной левее однозначной кривой. При достижении макси-

мальной глубины потока будем иметь: $\Delta I = 0$, $i_d = i_p$, $Q = Q_p$. Затем в период уменьшения воздействия подпора (с уменьшением гидравлического сопротивления русла) уровни воды будут понижаться, а кривая расходов пойдет правее однозначной кривой расходов воды. Для этого периода характерно: размыв-намыв отложений на дне реки, $\Delta I < 0$, $i_d > i_p$, расходы воды уменьшаются с глубиной. Методы экстраполяции применяются те же, что и в первом случае.

Таким образом, в результате выполненного анализа уравнения Сен-Венана в нашей записи установили, что процесс расплывания паводочной и других волн при их движении в открытых водотоках (с которым связана ширина петлеобразной кривой расходов) зависит от соотношения уклона водной поверхности реки при неустановившемся движении потока I и уклона при равномерном его движении i_p , а также от пропускной способности русла и его устойчивости к деформации, определяющей уклон дна i_d . Об этом можно сказать несколько иначе: наличие первых двух слагаемых справа в уравнении (3.1) обуславливает ход расходной (скоростной) кривой – конвективное ускорение $v_v \frac{\partial v_v}{\partial x}$ определяет деформацию движущегося тела на расстоянии Δx , т.е. прогиб водной поверхности (в нашем случае под телом понимается часть движущейся волны воды) и отражает состояние тела в данный момент времени (рис. 9.2), локальное же ускорение $\frac{\partial v_v}{\partial t}$ отражает инертность тела и характеризует перенос массы тела через гидроствор в единицу времени. Это второе ускорение учитывает состояние тела, предшествующее настоящему времени при отметке z (глубине $H = \text{const}$), т.е. до момента прихода волны сверху со скоростью v при уклоне водной поверхности I . Предполагается, что до прихода волны при отметке z наблюдалось равномерное движение потока со скоростью v_p . Следовательно, ширина петли кривой расходов зависит от значений конвективного и локального ускорений при отметке z .

3.2. Исследование степени нестационарности речного потока

Согласно изложенному выше, прежде чем выполнять экстраполяцию кривой расходов воды, мы должны установить, имеем дело с однозначной или петлеобразной кривой и насколько велика ширина

петли. С этой целью рассмотрим теперь параметр, характеризующий степень неравномерности неустановившегося движения потока. Обычно его называют параметром нестационарности потока. Считаем, что это последнее определение недостаточно точное, т.к. при неустановившемся движении скорость потока изменяется не только во времени

$\left(\frac{1}{g} \frac{\partial v_v}{\partial t} \right)$, что и определяет нестационарность потока, но еще и

по его длине $\frac{v_v}{g} \frac{\partial v_v}{\partial x}$, т.е. $v_v = f(x, t)$. Следовательно, параметр нестационарности, согласно уравнению Сен-Венана (3.1)

$$\chi = f\left(\frac{\partial v_v}{\partial t}, v_v \frac{\partial v_v}{\partial x}\right).$$

Одну из первых рекомендаций по определению этого параметра встречаем при пользовании формулой Джонса (3.3), где в качестве параметра нестационарности принят коэффициент ε_n . Его определяют

через отметки водной поверхности во времени $\frac{\partial z}{\partial t}$. Это косвенное

определение нестационарности потока не соответствует истинному его значению, т. к. он должен определяться при глубине $H = \text{const}$, т. е. согласно определению нестационарности скорость должна изменяться во времени при неизменной глубине, что также вытекает из уравнения Сен-Венана. К тому же при выводе формулы Джонса пренебрегают

локальным ускорением $\frac{\partial v_v}{\partial t}$, что сразу же исключает наличие нестационарности потока.

Выполненные исследования И. Ф. Карасева [24] по применению коэффициента ε_n с целью экстраполяции кривой расходов воды, показали, что однозначная кривая расходов будет наблюдаться при ε_n меньше критического его значения, равного 0.25. А существенный разброс точек на графике больше этого критического значения, как раз и указывает на неприемлемость его для оценки явно выраженной петлеобразной кривой расходов.

Следующую рекомендацию по определению параметра степени неустановившегося движения потока находим в работах [26, 36 и др.]

в виде зависимости $N = \frac{h}{v^2} \frac{\partial v}{\partial t}$. Согласно утверждению этих авторов параметр N зависит от локального и конвективного ускорений уравнения Сен-Венана. Однако, из приведенной выше зависимости этого не усматривается.

В результате выполненных расчетов, например, В.В. Коваленко [26] получил значения $|N| < 2,32 \cdot 10^4$, при которых кривая расходов воды однозначная.

Следующее предложение по определению степени нестационарности речного потока осуществлено М.С. Грушевским [12]. Он рекомендует для этого брать отношение уклонов:

$$\chi = \frac{\max|\Delta I|}{i_p}. \quad (3.4)$$

При этом предполагается, что значение параметра нестационарности χ тем больше, чем шире петлеобразная кривая расходов. Однако это не так – максимумы разности уклонов $\Delta I = I_{\max} - i_p$ и расходов $\Delta Q = Q_{\max} - Q_p$ не совпадают. Нам известно из речной гидравлики правило о четырех максимумах петлеобразной кривой расходов воды, которое говорит о том, что в начале (по ходу кривой) наступает максимум уклона ($\max \Delta I = I_{\max} - i_p$, что происходит при низких отметках водной поверхности), затем максимум скорости, а затем уже максимум расходов ($\max \Delta Q = Q_{\max} - Q_p$, что происходит при более высоких значениях отметки водной поверхности). Отсюда и вытекает неопределенность в суждении о параметре нестационарности χ в формуле (3.4).

Грушевский М.С. выполнил исследования неустановившегося движения потока в реках и установил, что предельным значением, определенным по формуле (3.4), следует считать $\chi < 0.03 \div 0.05$ и в заключении отмечает: «... в этом случае ширина петли не выходит за пределы точности измерений расхода воды», т.е. можно кривую расходов принимать однозначной.

Итак, с учетом правила о четырех максимумах петлеобразной кривой расходов воды, о степени неустановившегося движения потока

в реке должны судить не по отношению (3.4), а по следующим трем параметрам:

$$\chi_I = \left| \frac{\Delta I_{\max}}{i_p} \right|, \chi_v = \left| \frac{\Delta v_{\max}}{v_p} \right|, \chi_Q = \left| \frac{\Delta Q_{\max}}{Q_p} \right|, \quad (3.5)$$

где $|\Delta I_{\max}| = |I_{\max}| - i_p$, $|\Delta v_{\max}| = |v_{\max}| - v_p$, $|\Delta Q_{\max}| = |Q_{\max}| - Q_p$. Считаем, что все эти параметры правомерны. Но предпочтение следует отдать всё же параметру χ_I по причинам: 1) по времени он определяется раньше следующих двух параметров; 2) измерение уклона водной поверхности при соответствующей технической оснащённости осуществить относительно проще, нежели измерение скорости течения и расхода воды.

Привлечение материалов натуральных исследований, выполненных Государственным гидрологическим институтом на р. Тверце [19], позволило рассчитать параметр χ по формулам (3.5). Результаты расчетов промежуточных и максимальных значений χ представлены на рис. 3.1. Как и следовало ожидать, согласно правилу о четырех максимумах, наибольшие значения χ приходятся на период подъема уровня воды в гидростворе. При этом, в зависимости от попуска, – крутизны паводочной волны (соответствующие петлеобразные кривые расходов воды см. на рис. 1.3) его максимальные значения колеблются: 1) определенные через уклон водной поверхности – в пределах $1 \div 4$, т.е. превышение разности уклонов ΔI над уклоном i_p больше чем в $1 \div 4$ раза, а скорость подъема уровня воды в гидростворе при $\chi_I = 4$ достигает 10 см. в минуту; 2) определенные через скорость течения – в пределах $0.5 \div 1.0$; 3) определенные через расход воды в пределах $0.5 \div 1.5$.

Квазиравномерное движение потока (попуск №6 (см. рис. 1.1), скорость подъема уровня воды в гидростворе до 0.7 см. в минуту) характеризуется значениями: $\chi_I = 0 \div 0.6$; $\chi_v = 0 \div 0.1$; $\chi_Q = 0 \div 0.4$.

Анализ этих значений показал, что при квазиравномерном движении потока кривую расходов воды можно принимать однозначной при значениях параметра χ , соответствующих точности измерения уклона водной поверхности, скорости течения и расхода воды, кото-

рая, как нам известно, зависит от применяемых для измерения приборов и гидравлических характеристик русла реки, т. е. является «плавающей» в некоторых пределах значений.

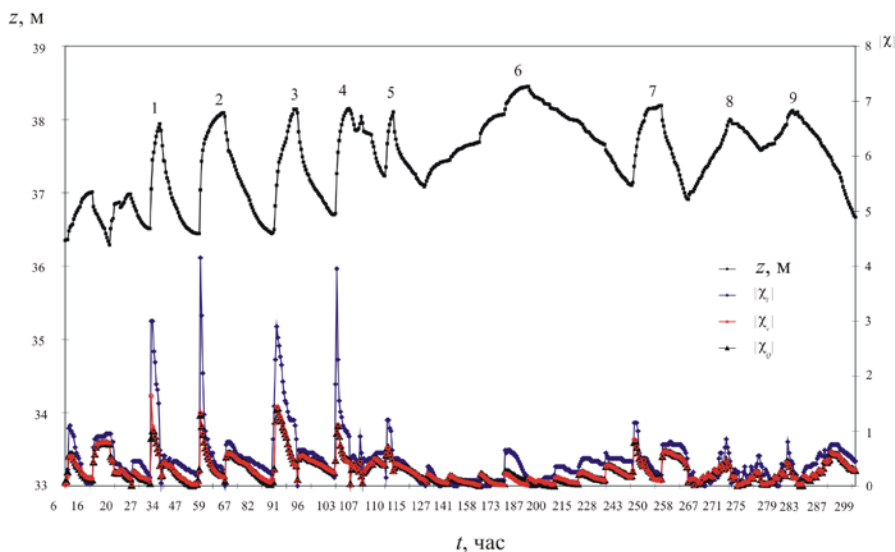


Рис. 3.1. Совмещенные графики хода уровня воды в гидростворе № 2 р. Тверцы (вертикальная ось слева) и параметра неустановившегося движения потока, определенного с использованием уклона (χ_i), скорости течения (χ_v) и расхода воды (χ_Q) (вертикальная ось справа).

1 – 9 – номера попусков воды.

4. Гидравлическое сопротивление в безнапорном речном потоке

Согласно тексту, приведенному в п. 3.2. и п.9.2 следует, что степень неустановившегося движения воды в потоке обусловлена той частью силы тяжести P (проекции силы тяжести), на которую она превышает силу трения потока о дно русла реки T . Последняя, с учетом правила физического эксперимента, должна определяться при равномерном движении потока в реке, которому соответствует уклон вод-

ной поверхности i_p . Сопротивление, оказываемое дном реки потоку (пропускная способность русла), характеризуется коэффициентом гидравлического сопротивления λ . По определению этот коэффициент находится при равномерном движении потока. Следовательно, коэффициент гидравлического сопротивления $\lambda = \frac{2g}{C^2}$ должны относиться к уклону при равномерном движении i_p согласно формуле (2.2). Однако, многие исследователи неустановившегося движения потока в реке игнорируют значок i_p в этой зависимости и заменяют его на значок I – уклон водной поверхности при неустановившемся движении потока, т. е. пытаются устанавливать связь $\lambda = f(I)$, что не правомерно. Это положение нами и использовано ниже при выводе уравнения (3.1).

Ярким подтверждением независимости λ от уклона I является, например, исследования А. П. Зегжда [17]. В результате своих исследований он построил график $\lg \lambda = f(\lg Re, \frac{H}{\Delta})$ (рис. 4.1), аналогичный графику Никурадзе (для закрытых равномерных потоков), согласно которому для области квадратичных сопротивлений открытых потоков коэффициент гидравлического сопротивления λ при $\frac{H}{\Delta} = \text{const}$ не зависит от уклона водной поверхности при равномерном движении потока i_p . Доказать это мы можем выполнив измерение характеристик потока в гидравлическом лотке с переменным уклоном дна. Обращаясь к графику А. П. Зегжда или рекомендуемой им формуле

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 4 \lg\left(\frac{H}{\Delta}\right) + 4,25, \quad (4.1)$$

можем утверждать, что коэффициент гидравлического сопротивления λ является модулем по отношению к уклону при равномерном движении потока, также как и модуль скорости W и расхода K , введенные в рассмотрение Б. А. Бахметевым [4] и Н. Н. Павловским [33], т. е. имеем единственное значение λ при различных уклонах i_p и неизменной глубине потока H (п.5). (Здесь и далее по тексту считается, что выпол-

няются условия, при которых глубина потока H равна его гидравлическому радиусу R). При неустановившемся же движении потока воды в реке при $\frac{H}{\Delta}$ (петлеобразная кривая расходов) наблюдается два значения уклона водной поверхности – одно при подъеме уровня воды $I_{п}$, а другое при его спаде $I_{с}$.

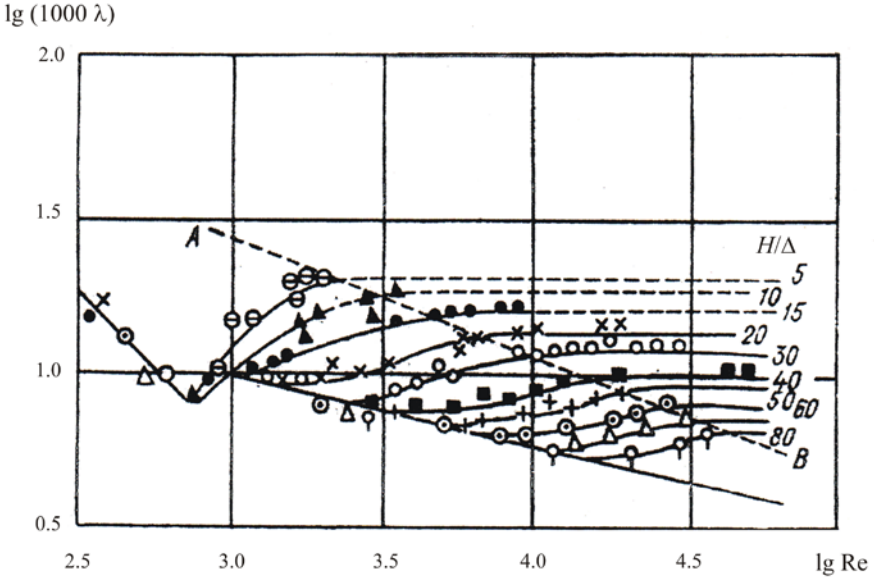


Рис. 4.1. График А. П. Зегжда. Правее линии АВ автомодельная область турбулентного потока.

Учитывая, что $C = \sqrt{2g/\lambda}$, а также по Манингу $C = \frac{1}{n} H^{1/6}$, мы

можем показать, что C и n тоже модули. Поэтому неправомерно предложение некоторых исследователей увязывать их с уклоном I , а не с i_p – это формулы Гангелье-Куттера, Шестаковой, Айвазяна и др.

Таким образом, при равномерном движении открытого потока, как модули скорости W и расхода K , так и модули коэффициента гидравлического сопротивления λ , коэффициента Шези C и коэффициента шероховатости n постоянные величины при неизменных $\frac{H}{\Delta}$ – они

инвариантны (независимые характеристики от уклона i_p при равномерном движении потока) и рассчитываются с помощью следующих выражений при $i_p \neq \text{const}$:

$$\lambda = \frac{2gH}{W^2} = \text{const}, C = \frac{W}{H^{1/2}} = \text{const}, n = \frac{H^{2/3}}{W} = \text{const}, \quad (4.2)$$

$$W = \frac{v_p}{i_p} = CH^{1/2} = \text{const},$$

т.е. при изменении уклона пропорционально изменится и скорость равномерного потока v_p . Для модуля скорости W можем получить и другое выражение, если решим совместно зависимости для λ , записанные в (4.1) и (4.2):

$$W = 4\sqrt{2gH} \lg\left(\frac{H}{\Delta}\right) + 4.25. \quad (4.3)$$

Понятие инвариантности характеристик в (4.2.) с успехом может быть применено, например, при проектировании каналов различного назначения, что и показано в п.5.

Если в реке наблюдается неустановившееся движение потока, для которого характерна петлеобразная кривая расходов воды в гидростворе реки, то при любой выбранной в нем средней глубине H будем наблюдать как уже сказано выше, два значения уклона водной поверхности I – одно при подъеме уровня воды, а другое при его спаде (рис. 2.1). Подставим эти значения уклона в формулу Шези (что не имеем право делать, т.к. формула изначально получена для описания равномерного движения потока, но что делают обычно авторы работ, посвященных неустановившимся потокам, объясняя это действие различными причинами), тогда получим еще два новых значения коэффициента гидравлического сопротивления: λ_n и λ_c (коэффициенты, соответствующие подъему и спаду уровня воды), помимо коэффициента λ_p – соответствующего равномерному движению потока при этой же его глубине H в гидростворе. Ориентируясь на эти но-

вые два значения коэффициентов они и делают взаимоисключающие (неправдоподобные) выводы: одни авторы работ утверждают, что при ускоренном движении потока в гидростворе (при подъеме уровня воды) коэффициент $\lambda_{\text{п}}$ имеет большее значение, чем при замедленном движении (при спаде уровня воды – $\lambda_{\text{с}}$), а другие авторы утверждают обратное. Эти две точки зрения обсуждаются и в широко известной работе М.С. Грушевского [12]. Он также остается на позиции, что коэффициент λ зависит от переменного значения уклона I и строит, например, вместе со своими учениками зависимости $K = f(I)$, т.е. связывают инвариантную (неизменную при $H = \text{const}$) величину – модуль расхода, с переменной величиной – уклоном водной поверхности I при неустановившемся движении потока. А, например, в работе [26] нет физического объяснения факта уменьшения трения (уменьшения коэффициента λ) в фазе подъема уровня воды и увеличения его в фазе спада, а фраза «зависит гидравлическое сопротивление от ускорения» не раскрывает существа вопроса.

Гидравлическое сопротивление русла реки потоку λ – это ее свойство, и оно, как уже отметили выше, в автомодельной области графиков Никурадзе и Зегжда остается постоянным независимо от приложенной к потоку дополнительной силы при $\frac{H}{\Delta} = \text{const}$. Под дополнительной силой мы понимаем силу инерции, имеющую знак «+» (ускоренное движение) и знак «-» (замедленное движение) при том же значении $\frac{H}{\Delta}$ в гидростворе, что и при равномерном движении потока.

Второй причиной приведшей автора работы [26] к неправильно выводу «о влиянии ускорения на гидравлическое сопротивление потока» является использование для доказательства этого положения материалов исследования по неустановившемуся движению потока, полученных на р. Свирь [20]. Река Свирь на участке исследования находится в подпоре от Ладожского озера, а автор, видимо, этого не знал по причине не броской информации об этом в первоисточнике. Это подтверждается, во-первых, если перейти от условных отметок в [20] к абсолютным, а во-вторых, если обратимся к расходным книжкам, то обнаружим, что при пусках воды из водохранилища в начальный период пуска у дна наблюдается мертвая зона. Следовательно неустановившийся поток в период подъема уровня воды не омывает дно, а

«скользит» по воде, что и обуславливает коэффициент гидравлического сопротивления $\lambda_{\text{п}}$ меньше коэффициента $\lambda_{\text{р}}$ при равномерном движении, когда потоком охватывается всё сечение реки до самого дна. Автор же этой работы уменьшение коэффициента $\lambda_{\text{п}}$ по сравнению с $\lambda_{\text{р}}$ объясняет уменьшением вязкости жидкости (воды) при ее ускоренном движении, что якобы вызвано силой инерции со знаком «+».

Остановимся теперь на второй гипотезе относительно коэффициента λ : его увеличение в фазе подъема уровня воды и уменьшения в фазе его спада при неустановившемся движении потока [21]. Эту гипотезу, ссылаясь на исследования Э.В. Залуцкого, поддерживает и К.В. Гришанин [14]. Доказательство этой гипотезы авторы осуществили путем проведения эксперимента в лотке, состоящем из трех участков по его длине: первая треть лотка выполнена с прямым уклоном дна, вторая – с горизонтальным и третья – с обратным уклоном дна. Они утверждают, что на первом участке они создали условия движения потока соответствующие спаду уровня воды, т.к. на нем происходит замедленное движение потока, а на третьем, - наоборот, ускоренное движение потока и соответствует оно движению при подъеме уровня воды. На средней части лотка создавалось якобы равномерное движение потока. На каждом из выделенных участков гидроствор для измерения гидравлических характеристик и их сопоставления назначался свой. Считаем, что в этом и заключается ошибка авторов эксперимента. По сути они изучали разные формы потоков, характеристики которых не сопоставимы. Для того, чтобы выяснить «поведение» коэффициента гидравлического сопротивления λ , необходимо, как уже отметили выше, все вышеназванные виды движения изучать в одном и том же гидростворе, с одним и тем же уклоном дна $i_{\text{д}}$ и при $\frac{H}{\Delta} = \text{const}$. В данном же эксперименте $i_{\text{д}} \neq \text{const}$. К тому же нет уверенности в точности измерения глубин на мелкомасштабной модели (глубины потока в лотке до 6 см).

В заключении отметим, что установление физической сущности зависимостей (4.2) позволит более надежно решать задачи речной гидравлики. Один из таких примеров решения приводится в п.5, когда выполняется расчет пропускной способности канала. В качестве второго существенного примера, когда учитывается инвариантность ко-

ээффициента гидравлического сопротивления λ , служит уточнение записи слагаемого в гидродинамическом уравнении Сен-Венана (3.1), отражающего силу трения. Также следует обратить внимание на формулы (4.2), каждая из которых содержит только геометрическую характеристику потока H , не зависящую от уклона, и гидравлическую характеристику W – тоже не зависящую от уклона. Отсюда делаем вывод, что характеристики гидравлического сопротивления русла реки λ, C, n, Δ , как и W есть модули потока реки (канала). При этом, видимо, следует называть модуль W модулем первого порядка, а модули λ, C, n, Δ – модулями второго порядка, так как они определяются через модуль первого порядка W . Но нам известно, что за характеристиками русла реки λ, C, n, Δ уже закреплены определенные названия, поэтому ниже по тексту не будем к ним добавлять термин «модуль» не забывая при этом, что они, как и W , не зависят от уклона водной поверхности потока при его неустановившемся движении.

5. Анализ критериальных зависимостей Рейнольдса и Фруда применительно к автомоделной области турбулентного потока

При проектировании гидротехнических комплексов, подлежащих сооружению на реках, водохранилищах и каналах различного назначения применяют три вида исследований: специальное натурное исследование, теоретический анализ дифференциальных уравнений с целью решения конкретной задачи, физическое и математическое моделирование. Ниже мы остановимся только на вопросе физического моделирования явлений, протекающих в водах суши. Под физическим моделированием понимается проведение лабораторного эксперимента на уменьшенной модели водного объекта.

Чаще всего этот вид исследований применяют, когда не удается найти математическое решение дифференциального уравнения, описывающего гидравлическое явление, или когда трудно или невозможно изучить его в натуре или стоимость его изучения в натуре чрезвычайно высока.

Чтобы процессы, протекающие на модели, были подобными таковым в натуре, при ее изготовлении выполняются определенные тре-

бования и, в частности, требование равенства для них (натуры и модели) безразмерных критериев подобия Рейнольдса и Фруда:

$$\text{Re} = \frac{vl}{\nu} \quad \text{и} \quad \text{Fr} = \frac{v^2}{gl}, \quad (5.1)$$

где v – скорость потока, l – характерный размер (в дальнейшем, в качестве характерного размера будет принята глубина H), ν – коэффициент кинематической вязкости, g – ускорение свободного падения.

Раскрывая физическую сущность критериев (5.1) попытаемся показать, что имеет место несоответствие между определением этих формул и их содержанием. В учебниках по гидравлике (см., например, [43]) и других литературных источниках дается следующее определение этих критериев:

1.«Величина Re является безразмерной и представляет собой меру отношения сил инерции к силам трения»;

2.«Величина Fr является безразмерной и представляет собой меру отношения сил инерции к силам тяжести».

Не отрицая справедливости зависимостей (5.1), покажем что приведенные определения не соответствуют действительности.

Критерии (5.1) получены согласно π -теоремы Букингэма (1917 г.), впоследствии обобщенной Германом Вейлем (1926 г.). π -теорема – основополагающая теорема анализа размерностей величин, характеризующих изучаемое явление. Теорема утверждает, что если имеется физически значимое выражение, включающее в себя n физических переменных, и эти переменные описываются при помощи k независимых фундаментальных физических величин, то исходное выражение эквивалентно выражению, включающему множество из $p = n - k$ безразмерных величин, построенных из исходных переменных. Это позволяет вычислять множество безразмерных величин типа (5.1) по данным физическим значениям, даже если неизвестно выражение (уравнение, описывающее явление), связывающее эти значения. С выводом этой теоремы можно ознакомиться по специальной литературе [17, 31, 32, 34, 38 и др.]. В названной литературе можно ознакомиться и со вторым методом получения этих критериев подобия – с

помощью дифференциального уравнения Навье-Стокса, записанного нами для одномерной задачи в виде:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad (5.2)$$

где t – время; x и z – продольная и вертикальная координаты; F_x – проекция ускорения силы тяжести на ось x , ρ – плотность среды, P – внешнее давление (атмосферное для открытого потока).

Пренебрегая градиентом внешнего давления $\frac{\partial P}{\partial x}$, получим:

$$F_x = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad (5.3)$$

или, выражая проекцию ускорения силы тяжести F_x с учетом уклона водной поверхности I , перепишем его в следующем виде:

$$gI = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}. \quad (5.4)$$

Если уравнение (5.4) отнести к реальному потоку, например, реке, то тогда можем говорить, что слагаемое слева от знака равенства отражает силу тяжести, которая обуславливает движение жидкости в реке, два первых слагаемых справа от знака равенства – силу инерции, последнее слагаемое – силу трения потока о дно реки.

С целью вывода критериев подобия (5.1) с помощью уравнения (5.4) записывают его для природы и гидродинамически подобной ей модели. Затем вводятся в рассмотрение масштабные соотношения соответствующих характеристик уравнений, операция с которыми приводит к выводу критериев подобия (5.1). При этом критерий Re получается из комплекса масштабных соотношений характеристик двух последних слагаемых (5.4), а критерий Fr – соотношения характеристик предпоследнего слагаемого и слагаемого слева от знака равенства. Согласно выше приведенным формулировкам определений крите-

риев подобия они есть следствие отношений этих слагаемых, то есть критерий Фруда – это отношение силы инерции к силе тяжести. При этом отметим, что эти отношения сил не учитывают первое слагаемое справа от знака равенства в (5.4) $\frac{\partial v}{\partial t}$, являющееся составной частью силы инерции. Если его учесть, то тогда придем к необходимости отражения в (5.1) неоднозначного значения силы инерции, которой соответствует ускоренное или замедленное движение жидкости в русле реки (локальное ускорение).

Покажем это, используя традиционную запись уравнения Сен-Венана, адекватного уравнению Навье-Стокса (5.4):

$$I = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v^2}{C^2 R}, \quad (5.5)$$

где I – уклон водной поверхности неустановившегося потока.

Уравнение (5.5) можно выразить и через уклоны водной поверхности, отражающие соответствующие силы:

$$I = \Delta I + i_p, \quad (5.6)$$

где $\Delta I = \pm(I - i_p)$ – выражение, отражающее силу инерции (при ускоренном движении положительный, а при замедленном – отрицательный знак); $i_p = \frac{v^2}{C^2 R}$ – уклон при равномерном движении потока.

Теперь, учитывая формулировку критерия подобия Рейнольдса, запишем отношение сил, выраженные через уклоны и обозначим его, например, Re' :

$$\frac{\Delta I}{i_p} = \frac{I - i_p}{i_p} = \frac{I}{i_p} - 1 = Re'. \quad (5.7)$$

Анализ (5.7) показывает, что, если наблюдается равномерный турбулентный поток, то число Рейнольдса равняется нулю, если наблюдается ускоренное движение потока ($I > i_p$), то $Re' > 0$, если замедленное ($I < i_p$), то $Re' < 0$, т.е. получаем отрицательное значение

числа, характеризующего турбулентность потока. Из этого следует, что приведенная выше формулировка критерия подобия Рейнольдса не соответствует его содержанию.

Следующими несоответствием приведенной выше формулировки критерия подобия его содержанию является оценка состояния потока. Спокойный или бурный поток мы определяем по критерию F_r . Из (5.4) и (5.5) следует, что сила инерции составляет часть силы тяжести. Следовательно, согласно, формулировке критерия подобия Фруда отношение сил для открытого потока всегда должно быть меньше единицы, т.е. $F_r < 1$. Однако, при оценке состояния потока по (5.1) – спокойный или бурный поток получают $F_r > 1$.

К очередному замечанию отнесем случай равномерного движения потока как ламинарного, так и турбулентного. При равномерном движении силы инерции отсутствуют, следовательно, согласно формулировке критериев подобия Re и F_r мы не можем оценить степень турбулентности и состояния такого потока, так как числа Re и F_r равняются нулю.

Таким образом, в связи с изложенным выше возникает вопрос: действительно ли характеристикой критериев подобия Рейнольдса и Фруда (5.1) является отношение силы инерции (тем более части этой силы), соответственно, к силе трения и силе тяжести.

Теперь рассмотрим правомерность применения критерия подобия Рейнольдса в записи (5.1) к оценке степени турбулентности потока в так называемой автотомодельной области графика А. П. Зегжда [17], представленном на рис. 4.1. Особенностью этого графика является то, что он разработан для равномерного движения потока – случая, позволяющего определить коэффициент гидравлического сопротивления λ и соответственно рассчитать максимальную силу трения, проявляющуюся при обтекании потоком дна и стенок канала и русла реки. Горизонтальные линии в автотомодельной области указывают на то,

что при отношении $\frac{H}{\Delta} = \text{const}$ коэффициент $\lambda = \text{const}$, т.е. он является модулем – независимой характеристикой от уклона водной поверхности при равномерном движении потока. При изменении уклона водной поверхности при равномерном движении потока, пропорционально ему изменяется и скорость потока. В натуральных условиях это утверждение не проверить, т.к. в русле реки (канала) при $\frac{H}{\Delta} = \text{const}$

мы будем иметь только одно значение v_p , пропорциональное i_p , где v_p и i_p – скорость и уклон водной поверхности при равномерном движении потока. Реально это осуществить можно только в гидравлическом лотке с переменным уклоном дна, чем и воспользовался А.П. Зегжда в своих экспериментах [17].

Анализ экспериментальных данных А.П. Зегжда и В. А. Соколовой показал, что при равномерном движении открытого потока жидкости модуль гидравлического сопротивления при $\frac{H}{\Delta} = \text{const}$ является величиной постоянной, т.е.

$$\lambda = \frac{2gH}{W^2} = \text{const}, \quad (5.8)$$

где W – модуль скорости:

$$W = \frac{v_p}{\sqrt{i_p}} = C\sqrt{H} = \text{const}. \quad (5.9)$$

Как математическое выражение модуля скорости (5.9), так и модуля расхода

$$K = \frac{Q_p}{\sqrt{i_p}} = \omega C\sqrt{H} \quad (5.10)$$

(Q_p – расход воды в реке (канале), ω – их поперечное сечение) впервые введены Бахметевым Б. А. [4], а затем Павловским Н.Н. [33].

Они получаются в результате преобразования формулы Шези, предназначенной для расчета средней скорости потока при его равномерном движении.

Бахметевым Б.А. и несколько позже Павловским Н.Н. модули скорости и расхода рекомендуются как «инструмент» в гидравлических расчетах и не раскрывается их физическая сущность. Правда, Бахметев Б.А. модуль расхода называет величиной, характеризующий пропускную способность русла реки. Но, такую же характеристику

можно присвоить и другим гидравлическим параметрам Q , ω , C , R и т.д. Мы считаем, что особенностью модулей Q , K , λ и других является их постоянство при равномерном движении потока (и неизменном его поперечном сечении) в случае изменения уклона водной поверхности, о чем уже было упомянуто несколько выше. Покажем это на примере, воспользовавшись экспериментальными данными приведенными в работе А.П. Зегжда [17].

Из рис. 5.1 следует, что, например, при одной и той же глубине потока $H = 5$ см и различных уклонах водной поверхности $i_p = 0.0005$; 0.0007 ; 0.001 и относительной гладкости дна канала $\frac{H}{\Delta} = 20$ получаем одно и то же значение модуля скорости $W = 1060$ см/с. Аналогичные построения справедливы будут и при рассмотрении модуля расхода K .

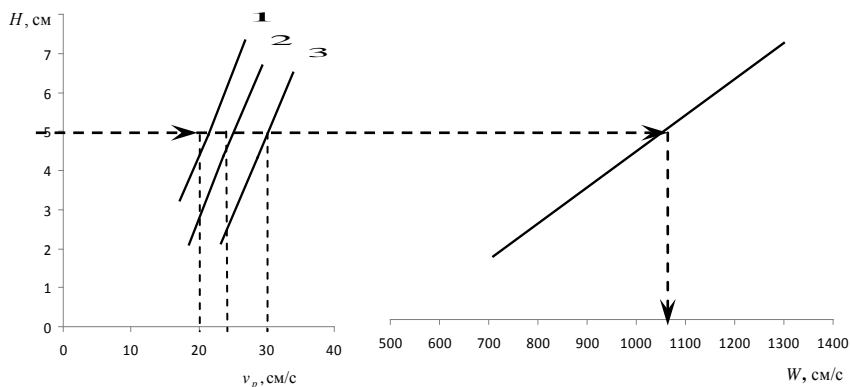


Рис. 5.1. Графическая иллюстрация доказательства постоянства модуля скорости W при относительной гладкости русла $H/\Delta = 20$.

Линии 1, 2, 3 соответствуют потокам с уклоном водной поверхности $i_p = 0.0005$; 0.0007 ; 0.001 .

Из сказанного выше следует, что если, например, имеются гидравлические расчеты для какого-либо «стандартного» канала с известным сечением и заложением откосов при уклоне дна $i_d = i_p$, т.е. получены значения модуля скорости W , расхода K , то с их помощью

легко можно будет определить требуемые значения гидравлических характеристик при любом другом уклоне дна такого стандартного канала: расход, скорость течения, размывания дна, заиления канала. То есть, зная, например, W , находим по формуле (5.9) при новом значении уклона i_p скорость течения и т.д.

Учитывая, что при $\frac{H}{\Delta} = \text{const}$ коэффициент гидравлического сопротивления тоже неизменная величина, следует предположить, что в этом случае и число Рейнольдса также есть постоянная величина. Однако, зависимость для Re в (5.1) не позволяет это предполагать. Из этого следует вывод, что либо мы ошибаемся в своих выводах, либо формулу для Re в записи (5.1) для развитого турбулентного потока нельзя применять. Действительно, известно, что в турбулентном потоке кинематический коэффициент вязкости ν много меньше коэффициента виртуальной вязкости ν_T , являющегося кинематической характеристикой турбулентного потока

$$\nu_T = \frac{A}{\rho}, \quad (5.11)$$

где A – коэффициент турбулентной вязкости, который согласно В.М. Маккавееву [25] при параболическом распределении скорости по вертикали равномерного потока равен

$$A = \frac{\rho g v_p H}{2mC}, \quad (5.12)$$

где коэффициент Базена $m = 24$.

Решим теперь совместно (5.1), (5.11) и (5.12), тогда получим критерий подобия Рейнольдса для равномерного турбулентного потока

$$Re_T = \frac{v_p H}{\nu_T} = \frac{2mC}{g} = \text{const}. \quad (5.13)$$

Как видим, наше предположение о постоянстве числа Рейнольдса при равномерном движении потока и постоянном значении относи-

тельной гладкости русла $\frac{H}{\Delta}$, где Δ – обозначает абсолютную шероховатость русла (высоту выступов), оправдалось. Из этого следует, что для турбулентного потока при расчете числа Рейнольдса не должны пользоваться коэффициентом кинематической вязкости ν , т.к. при увеличении скорости течения он остается постоянным, что приводит к росту числа Рейнольдса. В действительности же, этот коэффициент должен расти пропорционально скорости потока. Как видим, это и отражено в формулах (5.11) и (5.12). Подтвердим теперь сказанное выше расчетами. Для этого воспользуемся экспериментальными данными А. П. Зегжда [17], которые были им использованы для построения графика $\lambda = f_1\left(\text{Re}, \frac{H}{\Delta}\right)$, представленного на рис. 4.1

Выразим в (5.13) коэффициент Шези через коэффициент гидравлического сопротивления λ по формуле

$$C = \sqrt{\frac{2g}{\lambda}}, \quad (5.14)$$

тогда найдем

$$\text{Re}_\tau = \frac{21,6}{\sqrt{\lambda}}. \quad (5.15)$$

Расчеты по формуле (5.15) для автомодельной области графика А.П. Зегжда сведены в таблицу. По результатам этой таблицы построены кривые $\lambda = f_2\left(\frac{H}{\Delta}\right)$ и $\text{Re}_\tau = f_3(\lambda)$, которые приведены на рис. 5.2. Из изложенного следует, что график А.П. Зегжда рис. 4.1, т. е. его часть, относящаяся к автомодельной области турбулентного потока, заменена графиком рис. 5.2, где характеристикой турбулентности потока является число Рейнольдса Re_τ , соответствующее некоторым значениям гладкости русла $\frac{H}{\Delta}$, совпадающим с линией АВ (показанной на графике рис. 4.1), построенной авторами работы [40]. В работе Михалева М.А. [32] положение этой линии определяется формулой

$$\text{Re}_{\text{KB}} = 3,65 \left(41g \frac{H}{\Delta} + 4.25 \right) \frac{H}{\Delta}. \quad (5.16)$$

Отметим также, что формулу, аналогичную формуле (5.15), но с другим числовым коэффициентом в числителе, получим если воспользуемся для определения коэффициента виртуальной вязкости по формуле Л. Прандтля

$$v_T = \chi H v_* = 0,4H \frac{v}{C} \sqrt{g}, \quad (5.17)$$

где v_* – динамическая скорость; $\chi = 0,4$.

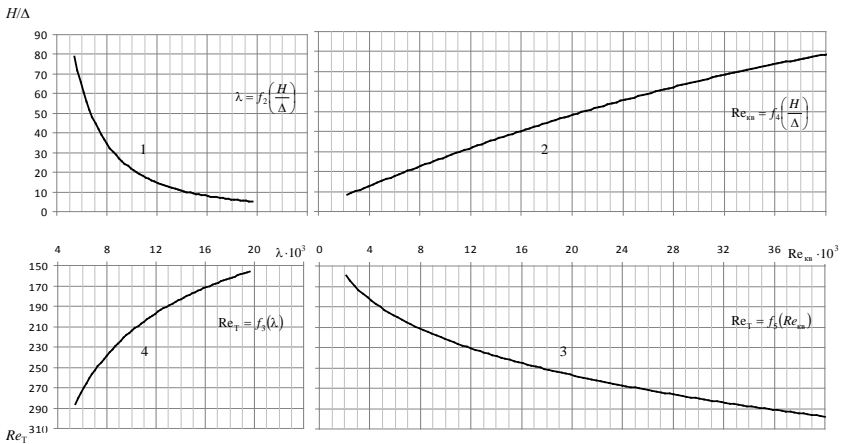


Рис. 5.2. Зависимости для автомодельной области открытого турбулентного равномерного потока. Значения Re_{KB} взяты на линии АВ рис. 4.1.

Таким образом, в результате выполненных исследований мы показали, что формулировки критериев подобия гидравлического моделирования Рейнольдса и Фруда, приведенные в учебниках по гидравлике и научных трудах, не соответствуют содержанию этих критериев. В связи с этим, метод вывода критериев, в основе которого лежит

уравнение Навье-Стокса, не должен рекомендоваться студентам или же даваться, но с соответствующими пояснениями. Также показано, что в равномерном потоке при развитом турбулентном движении жидкости (в автомодельной области) при гладкости русла $\frac{H}{\Delta} = \text{const}$ при переменном уклоне дна, коэффициент гидравлического сопротивления λ и число Рейнольдса Re_t являются неизменными величинами.

Знание этого факта позволяет нам упростить некоторые гидравлические расчеты, например, расчеты при проектировании канала и в других случаях. Нами также рекомендуется пользоваться более простыми графиками рис. 5.2 вместо графика Зегжды, представленном на рис. 4.1. Оба графика построены для потока жидкости движущегося равномерно. Если движение потока неустановившееся, то при определенных значениях $\frac{H}{\Delta}$ и λ на рис. 5.2 будем иметь рассчитанные значения числа Рейнольдса Re_t , расположенные ниже кривой 4 – при уклоне водной поверхности $I > i_p$ (ускоренное движение потока), и значения, расположенные выше кривой 4 – при уклоне водной поверхности $I < i_p$ (замедленное движение потока).

6. Разработка формулы, предназначенной для расчета скорости течения воды в потоке реки при его неустановившемся движении

В настоящее время расход воды в реке при неустановившемся движении потока определяется только эмпирическим путем. Для этого применяется в основном вертушечный способ фиксации скорости течения воды в потоке. Считается, что расход воды при этом в «спокойных» потоках измеряется с точностью $\pm 6\%$. В неустановившихся потоках ошибка измерения существенно увеличивается, т.к. скорость подъема (опускания) уровня воды в гидростворе в период измерения может достигать 10 – 20 см/мин. К тому же, в период подъема уровня воды очень часто наблюдается ледоход, что препятствует выполнению измерений скоростей течения. Поэтому, рационализация производства работ при измерении расхода воды в реке особенно в паводочный период – это основной путь успеха в их осуществлении.

6.1. Разработка формулы, предназначенной для расчета средней скорости течения воды в потоке реки при его неустановившемся движении

С целью упрощения поставленной задачи рассмотрим движение воды в прямолинейном русле реки (канале).

Пусть осуществляется по ней серия попусков из водохранилища, например, из Новотверецкого на р. Тверце [19], а в некотором гидростворе измеряются уровни воды z , средняя скорость течения v и уклон водной поверхности I . Зная площадь поперечного сечения потока, найдем и расход воды Q . Будем также считать, что выполнено достаточное количество измерений, чтобы осуществить графические построения и выполнить необходимый анализ гидравлических характеристик.

По измеренным данным в гидростворе реки на графике в координатах (z, Q) для точек, соответствующих расходам Q_i , выпишем значения уклонов водной поверхности I . Затем в поле значений этих уклонов проведем изолинии (см. рис. 1.3). Значения изолиний уклонов увеличиваются по часовой стрелке. Построенные изолинии являются кривыми расходов воды при неустановившемся движении потока в реке с недеформируемым руслом [11].

На этом же графике построим и кривую расходов воды для равномерного движения потока и петлеобразную кривую расходов для одного из упомянутых выше попусков воды.

Кривая для Q равномерного движения потока должна совпасть с изолинией уклона, соответствующей этому равномерному движению, например, с изолинией I_3 (рис. 2.1).

Теперь запишем следующие выражения для отметки уровня воды z_k :

1) для уклонов:

$$\begin{aligned} I_5 &= i_p + \Delta I_n, \\ I_2 &= i_p - \Delta I_c, \end{aligned} \tag{6.1}$$

где I_5 и I_2 – уклоны, наблюдавшиеся при измерении скорости течения $v_{к_5}$ и $v_{к_2}$, которым соответствуют расходы воды $Q_{к_5}$ – при подъеме и $Q_{к_2}$ – при спаде уровня воды; $i_p = I_3$ – уклон при равномерном движении потока со средней скоростью v_p , которой соответствует расход воды Q_p ; ΔI_n и ΔI_c – разность между измеренными уклонами I_5 и I_2 и уклоном i_p ;

2) для скоростей течения (рис. 2.1):

$$\begin{aligned} v_{к_5} &= v_p + \Delta v_n, \\ v_{к_2} &= v_p - \Delta v_c, \end{aligned} \quad (6.2)$$

где Δv_n и Δv_c – разность между измеренными скоростями $v_{к_5}$ и $v_{к_2}$ и скоростью v_p ;

3) для расходов воды:

$$\begin{aligned} Q_{к_5} &= Q_p + \Delta Q_n, \\ Q_{к_2} &= Q_p - \Delta Q_c, \end{aligned} \quad (6.3)$$

где ΔQ_n и ΔQ_c – разность между измеренными расходами воды $Q_{к_5}$ и $Q_{к_2}$ и расходом Q_p .

Если сравним выражения (6.1) и (6.2), то придем к выводу, что между Δv и ΔI имеется пропорциональная связь. В качестве примера, для подтверждения такой связи, построены графики для гидростворов № 2, 3, 4 р. Тверцы, на которой была осуществлена серия специальных попусков из водохранилища (рис. 6.1). Единая связь вида

$$\begin{aligned} \Delta v &= a_n \Delta I, \\ \Delta v &= a_c \Delta I, \end{aligned} \quad (6.4)$$

где a_n и a_c – коэффициенты, соответствующие фазам подъема и спада уровня воды, имеет место не только для всех наполнений русла

реки одного попуска, но и для всех первых шести попусков. Здесь следует отметить, что гидравлические характеристики потока следующих трех попусков (седьмого, восьмого и девятого) в этом случае не использовались, так как они были привлечены для апробации разработанной нами формулы.

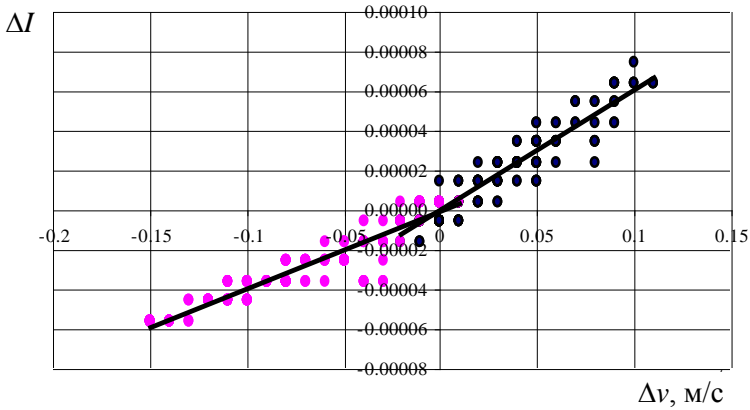


Рис. 6.1. Связь $\Delta v = f(\Delta I)$ для гидроствора № 4 р. Тверцы

Затем были построены зависимости $a_{п,с} = f(i_p)$ – между коэффициентами формулы (6.4) и уклонами, соответствующими равномерному движению потока i_p в гидростворах № 2, 3, 4. В результате получили для фаз подъема и спада уровня воды соответственно связи

$$\begin{aligned} a_{п} &= \alpha_{1п} i_p, \\ a_{с} &= \alpha_{1с} i_p, \end{aligned} \tag{6.5}$$

где $\alpha_{1п} = 1,3 \cdot 10^7$ м/с, а $\alpha_{1с} = 2,3 \cdot 10^7$ м/с.

Конечно, эти значения коэффициентов, зависящие от деформации тела (волны попуска), т.е. от слагаемого $\frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x}$, требуют еще своего уточнения, так как подобные исследования выполняются, по-видимому, впервые и к тому же построены они по трем точкам, соот-

ветствующим трем гидростворам – № 2, 3, 4. Для этого желательно провести эксперимент в канале, а лучше в гидравлическом лотке с переменным уклоном дна, в котором можно выполнить более точные измерения, чем в натуре. Уместно здесь обратить внимание гидравликов на то, что измерения, подобные описанным выше, были выполнены и на р. Свирь. Но к этим измерениям необходимо относиться очень настороженно, так как река на всем исследуемом участке находится в подпоре от Ладожского озера, о чем в указанной работе ничего не говорится.

Таким образом, если для гидроствора реки каким-либо образом установлена однозначная кривая расходов воды и соответствующий ей уклон при равномерном движении потока i_p , то при известном уклоне водной поверхности I при неустановившемся движении потока при отметке z в гидростворе по формуле (6.1) найдем разность уклонов ΔI . Затем по значению уклона i_p и коэффициенту $\alpha_{1_{п,с}}$ определим по формулам (6.5) коэффициент инерционности потока $\alpha_{п,с}$. А с учетом связи (6.4) по формуле (6.2) найдем среднюю скорость движения жидкости в неустановившемся потоке:

$$\begin{aligned} v_n &= v_p + \Delta v_n = C\sqrt{Hi_p} + a_n\Delta I_n = C\sqrt{Hi_p} + \alpha_{1_n}i\Delta I_n, \\ v_c &= v_p + \Delta v_c = C\sqrt{Hi_p} + a_c\Delta I_c = C\sqrt{Hi_p} + \alpha_{1_c}i\Delta I_c, \end{aligned} \quad (6.6)$$

где Δv_c и ΔI_c значения с отрицательным знаком.

Теперь, после установления сущности предлагаемого способа определения средней скорости течения в канале (реке) при неустановившемся движении жидкости, логично записать вместо двух формул (6.6) одну:

$$v = C\sqrt{Hi_p} \pm \alpha_{1_{п,с}} i\Delta I = C\sqrt{Hi_p} + \alpha_{1_{п,с}} i_p (I - i_p). \quad (6.7)$$

При этом следует иметь в виду, что коэффициент α_1 в (6.7) принимает два значения в зависимости от того, какой знак имеет разность уклонов ΔI : если плюс, то используем $\alpha_{1_{п}}$, если минус, то $\alpha_{1_{с}}$. Значения этих коэффициентов для р. Тверцы приведены выше.

Проверка расчетной формулы (6.7) по определению средней скорости течения воды в реке при ее неустановившемся движении, как отметили выше, была осуществлена на данных натурных наблюдений по гидроствору № 4 ($i_p = 0,000115$) р. Тверцы, попуски № 7 – 9.

В результате установлено, что максимальное отклонение расчетного значения средней скорости по сечению реки от ее измеренного значения не превышает + 5 и – 9 %. На основании этого можно сделать вывод об удовлетворительном соответствии результатов расчета скорости по формуле (6.7) натурным данным.

Таким образом, формула (6.7) может быть использована в практических целях, например, для экстраполяции петлеобразной кривой расходов воды, если в створе реки измерены отметка уровня воды и уклон водной поверхности.

6.2. Разработка формулы для расчета распределения скорости течения по глубине речного потока при его неустановившемся движении

К настоящему времени разработано достаточно большое число математических формул, позволяющих описать профиль скоростей в естественном открытом потоке: параболические, эллиптические, логарифмические и др. Описание их можно найти, например, в работе Г.В. Железнякова [16]. Но все они предназначены для расчета распределения скорости течения по глубине только равномерного потока. Однако гидравлики в своей работе часто встречаются с гидрометрическими задачами, описывающими неустановившееся движение потока: при рассмотрении движения волны паводка или волны при сбросе воды из водохранилища и др. При решении таких задач, за неимением соответствующих формул, пользуются вышеназванными, что приводит к приближенному решению этих задач.

На основе теоретических разработок и анализа большого экспериментального материала, полученного Государственным гидрологическим институтом во время попусков из Новотверецкого водохранилища на р. Тверце [19], в 2007 году была найдена зависимость для расчета средней скорости течения при неустановившемся движении потока (6.7) [8], которую в краткой форме можно представить в виде

$$v_{cp} = v_{p,cp} \pm \Delta v_{cp}, \quad (6.8)$$

где v_{cp} и v_{pcp} – средние скорости соответственно при неустановившемся и равномерном движениях потока; Δv_{cp} – приращение скорости (его среднее значение) обусловленное разностью уклонов водной поверхности потоков при неустановившемся и равномерном движениях ΔI при одной и той же глубине потока H .

Слагаемые в (6.8) рекомендуется определять по формуле Шези

$$v_{pcp} = C \sqrt{H i_p}, \quad (6.9)$$

где C – коэффициент Шези и по формуле

$$\Delta v_{cp} = \alpha_{1_{п,с}} i_p \Delta I \quad (6.10)$$

где коэффициенты $\alpha_{1_{п}} = 1,3 \cdot 10^7$ м/с и $\alpha_{1_{с}} = 2,3 \cdot 10^7$ м/с отвечают соответственно периодам подъема и спада уровня воды при неустановившемся движении потока; $\Delta I = \pm(I - i_p)$.

Теперь воспользуемся книжками измеренных расходов воды упомянутых выше материалов [19] для вывода формулы, позволяющей описать распределение скорости по глубине потока при его неустановившемся движении.

Учитывая структуру формулы (6.8), можно предположить, что и разрабатываемая формула должна иметь вид

$$v = v_p \pm \Delta v, \quad (6.11)$$

где v и v_p – скорости потока в точках на вертикале неустановившегося и равномерного потоков; приращение скорости в этих точках $\pm \Delta v = v - v_p$ – скорость обусловленная силой инерции.

Анализ гидродинамического уравнения Сен-Венана и зависимости (6.10) показали [7 – 9], что разность уклонов ΔI , пропорциональна силе инерции, действующей на поток в реке при любом его наполнении H , не зависит не только от физических свойств воды, но и гидравлических характеристик поперечного сечения русла реки. При этих

наполнениях русла дополнительная скорость (дополнительный расход воды) определяется только одной переменной Δl . Следовательно, можно предположить, что закон распределения дополнительной скорости Δv по глубине потока будет подобен закону распределения скорости течения v_p при его равномерном движении. Эти распределения упомянуты выше: параболическое, эллиптическое и др. К этому же выводу придем и при анализе графика А.П. Зегжда и рассмотрении физической сущности, например, модуля скорости W , который при увеличении скорости (при $\frac{H}{\Delta} = \text{const}$) остается постоянным в зоне развитой турбулентности.

Итак, с целью определения в (6.11) значений скорости v_p и Δv воспользуемся, например, следующими параболическими формулами, как наиболее простыми по своей структуре:

1) для определения скорости в точке при равномерном движении

$$v_p = v_{p_{\max}} \eta^{1/m}, \quad (6.12)$$

2) для определения дополнительной скорости в точке при неустановившемся движении

$$\Delta v = \Delta v_{\max} \eta^{1/m}, \quad (6.13)$$

где $v_{p_{\max}}$ и Δv_{\max} – соответственно скорости на поверхности потока при отметке z , соответствующей отметке при его неустановившемся движении; η – относительная глубина потока, отсчитываемая от дна; m – показатель степени, по данным Г. В. Железнякова [16] его можно принять при развитом турбулентном движении потока равным 6.

С целью определения в (6.12) и (6.13) значений скорости $v_{p_{\max}}$ и Δv_{\max} на поверхности потока, воспользуемся формулами (6.9) и (6.10). Приравнивая их соответственно при глубине $\eta = 0.4$, к которой мы относим среднее значение скорости на вертикали. В результате этого действия найдем

$$v_{p\max} = \frac{C\sqrt{Hi_p}}{0,4^{1/m}} \quad (6.14)$$

и

$$\Delta v_{\max} = \frac{\alpha_{1_{н,с}} i_p \Delta I}{0,4^{1/m}}. \quad (6.15)$$

Совместное решение (6.12) – (6.15), даст следующее выражение для распределения скорости течения воды в потоке реки при его неустановившемся движении:

$$v = \left(C\sqrt{Hi_p} \pm \alpha_{1_{н,с}} i_p \Delta I \left(\frac{\eta}{0,4} \right)^{1/m} \right). \quad (6.16)$$

Теперь для решения этой же задачи, т.е. для нахождения зависимости, описывающей распределение скорости по глубине потока при его неустановившемся движении, воспользуемся параболой Базена

$$v_p = v_{p0} - \frac{mv_{p\text{ср}}}{CH^2} y^2, \quad (6.17)$$

где v_p , v_{p0} и $v_{p\text{ср}}$ – скорости течения при равномерном движении потока соответственно в точке на вертикали, на поверхности и средняя; y – расстояние от водной поверхности до рассматриваемой точки на вертикали; коэффициент по Базену $m = 24$, по Буссинеску $m = 22.3$.

Применяя процедуры к формуле (6.17), подобные изложенным выше, получим следующую формулу, описывающую распределение скорости по глубине потока:

$$v = \left(v_{p\text{ср}} \pm \Delta v_{\text{ср}} \right) \left[1 + \frac{m}{C} (0,36 - \tilde{y}^2) \right], \quad (6.18)$$

где \tilde{y} – относительная глубина, отсчитываемая от поверхности потока или, раскрывая средние скорости, найдем

$$v = \left(C \sqrt{H i_p} \pm \alpha_{1_{н.с}} i_p \Delta I \right) \left[1 + \frac{m}{C} (0,36 - \tilde{y}^2) \right]. \quad (6.19)$$

Апробация формул (6.16) и (6.19) осуществлена с использованием книжек измеренных расходов воды по р. Тверце [19]. Сопоставлялись рассчитанные эпюры скорости с измеренными на вертикалях 3 и 4 гидростворов № 2 и № 3 при равномерном и неустановившемся движениях потока. Во втором случае эпюры сопоставлялись отдельно для периодов подъема и спада уровня воды. Результаты сопоставления (в качестве примера) представлены на рис. 6.2. Здесь показаны эпюры скорости, рассчитанные по формуле (6.16) и измеренные на вертикали № 3 гидроствора № 2 (рис. 6.3) при отметке уровня воды в гидростворе $z = 37.5$ м, средней глубине на вертикали $H = 2.68$ м. Эпюра измеренных скоростей на рисунке – результат осреднения эпюр, построенных в относительных координатах для 8-ми попусков, осуществленных из Новотверецкого водохранилища. Коэффициент шероховатости дна русла n принят равным 0.03, а коэффициент Шези C , рассчитанный по формуле Маннинга, равным 40.

Обращаясь к рис. 6.2, можем констатировать, что относительно хорошее совпадение кривых распределения скоростей по глубине потока, полученных расчетным и опытным путем в натуральных условиях, говорит о правильности предпосылок, принятых при выводе расчетных формул, предназначенных для определения скорости в неустановившемся открытом потоке.

Предлагаемые формулы для расчета распределения скорости по глубине потока (6.16) и (6.19) возможно еще требуют своей доработки не только по причине их новизны, но и в связи с тем, что это направление исследования неустановившегося потока, связанное с разностью уклонов ΔI , вероятно никем еще не проводилось.

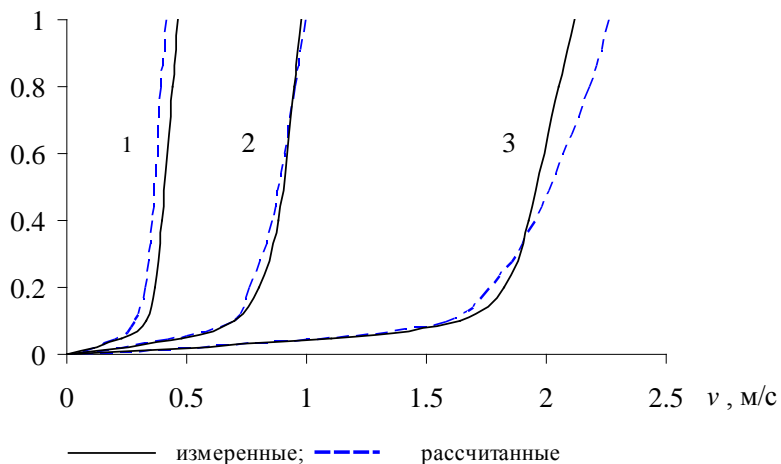
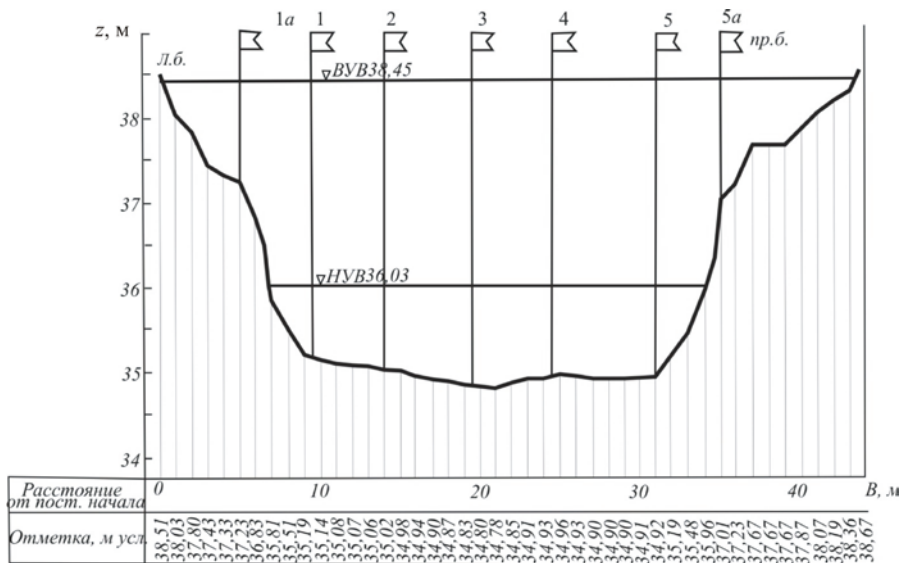


Рис. 6.2. Река Тверца: гидроствор №2, вертикаль №3. Эпюры скоростей, измеренные и рассчитанные при спаде уровня воды 1, равномерном движении потока 2 и подъеме уровня воды 3.



Результаты сопоставления эпюр скоростей, представленные на рис. 6.2, нас обнадеживают, если учесть, что: во-первых, в расчетах использовались данные об уклоне водной поверхности, который как известно измеряется с невысокой точностью, и тем более, что измерение скоростей течения на вертикали при неустановившемся движении потока начиналось при одном значении уклона, а заканчивалось при другом – в некоторых случаях скорость подъема уровня достигала 10 сантиметров в минуту; во-вторых, в формулах (6.16) и (6.19) используется коэффициент α_1 , требующий своего уточнения из-за физической неопределенности (по крайней мере к настоящему времени) и недостаточного материала, положенного в его определение. Следует придавать значение также и назначению коэффициента шероховатости n .

Таким образом, чтобы рассчитать скорость течения неустановившегося потока по формулам (6.16) и (6.19) необходимо: 1) определить скорость потока при равномерном движении по формуле Шези, либо по однозначной кривой скоростей построенной заранее для гидроствора; 2) измерить на водомерном посту уровень воды и уклон водной поверхности при этом уровне. Глубина потока $H = f_1(z)$ и коэффициент шероховатости $n = f_2(z)$, необходимые для вычисления коэффициента Шези C , должны быть известны из предварительного обследования реки.

7. Экстраполяция максимальных расходов воды при нестационарном движении руслового потока*

Важнейшей задачей, решаемой при эксплуатации гидротехнических сооружений и защите от затопления прибрежных территорий водотока, является оценка пропускной способности русла реки и экстраполяция расходов воды до их максимальных значений.

Наступление половодья и паводка изменяет и усложняет гидравлический режим речного потока. Характеристики его равномерного движения достаточно надежно оцениваются как при измерениях, так и при расчетах. В условиях же половодий и паводков измерение расхо-

* Работа выполнена совместно с профессором И.Ф. Карасевым (ГГИ) и руководителем группы гидрометрии О.Е. Кучеренко (ГГИ).

дов далеко не во всех случаях удается выполнить по всей амплитуде их изменения, а существующие расчетные методы не дают надежные результаты.

Именно этим определяется актуальность совершенствования методов установления пропускной способности русла и экстраполяции расходов воды в случае неустановившегося движения потока.

Основная трудность решения этой задачи заключается в неоднозначности связи гидравлических характеристик потока по фазам волны половодья (паводка) и прежде всего связи расходов с уровнями воды. Кривая расходов $Q(H)$ приобретает петлеобразную форму, разделяется на две ветви относительно однозначной кривой расходов воды при равномерном движении. Правая ветвь отражает возрастание расходов воды, левая – их убывание. Этот эффект порождается соответствующим изменением действующих уклонов водной поверхности: $I > i_p$ в фазе подъема и $I < i_p$ – в фазе спада волны половодья (паводка). Здесь i_p – уклон при равномерном движении потока. В свою очередь эти фазы соответствуют приращению скоростей Δv : положительное в первом случае и отрицательное – во втором, так что действительная скорость движения оказывается соответственно равной (рис. 2.1)

$$v_{п,с} = v_p \pm \Delta v . \quad (7.1)$$

Количественная оценка приращения Δv , как уже было отмечено выше, получена по данным наблюдений, выполненных Государственным гидрологическим институтом на р. Тверце [19]. Оказалось, что значение Δv зависит от разности уклонов водной поверхности $\Delta I = I - i_p$ – формула (6.4):

$$\Delta v = \alpha_{п,с} i_p \Delta I \quad (7.2)$$

с коэффициентом, имеющим размерность м/с, который принимает значение для ветви подъема $\alpha_{п} = 1,3 \cdot 10^7$ и для ветви спада $\alpha_{с} = 2,3 \cdot 10^7$ (п.6).

Уклон равномерного потока i_p всегда известен, а уклон поверхности воды при неустановившемся движении не во всех случаях удастся измерить. Поэтому целесообразно представить разность уклонов ΔI в функции параметра нестационарности α_n , например, согласно уравнению Джонса [23, 15]:

$$\alpha_n = \frac{\Delta z}{i_p C_B \Delta t} = \frac{\Delta h}{i_p \Delta x}, \quad (7.3)$$

где C_B – скорость добегания данного расхода воды, $\frac{\Delta z}{\Delta t}$ – изменение уровня воды во времени в створе, $\frac{\Delta h}{\Delta x}$ – изменение глубины потока в створах, расположенных на расстоянии Δx , и тогда будем иметь:

$$\Delta v = \alpha_{n,c} \alpha_n i_p^2. \quad (7.4)$$

В зависимости от крутизны волны попуска (уклона водной поверхности) параметр нестационарности α_n может составлять $1 \div 4$, а скорость подъема уровня воды порядка 10 см в минуту.

Соотношения (7.1) и (7.2) получены по данным тщательной обработки результатов уникальных по пространственно-временному разрешению исследований, проведенных ГГИ на р. Тверце [19], что служит основанием считать достаточно общими и достоверными.

Для расчетной практики особое значение имеет как неоднозначность кривых $Q(H)$, так и несовпадение моментов наступления максимумов расходов и уровней воды: сначала первого, затем второго. При этом, чем выше параметр нестационарности, тем в большей степени проявляется эта неоднозначность.

Эффект несинхронности максимумов уровней и расходов воды совершенно несовместим, в частности с экстраполяцией последних по тенденции положения кривой расходов в зоне отсутствия измерений. Подобная графическая операция вообще недопустима, а еще в большей степени – для ветвей подъема и спада волны паводка. В настоя-

щее время, в отличие от прошлых лет, всё в большей мере используются редуцированные соотношения расходов воды и гидравлических элементов, вытекающие из уравнений движения, а не только их регрессионно-статистические связи. Конечно, уравнения регрессии приводят к достаточно достоверным локальным решениям, но в них далеко не всегда отражается физическая природа изучаемых явлений. В этом смысле вполне можно поддержать сформулированное в недавнее время понятие о нелокальной гидрологии [29], изучающей общие закономерности формирования стока и разрабатывающей методику использования их для решения локальных задач.

Несовпадения максимумов расходов и уровней воды наблюдается и при естественных паводках, но вызывается он не динамическими приращениями скоростей течения, а деформациями русла, изменяющими его гидравлические сопротивления. Так, в легкодеформируемом русле каждый раз после прохождения максимальных расходов воды наблюдается вал выноса наносов ниже по течению, который создает подпор уровня при уже убывающих расходах воды. Подобное, например, наблюдалось на р. Амударье в створе г. Керки в многоводном 1969 году. Максимальные расходы, полученные в результате экстраполяции «по тенденции» до наивысшего уровня были завышены на 30%, что потребовало чрезвычайных мероприятий для предотвращения порывов обвалования орошаемых земель в нижнем течении реки. Тревога оказалась напрасной и дорогостоящей!

В свое время экспедицией Нижневолгопроекта [35] была выполнена серия высокоточных измерений расходов воды р. Волги, в частности в створе г. Камышина. Кривая $Q(H)$ оказалась явно неоднозначной с расхождением ветвей подъема и спада до 20%. Не остается сомнений в том, что полноводный поток создает новый, как правило, грядовой рельеф дна, изменяющий режим гидравлических сопротивлений.

Эффект несинхронности наступления максимумов расходов и уровней воды как по динамическим условиям движения потока, так и в результате резких изменений гидравлических сопротивлений целесообразно рассматривать в качестве определяющего признака нестационарности потока в широком смысле. Это тем более целесообразно, что такая точка зрения позволяет избежать тех систематических погрешностей, прецеденты которых были приведены выше.

Сложность общей картины течений в условиях смены фаз паводочной волны вынуждает обращаться к феноменологическим соотношениям, основанным на принципах динамического подобия. Так, К.В. Гришанину [13] удалось представить нестационарный поток как движение в режиме так называемой кинематической волны, при котором связь расходов и уровней воды остается однозначной, а само течение может считаться квазиравномерным [12]. Получаемое при этом соотношение для расходов воды не включает уклонов водной поверхности и основывается только на геометрических характеристиках русла и малоизменяющемся параметре M , выражающем отношение ширины потока B к его глубине h и числу Фруда:

$$Q = \frac{h^2}{M^2} (gB)^{0.5}. \quad (7.5)$$

Это соотношение действительно для динамически равновесных русел в пойменных бровках. Отсюда, если известен расход воды Q_0 по данным измерений, то экстраполируемое значение максимального расхода Q_3 может быть получено непосредственно на основе его редукции по геометрическим характеристикам потока:

$$Q_3 = Q_0 \left(\frac{h_3}{h_0} \right)^2 \left(\frac{B_3}{B_0} \right)^{0.5}, \quad (7.6)$$

где h_0 и h_3 , B_0 и B_3 – глубины и ширины потока, соответствующие расходам Q_0 и Q_3 .

Достоверность получаемых решений подтверждена большим количеством проверочных расчетов.

Общепризнанной основой синтеза факторов, определяющих неустановившееся движение потока, является гидродинамическое уравнение Сен-Венана (3.1). Различные формы его конечно-разностной интерпретации позволяют упростить расчетные алгоритмы и получить столь же приемлемые результаты [12]. Непосредственно из этого уравнения с учетом предпосылок кинематической волны И. Ф. Кара-

севым [23] получено расчетное соотношение с более широкой вариативностью параметров по сравнению с (7.6):

$$Q_3 = Q_0 \left(\frac{w_3}{w_0} \right)^S, \quad (7.7)$$

где w_0 и w_3 – поперечные сечения потоков, соответствующие расходам Q_0 и Q_3 .

Разложение правой части в ряд раскрывает физический смысл показателя степени S , а именно, он является безразмерной скоростью, выражающей отношение скорости движения волны по Седдону C_B к начальной скорости потока:

$$S = \frac{C_B}{v_0} = \frac{\Delta Q}{v_0 \Delta w}. \quad (7.8)$$

В общем случае для определения S предложен ряд теоретических и эмпирических формул, в которых v_0 является актуальной скоростью потока в любой его фазе. Одну из таких формул рекомендует М.С. Грушевский [12]. На ее основе для зоны максимальных уровней,

учитывая соотношение скоростей $\frac{v_3}{v_0} = \left(\frac{h_3}{h_0} \right)^{2/3}$, получим:

$$S = \left(\frac{h_3}{h_0} \right)^{2/3} \left(1 + \frac{2}{3} \varphi \right), \quad (7.9)$$

где v_3 – экстраполируемое значение скорости, $\varphi = \frac{h}{h_{\max}}$ – параметр формы поперечного сечения русла.

Подчеркнем: приведенные экстраполяционные зависимости действительны лишь для однозначной кривой расходов воды и неправомерно их использование применительно к ветвям подъема и спада паводковых (попусковых) волн. Знание же однозначной кривой, позво-

ляет получить соотношение для приращения скорости Δv соответствующей петлеобразной кривой $Q(H)$.

Изучая изменения характеристик потока по всей амплитуде отметок уровня воды приходим к выводу, что можно пренебречь динамическим приращением скорости Δv в том случае, если оно на порядок меньше скорости равномерного течения при том же наполнении

русла: $|\Delta v| \leq 0.1 \text{ м/с}$; $v_p = 0,1 \frac{h^{2/3}}{n} i_p^{0,5}$. Из этого неравенства с учетом (7.4) устанавливаем критериальное соотношение параметра нестационарности:

$$\alpha_{\text{нк}} \leq \frac{0,077h^{2/3}}{ni_p^{1,5} 10^7}, \quad (7.10)$$

где n – коэффициент шероховатости.

Для некоторых характерных данных реки, например: $h = 4.0 \text{ м}$, $n = 0.025$, будем иметь $\alpha_{\text{нк}} = 0.27$, что соответствует значениям $\alpha_{\text{нк}}$, полученным по условиям минимизации погрешности экстраполяции расходов воды [23].

Продемонстрируем применение зависимостей (7.6) и (7.7) на примере р. Тверцы в гидростворе № 2 (см. таблицу 7.1). Задача облегчается тем, что однозначная связь $Q(H)$ была получена по данным наблюдений при достаточно большом осредненном параметре нестационарности $\alpha_n = 2.0$. Результаты расчетов представлены относительно

шагов экстраполяции $\alpha_s = \frac{w_s - w_0}{w_0}$. Как видим, при достаточно

большом шаге экстраполяции $\alpha_s = 0.53$ ее точность оказалась неожиданно высокой. Однако следующий шаг $\alpha_s = 0.95$ явно неприемлем.

Таблица 7.1

Варианты экстраполяции максимальных расходов воды
р. Тверцы в гидростворе № 2

Шаг экстрапо- ляции	Q , $\text{м}^3/\text{с}$	w , м^2	h , м	α_n	S	Метод кинемати- ческой волны		Метод регрессии по геомет- рическим элементам потока	
						Q_3 , $\text{м}^3/\text{с}$	δQ , %	Q_3 , $\text{м}^3/\text{с}$	δQ , %
						Максимальные фактические значения			
	115	107	2,84	2,0					
	Исходные данные для экстраполяции					Результаты экстраполяции			
шаг 1	80	90	2,40	0,19	1,63	113	-1,7	106	-7,8
шаг 2	60	75	1,97	0,42	1,84	123	7,3	115	0,1
шаг 3	50	70	1,84	0,53	1,95	119	3,5	114	-0,5
шаг 4	40	55	1,45	0,95	2,29	153	39,4	1,84	60,7

Выводы:

1) Представляется целесообразным по определяющему признаку несинхронности наступления максимумов расхода и уровня воды при распространении волны паводка или попуска на реках рассматривать как общенестационарное движение потока независимо от того, вызвано ли оно по динамическим условиям или в результате деформации русла.

2) Подобный подход позволит избежать грубейших систематических погрешностей в оценке экстраполяции максимальных расходов воды на реках.

8. Построение обобщенных графиков уровней, расходов воды и средних скоростей течения в реке

8.1. График следования уровней воды в реке в отметках

Наставлением гидрометеорологическим станциями и постам, вып.6, ч.1 рекомендуется способ обобщения данных измерений на водомерных постах, заключающийся в построении совмещенных хронологических графиков колебания уровней воды $z = f_1(t)$. Эти графики, построенные по двум переменным, недостаточно наглядны и не содержат информации необходимой для проведения оперативного анализа и контроля уровня режима реки по всей ее длине. Поэтому, в дополнение к традиционному графическому представлению уровня воды от одной переменной предлагаем для рек сведения об уровнях воды представлять с учетом третьей переменной отражающей расстояние вдоль реки x , т.е. в виде обобщенного графика $z = f_2(x, t)$. Здесь z – отметка поверхности воды. Строится этот график по мере получения информации об измеренных уровнях воды. Построение графика этой зависимости впервые было предложено Н. М. Бернадским [5], затем В.С.Антоновым при рассмотрении режима северных рек [1, 2]. На наш взгляд график В.С. Антонова недостаточно воспринимаем и информативен. Поэтому нами предлагается поменять оси координат местами, а ось x направить против течения реки, совместив ее начало с устьем реки. Название этому графику Н.М. Бернадский дал как «График следования уровней воды». Позже, по аналогии с этим графиком было предложено строить подобные графики для скоростей течения в реке $v = f_3(x, t)$ и расходов воды $Q = f_4(x, t)$. В настоящее время за линиями на этих графиках (z, v, Q) закрепилось название характеристик, связанное с решением С.А. Христиановича [43] неустановившегося движения воды в каналах и реках.

Построение графика заключается в следующем. Вначале наносятся точки с цифровыми значениями отметок поверхности воды в координатах x и t , т.е. от расстояния от устья (горизонтальная ось) и даты измерения уровня воды (вертикальная ось). Затем по точкам с одинаковыми значениями отметок поверхности воды при выбранном интервале $\Delta z = 0.1; 0.2; 0.5$ или 1.0 м и т.д. проводятся изолинии отметок уровня воды z_i (рис. 8.1). При их проведении, если это необхо-

димо, выполняется интерполяция между выписанными значениями отметок. При этом необходимым условием является единая высотная привязка всех водомерных постов в условной или абсолютной системе отметок.

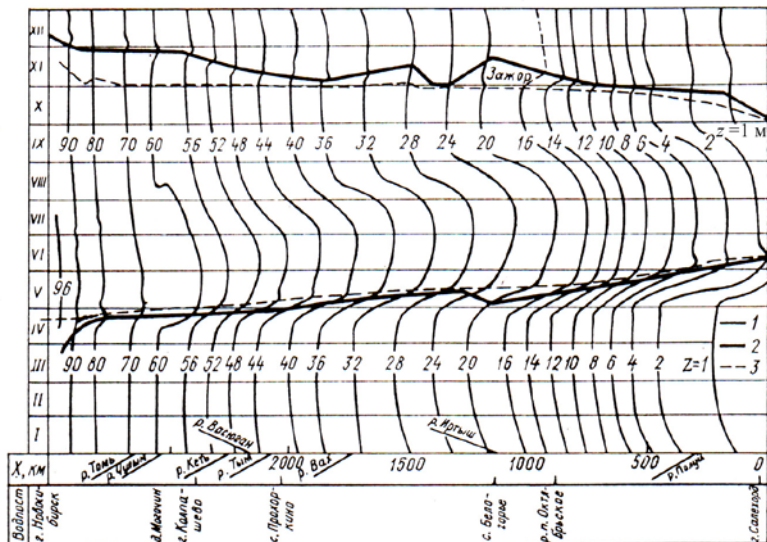


Рис. 8.1. График уровней воды р. Оби в отметках за 1971 год:

- 1 – изолинии следования отметок поверхности воды z ; 2 – линия, ограничивающая период существования на реке сплошного ледяного покрова; 3 – линия, ограничивающая период ледохода.

Построенный таким образом обобщенный график изменения уровней воды во времени и по длине реки удобен, нагляден и емок в отношении информации о ее режиме. Он содержит следующие сведения в отметках, а не над нулем поста, как совмещенные графики: об уровне воды, времени добегания и продолжительности стояния уровня, времени подъема и спада уровня, амплитуде колебания уровня, данные об уровненом режиме в любом створе реки и на любую дату (график мгновенных уровней поверхности воды вдоль реки), о продольном уклоне водной поверхности ($I = \partial z / \partial x$) на любую дату, о производной от уклона ($\partial^2 z / \partial^2 x$). Если же на нем нанесены линии, соединяющие даты установления ледостава, его вскрытия и окончания

ледохода, то можно сказать также о периодах ледостава, ледохода и свободном ото льда, о местах образования зажора, затора или интенсивного размыва русла реки, о продолжительности затопления прибрежного объекта и поймы, если известна их отметка, о длине подпорного участка и т.д. На графике вдоль оси x можно показать места впадения притоков, расположения пойм, порогов, местонахождение населенных пунктов, промышленных предприятий, водозаборов, мостов и выписать отметки, на которых они расположены, связав таким образом режим реки с антропогенным воздействием на бассейн. Этот график может служить основой для составления краткосрочного прогноза уровня воды в любом створе реки, а также для расчета скорости подъема уровня воды $v_z = \frac{\partial z}{\partial t}$.

Графики следования постоянных отметок $z = f(x, t)$ нами, например, использовались как для информации об уровненом режиме р. Оби (рис. 8.1), так и для определения головы зажора на р. Неве (рис. 8.2) и затора на р. Лене у г. Ленска, образовавшемся в 2001 году (рис. 8.3), их размеров и продвижении вниз по реке, а затем и разрушению. При формировании зажора и затора в русле реки происходит искажение водной поверхности, проявляющееся на графике $z = f(x, t)$ в виде схождения – при их образовании и расхождения – при их разрушении изолиний уровня воды z .

По данным об отметках дна русла по длине реки, можно на этот график нанести линию дна и, следовательно, определить максимальные глубины в любой момент времени и в различных створах реки. Если имеются подобные графики следования уровня воды за ряд предыдущих лет (назовем их, предположим, картами) и известны такие сведения как запас воды в снеге к началу снеготаяния, начало снеготаяния, дата вскрытия реки, индексы атмосферной циркуляции и другие характеристики к началу весеннего периода, то, сопоставляя эти характеристики с таковыми текущего года, можно подобрать карту хода уровня воды для текущего года. Следовательно, дадим фоновый прогноз уровненого режима реки в целом.

Таким образом, внимательное рассмотрение названных выше графиков $z = f_1(t)$ и $z = f_2(x, t)$ – дополняющих друг друга, позволяет конкретизировать ту или иную поставленную перед исследователем задачу.

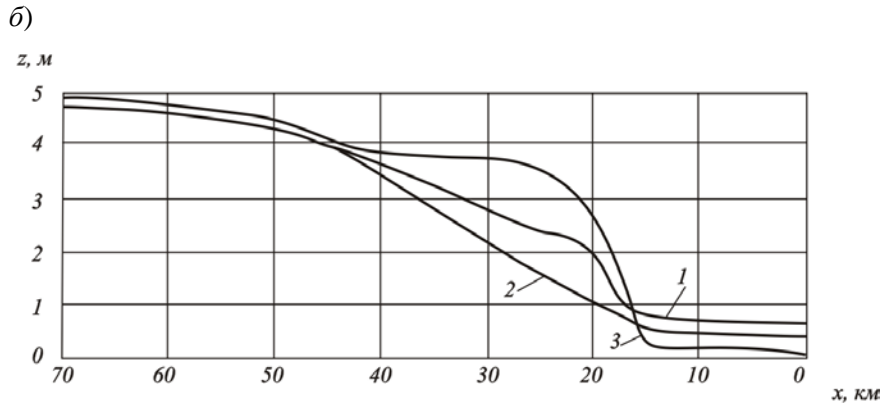
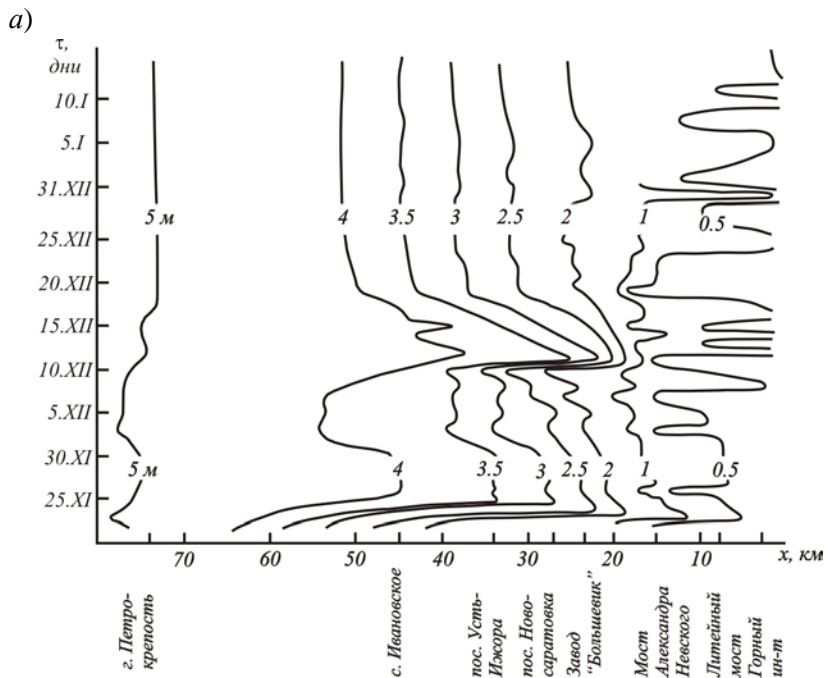


Рис. 8.2. а) Изолинии следования уровней воды р. Невы в отметках за период зазора с ноября 1987 г. по январь 1988 г.

б) Продольные профили водной поверхности р. Невы: 1 – в период размывания зазора; 2 – накануне образования зазора; 3 – во время зазора.

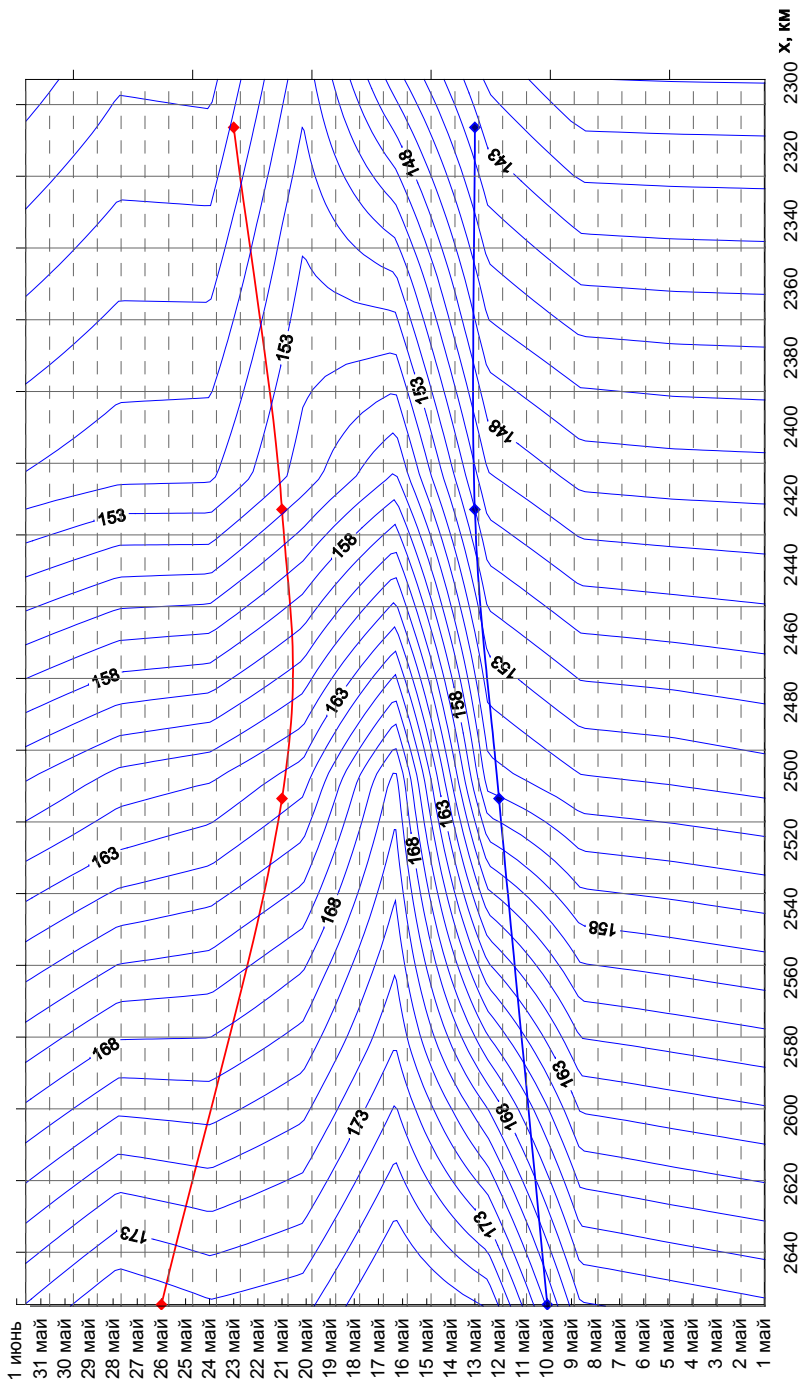


Рис. 8.3. а) Изолинии следования уровней воды р. Лены в отметках в районе г. Ленска за период существования затора льда в 2001 г.

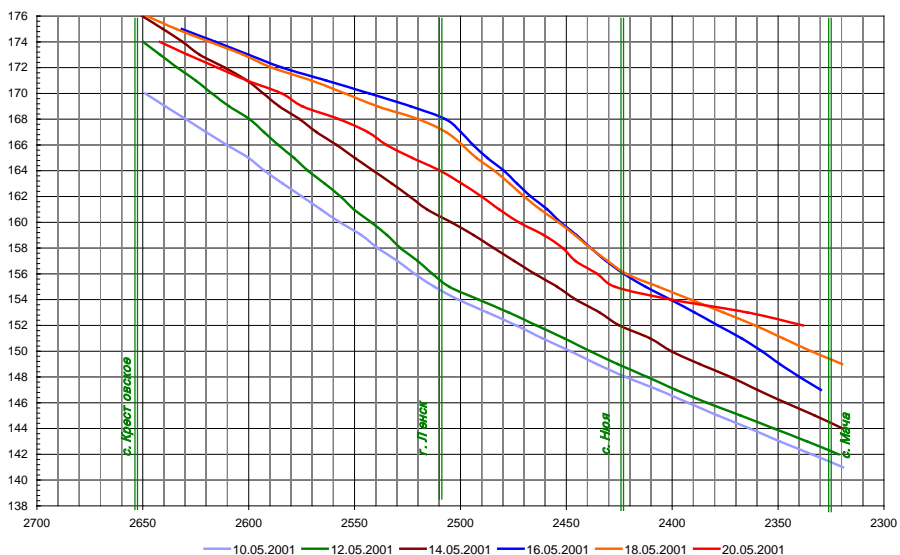


Рис. 8.3 б) Продольные профили водной поверхности р. Лена в районе г. Ленска за период существования затора льда.

8.2. График следования расходов воды в реке

При наличии достаточного числа створов с измерениями расходов воды можно, по аналогии с рассмотренным выше графиком уровней воды в отметках, построить график расходов воды в виде зависимости $Q = f_4(x, t)$ (рис. 8.4). Приведенный на рисунке график представляет собой систему изолиний ежедневных расходов воды. Изолинии проводятся в поле значений расходов воды выписанных на графике и отнесенных к конкретной дате и створу измерения, обозначенному на горизонтальной оси.

График расходов воды, так же как и график уровней воды, емок в отношении содержания информации и позволяет расширить наши представления об изменении водности по длине реки и во времени, выполнить текущий контроль расходов воды и их увязку по длине реки и др.

Используя этот график можно также составить представление о внутригодовом распределении стока в гидростворе и определить, например, объемы воды на различных участках реки на любую дату. Для решения этого вопроса необходимо на выбранную дату снять с графика значение расходов воды и построить зависимость $Q = f_3(x)$. Планиметрируя площадь между осью x и кривой $Q = f_3(x)$, определим объем воды в русле реки на интересующем нас участке.

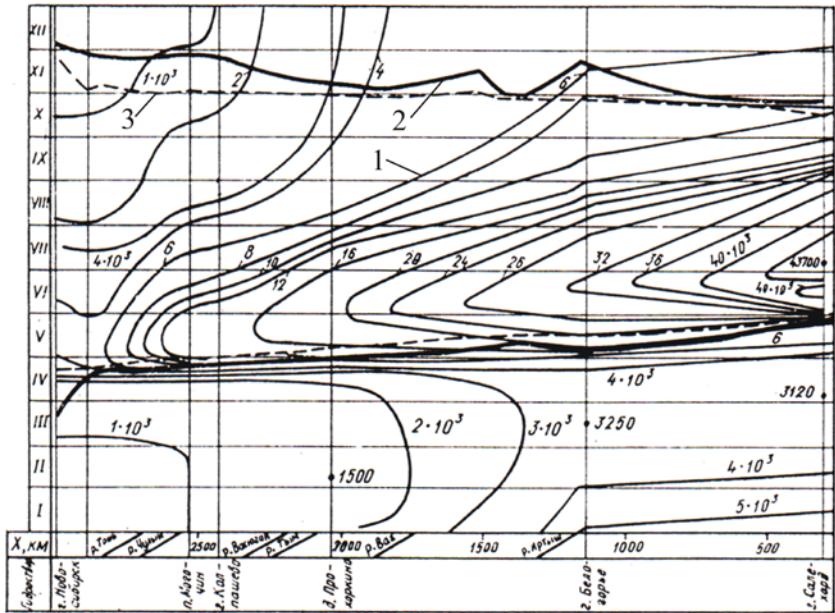


Рис. 8.4. График расходов воды р. Оби за 1971 год:

1 – изолинии следования расходов воды Q ; 2 – линия, ограничивающая период существования на реке сплошного ледяного покрова; 3 – линия, ограничивающая период ледохода.

При решении прогностических задач, задач о движении паводочной волны и других, часто необходимы значения производных от расхода $\partial Q/\partial x$, $\partial Q/\partial t$, $\partial Q/\partial w$, которые можно получить, используя предлагаемый график. С помощью приведенного графика возможно

решение и ряда других вопросов, например, определения скорости добегания данного расхода $C_Q = \left. \frac{dx}{dt} \right|_Q$.

В качестве примера выполним краткий анализ рекомендуемых графиков (рис. 8.1 и 8.4), построенных для р. Обь за 1971 год по данным 24 уретенных и 8 расходных постов.

По этим графикам, например, установлено:

1) отметки уровней воды на водпосту с. Молчаново ниже, чем на водпосту с. Могочи, расположенном в 39 км ниже по течению. При выяснении вопроса обнаружилось, что отметка нуля графика водпоста с. Молчаново занижена на 1,78 м;

2) отметки уровня воды на водпосту с. Мужы, расположенном на протоке Малая Обь, приблизительно на 1 м выше отметок уровня воды в самой р. Обь. В этом случае либо ход уровня в протоке Малая Обь не отражает ход уровня в р. Обь, либо отметка нуля графика на водпосту с. Мужы завышена;

3) анализ графика и данных об уровнях по водпосту г. Нижневартовска при условной отметке нуля графика 30 м показал, что ее можно считать абсолютной. Действительно, при нивелировке репера в последующие годы, оказалось, что его отметка равно 30,03 м;

4) выявлен мощный зазор между водпостами д. Белогорье и р. п. Октябрьское, образовавшийся в ноябре месяце, о котором в гидрологическом ежегоднике сведений не приводится. Признаком зазора (затора) является расхождение соседних линий равных отметок водной поверхности.

В заключение следует отметить, что:

1) аналогично приведенным графикам могут быть построены графики температуры, солености и мутности воды, толщины льда и других характеристик потока, представляющие также большой интерес для потребителей гидрологической информации;

2) использование предлагаемых графиков позволит разработать ряд новых методов расчета в инженерной гидрологии и речной гидравлике;

3) с помощью предлагаемых графиков можно сделать предварительное суждение о размещении вновь открываемых или, наоборот, закрытии действующих гидрологических станций и постов, выявить допущенные ошибки при измерении и расчете соответствующих характеристик;

4) используя график следования уровней поверхности воды для нахождения уклона водной поверхности I на любую дату, определим расход воды на эту дату в любом створе реки по формуле $Q = v\omega = (v_p + \alpha_{1_{п,с}} i_p \Delta I)\omega$, если предварительно для этого створа будут построены зависимости $H = f_1(z)$, $B = f_2(z)$, $n = f_3(z)$, где H, B, n - соответственно глубина, ширина потока и коэффициент шероховатости русла реки. Здесь скорость предлагается определять по формуле (6.7);

5) так как графики следования уровней представляют собой одно семейство изолиний (линий равного потенциала скорости ϕ), то, накладывая на него линии следования расходов воды - другое семейство линий (линии функции тока ψ), получим ортогональную сетку течений в координатах (x, t) плоского потенциального потока жидкости. Применяя методы решения уравнения Лапласа, описывающего поля потенциальных потоков, получим ответ на многие вопросы гидравлики и гидрологии.

И, наконец, дадим математическое обоснование графиков $z = f_2(x, t)$ и $Q = f_4(x, t)$.

Для изолиний уровня воды z справедлива следующая запись полного дифференциала от отметки поверхности воды:

$$dz = 0 \quad (8.1)$$

или

$$\frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial t} dt = 0 \quad (8.2)$$

или

$$\frac{\partial z}{\partial t} = - \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} \Big|_z \quad (8.3)$$

Если аналогичные рассуждения проведем и применительно к расходу воды Q , то получим

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = - \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt} \Big|_Q \quad (8.4)$$

где dx – расстояние, пройденное изолинией отметки z или изолинией расхода воды Q за время dt вдоль оси x , совпадающей с направлением русла реки; $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial Q}{\partial x}$ – изменение уровня поверхности воды (уклон водной поверхности) и расхода воды вдоль реки; $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial Q}{\partial t}$ – скорость подъема уровня воды и увеличения расхода воды в створе; $\left. \frac{dx}{dt} \right|_z$ и $\left. \frac{dx}{dt} \right|_Q$ – скорость продвижения изолинии водной поверхности с отметкой z_i и изолинии значения расхода воды Q_i вдоль оси x (по течению, если происходит подъем уровня воды, или против течения, если происходит падения уровня). По Железнякову [15] $\left. \frac{dx}{dt} \right|_Q$ – скорость добегаания данного расхода или фазовая скорость C_n , которую в настоящее время рекомендуется определять по приближенной формуле Седдона.

Решим (8.3) и (8.4) относительно скорости продвижения изолиний z и Q :

$$C_z = \left. \frac{dx}{dt} \right|_z = - \frac{\frac{\partial z}{\partial t}}{\frac{\partial z}{\partial x}} = \frac{v_n}{I}, \quad (8.5)$$

$$C_Q = \left. \frac{dx}{dt} \right|_Q = - \frac{\frac{\partial Q}{\partial t}}{\frac{\partial Q}{\partial x}} = C_n, \quad (8.6)$$

где v_n – скорость подъема (или спада) уровня воды в гидростворе; I – уклон водной поверхности на рассматриваемом участке Δx .

Путь, пройденный выбранной нами изолинии с отметкой z_i вдоль оси x за время Δt , будет равен

$$S = C_z \Delta t = \frac{v_{\text{п}}}{I} \Delta t. \quad (8.7)$$

Если построены графики следования уровня и расхода воды, то ими можем воспользоваться (с учетом формул (8.5) и (8.6)) для решения различных задач. Например, по (8.6) найдем $C_{\text{п}} = C_Q$, а затем определим расход воды при неустановившемся движении потока по формуле Международного стандарта ИСО 1100/2 [15]:

$$Q_{\text{н}} = Q_y \sqrt{1 + \frac{1}{I_y C_{\text{п}}} \frac{\partial z}{\partial t}}, \quad (8.8)$$

где $Q_{\text{н}}$ и Q_y – расходы воды соответственно при неустановившемся и установившемся движениях; $C_{\text{п}}$ – фазовая скорость (скорость добегаания данного расхода).

8.3. График следования скоростей течения воды в реке

Прежде всего рассмотрим физический смысл квазилинейного уравнения переноса

$$\frac{dv}{dt} + v \frac{dv}{dx} = \frac{dv}{dt} + \frac{dx}{dt} \frac{dv}{dx} = 0, \quad (8.9)$$

где v – средняя скорость течения; t – время; x – продольная координата.

Рассмотрим это уравнение применительно к случаю движения воды в прямолинейном канале. Его решение приводится во многих литературных источниках и, в частности, в работе [41]. Для идеализированного потока оно дается в виде прямых линий, носящих название характеристик. Вдоль характеристик значение скорости $v = f(x, t)$

постоянно. Наклон характеристик при следовании вдоль оси x либо уменьшается, либо увеличивается при монотонно меняющемся значении v .

Из уравнения (8.9) следует, что будем иметь три варианта его решения при уклоне дна $i_d > 0$ (рис.8.5):

1. При равенстве уклонов водной поверхности и дна ($i_p = i_d > 0$) и глубине потока $H = \text{const}$ характеристики (прямые) параллельны вертикальной оси t . Этот случай соответствует равномерному движению потока.

2. При уклоне водной поверхности $I > i_d$ (возрастающее значение v вдоль оси x). Характеристики наклонены к оси x по ее ходу.

3. При уклоне водной поверхности $I < i_d$ (убывающее значение v вдоль оси x) характеристики наклонены к оси x против ее хода.

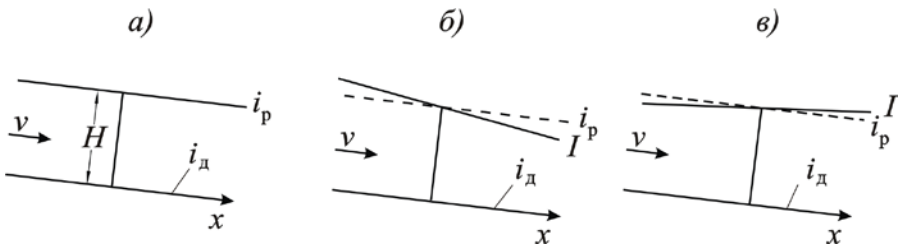


Рис. 8.5. Случаи состояния потока: а – равномерное; б – ускоренное неустановившееся движение потока; в – замедленное неустановившееся движение потока.

В уравнении (8.9) справа стоит нуль, указывающий на отсутствие действующей силы, однако авторы названной выше работы негласно ее подразумевают, когда говорят, что наклон характеристик меняется в зависимости от изменения скорости v . Она будет меняться только при наличии действующей на поток силы и ее изменении. В нашем случае такой силой является сила тяжести, точнее превышение силы тяжести над силой трения, определяемое разностью уклонов $\Delta I = I - i_d$ или $\Delta I = I - i_p$, т.к. $i_p = i_d$.

Учтем теперь силу трения потока о дно и стенки канала (турбулентную вязкость воды). В этом случае в (8.9) появится правая часть, указывающая на то, что мы имеем дело с неоднородным уравнением.

В речной гидравлике это уравнение носит название гидродинамического уравнения Сен-Венана. Записанное в нашей интерпретации оно имеет вид (3.1).

Уравнение (3.1) применяется для определения скорости течения при неустановившемся движении воды в естественных руслах. Решением этого уравнения будут характеристики в виде кривых линий сложной конфигурации и представляют они собой линии следования постоянной скорости течения воды в координатах x, t , построенные по аналогии с графиками следования уровней (п. 8.1) и расходов воды (п. 8.2), рассмотренные выше. Так они названы по аналогии с характеристиками потока применительно к неустановившемуся его движению в реке, которые Н.М. Бернадский [5] назвал линиями следования расхода и уровня воды. Эти линии также могут быть построены по данным натуральных измерений скоростей течения. В качестве примера на рис. 8.6 приведены характеристики (изолинии) скорости течения для р. Тверцы. На этом же рисунке показано и графическое отображение скорости продвижения изолинии скорости v с индексом 0.5 м/с в направлении оси x : $v_v = \frac{dx}{dt} = tg\varphi$.

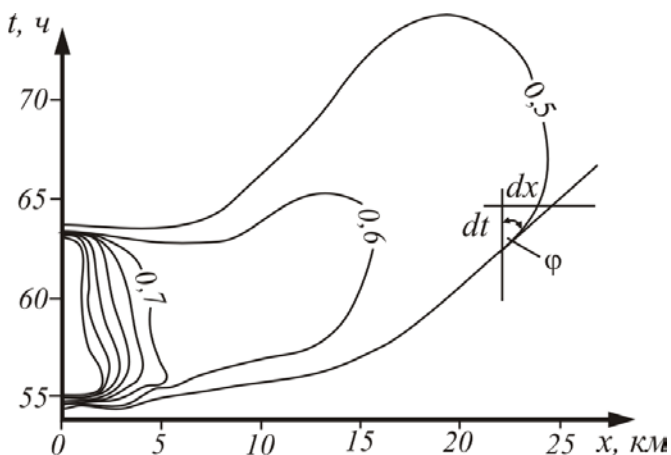


Рис. 8.6. Линии (характеристики) следования скорости течения в р. Тверце (попуск № 3). Цифры на изолиниях – скорость потока v , м/с.

Скорость v_v «управляется» разностью уклонов $\Delta I = I - i_p$. Чем больше эта разность, т.е. угол φ , тем больше v_v – скорость продвижения изолинии с индексом v_i вдоль оси x . При подъеме уровня воды ($I - i_p > 0$) характеристики наклонены вправо ($v_v > 0$), при равномерном движении потока ($I - i_p = 0$) они идут вертикально ($v_v = 0$), а при спаде уровня воды ($I - i_p < 0$) – наклонены влево ($v_v < 0$). А в каждой точке на выбранной изолинии общая скорость потока складывается из скорости при равномерном движении потока v_{pi} и дополнительной скорости v_{vi} , обусловленной силой инерции, т.е. $v_{in} = v_{pi} + v_{vi}$ при подъеме уровня воды и $v_{ic} = v_{pi} - v_{vi}$ – при спаде уровня воды.

9. Гидродинамическое уравнение Сен-Венана и его интерпретация

9.1. Анализ слагаемых гидродинамического уравнения Сен-Венана

Анализ физической сущности слагаемых гидродинамического уравнения Сен-Венана в традиционной записи (2.4):

$$I = \frac{\alpha_0}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v^2}{C^2 H} \quad (9.1)$$

показал, что для открытого потока оно представляет собой квазилинейное уравнение переноса вещества с переменной правой частью. Считается, что в этом уравнении смысловое значение скорости в первых двух слагаемых справа от знака равенства и в третьем слагаемом одинаковое. По нашему мнению, оно должно быть различным. Ниже обоснуем это утверждение.

Исторически, начиная от Буссинеско [6], когда он преобразовал уравнение Навье-Стокса в уравнение Сен-Венана, сложилось так, что касательное напряжение турбулентного потока о дно (силу трения) определяют по формуле

$$\tau = \rho k v^2, \quad (9.2)$$

где ρ – плотность жидкости; k – коэффициент пропорциональности; v – скорость течения. При этом, при глубине потока $H = \text{const}$ оно является переменной величиной, в зависимости от уклона водной поверхности I , т.е. в зависимости от скорости v . В то же время нам известно, что касательное напряжение должно быть определено при равномерном движении потока со скоростью v_p , т.е. следует писать

$$\tau = \rho k v_p^2 \quad (9.3)$$

или

$$\tau = \rho g H i_p, \quad (9.4)$$

где v_p и i_p – скорость потока и уклон водной поверхности при равномерном движении; g – ускорение свободного падения.

Приравнивая (9.3) и (9.4) получим выражение для средней скорости потока при его равномерном движении – формулу Шези (2.2)

$$v_p = \sqrt{\frac{g}{k}} \sqrt{H i_p} = C \sqrt{H i_p} \quad (9.5)$$

или, решая относительно уклона, найдем

$$i_p = \frac{v_p^2}{C^2 H}. \quad (9.6)$$

Требование увеличения касательного напряжения с увеличением скорости согласно (9.2) остается в силе. Выполним мы его при расчете по формуле (9.3) в том случае, если будем при $H = \text{const}$ задавать различные уклоны равномерного движения $i_{p1} < i_{p2} < i_{p3}$ и т.д. Для натурного потока этого не осуществить, но для потока в лабораторном лотке с переменным уклоном дна сделать это реально. Для этого достаточно закрепить начало лотка шарнирно, а его конец опереть на винт (домкрат).

Выразим теперь последний член уравнения (9.1) через уклон при равномерном движении i_p согласно выражению (9.6). Тогда уравнение (9.1) примет вид квазилинейного уравнения переноса вещества с правой частью (упомянутое выше). При этом при отсутствии силы трения оно примет вид:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = gI, \quad (9.7)$$

а при наличии силы трения с учетом (9.6)

$$\frac{\partial v_v}{\partial t} + v_v \frac{\partial v_v}{\partial x} = g\Delta I. \quad (9.8)$$

Итак, согласно (9.8), вода движется со скоростью v_v под действием силы тяжести пропорциональной произведению $g\Delta I$.

В (9.7) и (9.8) принято равенство коррективов скорости Буссинеско и Кориолиса ($\alpha_0 \approx \alpha \approx 1$); $\Delta I = I - i_p$ – разность уклонов водной поверхности потоков при неустановившемся (I) и равномерном (i_p) движениях при глубине в гидростворе $H = \text{const}$; $v_v = v - v_p$ – скорость перемещения линии следования (изолинии) скорости течения воды в реке v . Она обусловлена долей силы тяжести, равной разности между полной силой тяжести и силой трения, и пропорциональна разности уклонов $\pm \Delta I$. Следовательно она имеет цифровое значение иное, чем значение скорости v , обусловленное полной силой тяжести при отсутствии трения, т.е. при $\Delta I = I - 0 = I$, как в (9.7).

Так как неустановившийся поток в гидростворе с глубиной H может быть с различным уклоном водной поверхности I , то по этой причине правая часть в (9.8) переменная величина. Как видим в (9.7), в случае отсутствия силы трения потока о одно русла реки (жидкость без вязкости) скорость жидкости $v_v = v$. Также отметим, что уравнения (9.7) и (9.8) не содержат каких-либо физических характеристик вещества и геометрических параметров потока. По этой причине оно является универсальным и, следовательно, можем утверждать, что зависимость $v_v = f(\Delta I)$ при $i_p = \text{const}$ не изменяется с наполнением русла.

Итак, уравнение (9.1) в нашем представлении запишется в виде (9.8) или, раскрывая его правую часть, следующим образом:

$$I = \frac{\alpha_0}{g} \frac{\partial v_v}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} v_v \frac{\partial v_v}{\partial x} + \frac{v_p^2}{C^2 H}. \quad (9.9)$$

Чтобы выяснить физический смысл v_v в уравнении в записи (9.8) и (9.9) необходимо построить график изолиний равных скоростей в потоке (линии следования скорости течения) в координатах (t, x) (п.8.3). В любой точке на изолинии этого графика скорость потока v , как мы уже говорили (п. 6.1), определится как сумма скоростей $v_p \pm v_v$, где $v_v = \frac{dx}{dt} = tg\varphi$ – тангенс угла наклона изолинии, проходящей через выбранную точку к вертикальной оси времени t . Характеризует она (т.е. скорость v_v) скорость перемещения выбранной скорости потока v вдоль оси x , как по течению (со знаком плюс), так и против течения (со знаком минус). Аналогией этой скорости в гидрологии является, например, скорость распространения данного расхода v_Q (скорость добегания (п.8.2)).

Пример решения уравнения (9.8) без правой части и с постоянной величиной правой части приводиться, например, в работе [41]. Нашей задачей является решение этого уравнения с переменной правой частью.

9.2. Вывод гидродинамического уравнения движения жидкости в новой его записи

Рассмотрим второй путь получения уравнения (9.9). Для этого запишем следующее уравнение баланса сил в гидростворе в случае неустановившегося движения потока в реке (канале) при одномерной задаче:

$$P = F + T_p, \quad (9.10)$$

в котором слагаемые являются проекциями сил на ось x : P – силы тяжести, действующей на воду массой m ; F – сила инерции этой

массы; T_p – сила трения потока воды о дно и берега реки при его равномерном движении. Силой трения потока жидкости о воздух атмосферы в (9.10) пренебрегаем.

Выразим слагаемые (9.10) по соответствующим формулам:

$$P = mgI, \quad (9.11)$$

$$F = ma = m \frac{dv_v}{dt} = m \left(\frac{\partial v_v}{\partial t} + v_v \frac{\partial v_v}{\partial x} \right), \quad (9.12)$$

$$T_p = mgi_p = mg \frac{v_p^2}{C^2 H}, \quad (9.13)$$

где g – ускорение свободного падения; I и i_p – уклон свободной водной поверхности потока при неустановившемся и равномерном его движениях; $a = \frac{dv_v}{dt}$ – полное ускорение (локальное и конвективное) движения жидкости; v_v и v_p – дополнительная скорость потока при неустановившемся и скорость потока при равномерном его движениях; C – коэффициент Шези; H – глубина потока. Дополнительная скорость потока v_v – это разность полной скорости потока v , наблюдающейся при неустановившемся движении, и скорости v_p , наблюдающейся при его равномерном движении при одной и той же отметке z_k (рис. 2.1): $v_v = \pm(v_{п,с} - v_p)$, где $v_{п}$ и $v_{с}$ – скорости потока при подъеме и спаде уровня воды. Если $v_v \rightarrow 0$, то в итоге мы окажемся на кривой равномерного движения потока.

Отметим здесь еще раз, что, используя уникальные измерения гидравлических характеристик, выполненных Государственным гидрологическим институтом на р. Тверце при попусках из Новотверецкого водохранилища как мы уже отмечали, нам удалось установить эмпирическую зависимость дополнительной скорости v_v с уклоном водной поверхности потока (п. 6.1):

$$v_v = a_{1_{п,с}} i_p \Delta I, \quad (9.14)$$

где $\alpha_{1_{п}}$ и $\alpha_{1_{с}}$ – коэффициенты, применяемые при расчете скорости v_v для периода подъема и соответственно периода спада уровня воды при петлеобразной кривой скоростей; $\Delta I = I - i_p$ при отметке z_k (рис. 2.1).

Скорость v_v , обусловленная силой инерции, названа нами скоростью движения линии следования постоянной (данной) скорости течения воды в реке v и определяется она на графике $v = f(x, t)$, как тангенс угла наклона этой изолинии в створе на расстоянии x к оси времени t : $v_v = \frac{dx}{dt} = tg\varphi$ (п. 8.3, рис. 8.6). Она характеризует скорость перемещения выбранной скорости потока v вдоль оси x .

Если теперь решим совместно зависимости (9.10) – (9.13) и введем в рассмотрение коррективы скорости Буссинеско и Кориолиса α_0 и α , то получим гидродинамическое уравнение движения жидкости (9.9) в новой его записи, отражающее петлеобразную кривую скоростей на рис. 2.1:

$$I = \frac{\alpha_0}{g} \frac{\partial v_v}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} v_v \frac{\partial v_v}{\partial x} + \frac{v_p^2}{C^2 H}. \quad (9.15)$$

Переходя в (9.15) к уклонам $I = i_n + i_k + i_p$, где $i_n + i_k = \Delta I$, получим

$$\Delta I = I - i_p. \quad (9.16)$$

Выполняя анализ (9.16), приходим к выводу, что уклон I обуславливает полную скорость потока v , уклон i_p , скорость потока v_p , а разность этих уклонов ΔI – скорость $v_v = \Delta v = v - v_p$. То есть, дополнительная скорость v_v обусловлена силой, равной разности сил тяжести P и трения T_p , упомянутых выше. В связи с этим можем утверждать, что задача о неустановившемся движении воды в реке состоит, как уже от-

мечали ранее, из двух решений: 1) из решения для нахождения скорости течения при равномерном движении потока v_p , определяемой через уклон дна реки $i_d = i_p$, и 2) из решения для нахождения дополнительной скорости течения при неустановившемся движении потока v_v , определяемой через разность уклонов водной поверхности при неустановившемся и равномерном движениях воды в реке ΔI .

Таким образом, мы получили общее решение $v = v_p \pm v_v$ для уравнения (9.15), которое состоит из двух слагаемых, соответствующих силе трения (пропорциональной уклону i_p) и силе инерции (пропорциональной разности уклонов ΔI). Поэтому на первый взгляд можно говорить, что для решения уравнения применен метод суперпозиции, согласно которому, если составляющие сложного процесса воздействия взаимно не влияют друг на друга, то результирующий эффект от этих воздействий будет представлять собой сумму эффектов, вызываемых каждым воздействием в отдельности. Но оказывается не все так просто. Есть и второе условие, согласно которому принцип суперпозиции применим к системам, поведение которых описывается линейными соотношениями. И вот второе условие строго не выполняется из-за слагаемого $v_v \frac{\partial v_v}{\partial x}$. Но учитывая, что это слагаемое

в процентном отношении «малозначимое» по отношению к другим слагаемым, мы можем говорить, что применен для решения задачи метод суперпозиции. Подтверждением этому является полученная нами по натурным измерениям прямолинейная зависимость $v_v = f(\Delta I)$. Конечно, понимаем, что наши выводы сделаны на недостаточном материале, полученном при стандартных, но еще несовершенных методах измерения гидравлических характеристик неустановившегося потока: глубины, скорости течения, уклона, расхода воды.

9.3. Оценка доли слагаемых уравнения Сен-Венана в новой его записи

Количественную оценку слагаемых гидродинамического уравнения Сен-Венана в его обычной записи (2.4) выполняет, по существу, каждый исследователь-гидравлик, когда занимается решением этого сложного уравнения. Чаще всего встречаем оценку того или иного

слагаемого уравнения такими словами: «исключим из рассмотрения ввиду его малости». Иногда пытаются показать эту малость слагаемого, но делают это не убедительно. Ярким примером этому является работа Д.Е.Скородумова, которая по этому вопросу положена и в основу пособия по экстраполяции кривых расходов воды до наивысших уровней [37]. Он пишет [39, стр. 15]: «...членом, учитывающим изменение скорости во времени

$\left(\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}\right)$, будем пренебрегать, как это делается обычно и как это можно показать следующим примерным расчетом. Допустим, что средняя скорость потока изменяется на 0.1 м/с за сутки (в действительности чаще всего изменения средней скорости на сравнительно крупных равнинных реках еще более медленны и составляют лишь сантиметры в секунду за сутки, что видно хотя бы из данных гидрологических ежегодников). Тогда

$$\frac{1}{g} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,1}{9,81 \cdot 86400} = 12 \cdot 10^{-8}. \quad (9.17)$$

Между тем порядок величин уклонов водной поверхности, с которыми нужно соизмерять величины членов правой части уравнения, составляет в тех же условиях от 0.00001 – 0.0002 до 0.00002 – 0.00003; следовательно, рассматриваемый инерционный член дает лишь доли процента от уклона».

Развивая эту точку зрения Д.Е. Скородумова, Н.Б. Барышников в своей монографии [3, стр. 166, 223] пишет, что «...по данным Гидрологических ежегодников он (Скородуов) получил значение члена, характеризующего влияние неустановившегося движения, равное

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = 0.00000012, \text{ что составляет доли процента от уклона в паводочный период на равнинных реках.}$$

Нами были выполнены аналогичные расчеты по данным Гидрологических ежегодников для 46 рек СССР, которые показали, что значение этого члена уравнения невелико, его максимальное значение для паводков равнинных рек составляет 5% уклона свободной поверхности, т.е. не выходит за пределы точности измерений».

Подобным же образом, т.е. без достаточного физического обоснования дают оценку слагаемым уравнения Сен-Венана и многие дру-

гие исследователи неустановившегося движения потока в реке. Чтобы строго решить эту задачу необходимо ответить на вопрос, имеющий кардинальное значение для анализа слагаемых этого уравнения: 1) рассматривается выраженное неустановившееся движение потока или оно близкое к равномерному движению (?); 2) как физически обоснованно можно рассчитать локальное ускорение при постоянной глубине открытого потока H в рассматриваемом сечении реки, зафиксированной в слагаемом, учитывающем силу трения потока о дно русла, изменяя при этом скорость потока?

К постановке этих вопросов нас обязывают кривые расходов воды (рис. 1.3) и скорости течения (рис. 2.1), рассматривая которые, задаемся, в свою очередь вопросом: не локальным ли ускорением обусловлены значения расходов Q и скорости v при $H = const$ существенно превышающие таковые (до 2-х раз) расходы и скорости при равномерном движении потока (однозначные кривые на этих рисунках)?

Чтобы ответить на поставленные выше вопросы обратимся к уравнению Сен-Венана (9.15), записанному в виде:

$$gI = \alpha_0 \frac{\partial v_v}{\partial t} + \alpha v_v \frac{\partial v_v}{\partial x} + g \frac{v_p^2}{C^2 H} \quad (9.18)$$

или

$$gI = \alpha_0 \frac{\partial v_v}{\partial t} + \alpha v_v \frac{\partial v_v}{\partial x} + g i_p. \quad (9.19)$$

Здесь член уравнения gI характеризует энергию потока, обусловленную силой тяжести. Первое слагаемое справа от знака равенства характеризует энергию, затраченную на перенос массы воды m потоком через сечение $B \times H$ (в уравнении принято $B = 1$) с ускорением $\frac{\partial v_v}{\partial t}$ и имеет знаки \pm , соответствующие фазам подъема и спада уровня воды. Второе слагаемое – энергию, затраченную потоком на преодоление сопротивления, обусловленного непараллельностью поверхности («плоскости») дна и водной поверхности потока. Эти поверхности сходятся в лобовой части паводочной волны потока (фаза подъема уровня воды) и расходятся в тыловой ее части (фаза спада уровня воды). Если считать волну потока «твердым» телом, то можно сказать, что в этом случае происходит его деформация (изменение

формы волны, выражающееся отклонением водной поверхности от ее плоского вида при уклоне I , на что затрачивается энергия потока. Это слагаемое имеет знак \pm в периоды обеих фаз и зависит от формы водной поверхности (см. рис. 9.2). Третье слагаемое уравнения (9.19) – gi_p характеризует энергию, затраченную турбулентным потоком на преодоление силы трения при обтекании им дна и стенок русла реки. Оно имеет только отрицательный знак. Выше уже отмечали, но подчеркнем еще раз, что численное значение этого слагаемого, согласно закону Ньютона, определяется при равномерном движении потока. Отсюда следует, что оно должно содержать скорость потока при равномерном движении v_p , а не полную скорость потока v , соответствующую неустановившемуся его движению.

Приведем уравнение (9.19) к виду

$$g(I - i_p) = \alpha_0 \frac{\partial v_v}{\partial t} + \alpha v_v \frac{\partial v_v}{\partial x} \quad (9.20)$$

и, соответственно, в конечных разностях:

$$\Delta I = \frac{\alpha_0}{g} \frac{\Delta v_v}{\Delta t} + \frac{\alpha v_v}{g} \frac{\Delta v_v}{\Delta x}. \quad (9.21)$$

Обращаясь к уравнению (9.20), отметим, что его слагаемое слева отражает превышение силы тяжести над силой трения потока реки о дно (в период спада уровня воды наоборот – сила трения больше силы тяжести). Слагаемые справа отражают силу инерции. При этом обратим внимание на особенность слагаемых правой части уравнения – они не содержат каких-либо параметров русла реки и физических характеристик воды. Следовательно можем утверждать, что между левой и правой частями уравнения должна быть прямолинейная зависимость, которая и нашла отражение в формуле (9.14).

Перейдем теперь к количественной оценке слагаемых правой части уравнения (9.21) при $\alpha_0 = \alpha \approx 1$. Для этого воспользуемся кривыми водной поверхности, представленными на рис. 9.1 и построенными по данным наблюдений за уровнями водной поверхности на р. Тверце [19], осуществленных в период специальных попусков воды из водохранилища.

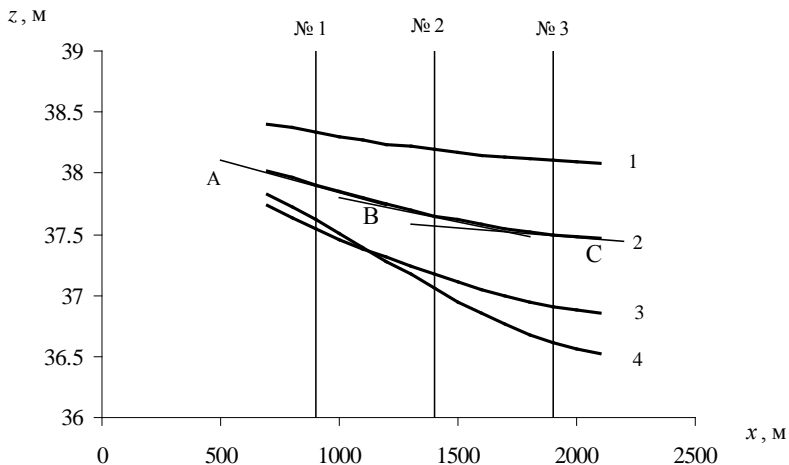


Рис. 9.1. 1, 2, 3, 4 – Кривые водной поверхности при неустановившемся движении воды в р. Тверце в районе гидроствора № 2; № 1, № 2, № 3 - гидростворы, где определены скорости v_v и уклоны водной поверхности I ; А, В, С – касательные к кривым водной поверхности, предназначенные для определения ее уклона в гидростворах №№ 1, 2, 3

На рассматриваемом участке реки с шагом Δx , рассчитанном по формуле (9.32), назначены гидростворы №№ 1, 2, 3. В назначенных гидростворах, с целью определения уклона водной поверхности I , были проведены касательные к построенным кривым. Значения уклонов, установленных в этих гидростворах, приведены в таблице 9.1 (графа 1). В графе 2 этой таблицы приведен уклон водной поверхности при равномерном движении потока $i_p = 18 \cdot 10^{-5}$. Скорость инерционного движения потока v_v для каждого створа определялась по формуле (9.14) с использованием найденных значений уклонов I и i_p :

$$v_v = \alpha_{1n} i_p \Delta I, \quad (9.22)$$

где $\alpha_{1n} = 1,3 \cdot 10^7$ м/с; $\Delta I = I - i_p$ (графа 3).

Таблица 9.1

Количественная оценка слагаемых уравнений Сен-Венана
(9.21) для р. Тверцы в гидростворе № 2

Номер кривой водной поверх- ности на рис. 9.1	$1 \cdot 10^5$	$i_p = \frac{v_p^2}{C^2 H} \cdot 10^5$	$\Delta I = (I - i_p) \cdot 10^5$	$\frac{1}{g} \frac{\partial v_v}{\partial t} \cdot 10^5$	$\frac{v_v}{g} \frac{\partial v_v}{\partial x} \cdot 10^5$	Значения в графах, в %				
						(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	22.5	18	4.5	4.0	0.5	100	80	17.8	2.2	
2	45	18	27	22.9	4.1	100	40	50.9	9.1	
3	60	18	42	36	6	100	30	60	10	
4	108	18	90	77.4	12.5	100	16.7	71.7	11.6	

Градиент скорости $\frac{\Delta v_v}{\Delta x}$ уравнения (9.21) на участке между створами № 1 и № 3 найден по формуле

$$\frac{\Delta v_v}{\Delta x} = \frac{v_{v3} - v_{v1}}{\Delta x}, \quad (9.23)$$

где v_{v1} и v_{v3} – скорости инерционного движения потока в створах № 1 и № 3. Скорость v_v при этом градиенте рассчитывалась по гидроствору № 2. Результаты расчета последнего слагаемого уравнения (9.21) приведены в графе 5 таблицы 9.1.

Найденные значения крайних слагаемых уравнения (9.21) позволили определить слагаемое $\frac{1}{g} \frac{\Delta v_v}{\Delta t}$ (графа 4) как остаточный член уравнения.

Рассчитанные количественные значения слагаемых уравнения Сен-Венана приведены в таблице также в процентных соотношениях.

Таким образом, обращаясь к графам 6 – 9 таблицы 9.1 следует сказать, что, так называемое конвективное ускорение уравнения Сен-Венана в рассмотренных примерах отражают наименьшую долю общей энергии потока, а слагаемое учитывающее локальное ускорение существенно больше слагаемого учитывающего конвективное ускорение. Эти численные значения противоречат утверждениям Д.Е. Скородумова и других исследователей гидравлики неустановившегося движения потока в реках о малости значения локального ускорения в уравнении Сен-Венана. Сказанное легко подтверждается и рисунком 9.2, где показаны две водные поверхности – плоская водная поверхность 1 с уклоном $I = \frac{z_1 - z_3}{\Delta x}$, которой соответствует только локаль-

ное ускорение $\frac{\partial v_v}{\partial t}$, отражающее 100% перенос жидкости, и вогнутая поверхность 2 с этим же уклоном I , но ей уже соответствует два значения ускорения: локальное и конвективное. При этом, чем больше отклонение кривой 2 от кривой 1, т. е. чем больше ее прогиб, тем

больше значение конвективного ускорения $v_v \frac{\partial v_v}{\partial t}$ (в данном случае с положительным знаком) и, соответственно, меньше локальное ускорение. В том случае, когда кривая 2 будет расположена выше кривой 1, т. е. на участке Δx она имеет не прогиб, а выпуклость, то конвективное ускорение будет иметь отрицательный знак.

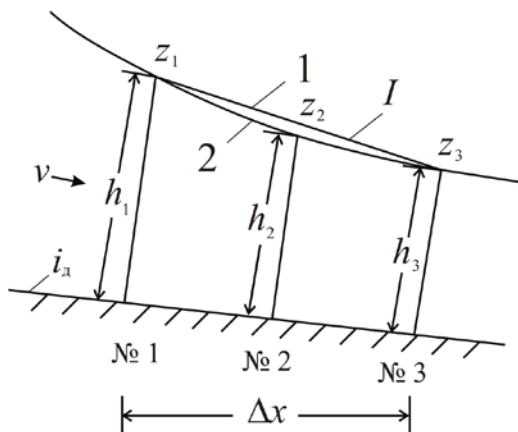


Рис. 9.2. Схема водной поверхности паводочной волны: 1 – условная, 2 – реальная

Приведенные численные значения в графе 9 таблицы относятся к ярко выраженному неустановившемуся движению потока в реке, вызванному специальными попусками из Новотверецкого водохранилища. Но, из практики наблюдений на реках нам известно, что в период паводка или половодья эти значения существенно меньше приведенных в таблице. Поэтому, при гидравлических расчетах неустановившегося движения потока в реке при упомянутых явлениях смело можно пренебрегать слагаемыми уравнения Сен-Венана, учитывающими конвективное ускорение и не в коем случае не слагаемым, учитывающим локальное ускорение.

9.4. Формула для расчета волновой скорости речного потока

В механике жидкости известна формула Лагранжа, предназначенная для расчета скорости распространения возмущений в покоя-

щейся жидкости. Гидравлики, например [10, 12, 13, 25, 40 и др.] ссылаясь на работу С.А. Христиановича, посвященную решению задачи о неустановившемся движении потока (1937 г.), пытаются применить эту формулу и для расчета скорости распространения паводочной волны и волны попуска в русле реки. При этом все они записывают выражение для паводочной волновой скорости (скорости перемещения фронта длинной волны в реке – границы между возмущенной и невозмущенной жидкостью) в виде

$$c = v_0 + c' = v_0 + \sqrt{gh_0}, \quad (9.24)$$

где под v_0 понимают скорость установившегося движения потока в начальный момент времени при глубине h_0 (рис. 9.3); $c' = \sqrt{gh_0}$ – скорость распространения фронта волны в неподвижной воде – формула Лагранжа. Скорость c' называют иногда еще и дополнительной скоростью по отношению к скорости v_0 .

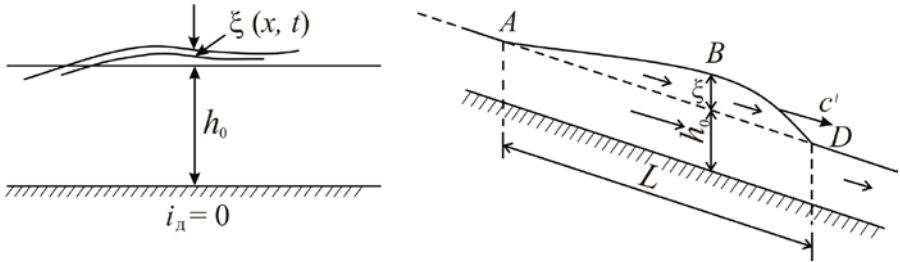


Рис. 9.3. Варианты схем возмущений в потоке (к выводу формулы Лагранжа [10, 40]).

Формулу (9.24) получают из гидродинамического уравнения Сен-Венана после выполнения определенных математических преобразований и исключения из рассмотрения слагаемого, учитывающего конвективный перенос жидкости и силы гидравлического сопротивления и обязательного введения в это уравнения превышения глубины ξ (рис. 9.3), вызванной каким-либо возмущением водной поверхно-

сти. В результате этого под знаком дифференциала $\frac{\partial}{\partial x}$ в этом уравнении появляется сумма $h_0 + \xi$ и затем проводятся с этой производной различные действия, на наш взгляд не вполне корректные. Итогом решения уравнения является формула (9.24) в случае движущейся жидкости по всей глубине h_0 . При существенном отклонении ξ формула Лагранжа принимает такой вид:

$$c' = \sqrt{g(h_0 + \xi)}. \quad (9.25)$$

В заключении этой вводной части к рассматриваемому вопросу следует отметить, что из всех исследователей никто не упомянул силу обуславливающую скорости, рассчитываемые по формулам (9.24) и (9.25), а также их численные значения в применении к реальным паводочным волнам, распространяющимся в реке.

С целью получения формулы, описывающей скорость распространения жидкости в различных створах реки при прохождении паводочной волны, нами, при рассмотрении уравнения Сен-Венана, осуществлен иной подход к его решению. Рассматривается не возмущение свободной поверхности $\xi(x, t)$, а движение по руслу массы жидкости в форме неправильной волны, постоянно деформирующейся при этом движении, что выражается изменением уклона водной поверхности. Отражение этого подхода осуществлено в п. 6.1 (формулы (6.2), (6.6)). Получена формула по внешнему виду похожая на формулу (9.24):

$$v = v_p + v_v, \quad (9.26)$$

где v_p – скорость потока при равномерном его движении при отметке z_k (в формуле (9.24) скорость v_0); v_v – дополнительная скорость, обусловленная силой тяжести (частью ее), пропорциональной разности уклонов ΔI и при той же отметке z_k (рис. 2.1). В формуле (9.24) это скорость c' . Здесь значение скорости равномерного потока v_p рекомендуется определять по формуле Шези (2.2), а дополнительной скорости v_v по эмпирической формуле (6.6), полученной по результа-

там натуральных измерений на р. Тверце. Таким образом, из (9.26) следует, что скорость потока v (волновая скорость) определяет перенос массы жидкости через сечение потока в любом створе x , в котором заданы соответствующие гидравлические характеристики.

Перейдем теперь к нахождению формулы Лагранжа - дополнительной скорости v_v для длинной волны, распространяющейся в русле реки (канала), непосредственно из уравнения Сен-Венана. Для этого запишем уравнение (9.21), приняв $\alpha_0 = \alpha = 1$, в виде:

$$g\Delta I = \frac{\Delta v_v}{\Delta t} + v_v \frac{\Delta v_v}{\Delta x}, \quad (9.27)$$

где $\Delta I = I - i_p$, $i_p = \frac{v_p^2}{C^2 H}$, $\frac{\Delta v_v}{\Delta t} = \frac{v_{v2} - v_{v1}}{\Delta t}$ - изменение дополнительной скорости v_v за время Δt в створе № 2 от $v_{v1} = 0$ - «начало» неустановившегося движения, когда наблюдается равномерное движение потока, до v_{v2} (которой придано значение скорости v_v).

Если рассматривать случай движения потока, описываемого уравнением (9.27) без левой его части [41], тогда шаг по времени будет равен

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_v}, \quad (9.28)$$

а если без конвективного ускорения, то

$$\Delta t = \frac{v_v}{g\Delta I}. \quad (9.29)$$

Решим совместно (9.28) и (9.29), исключая шаг Δt , тогда получим

$$v_v = \sqrt{g\Delta I \cdot \Delta x}, \quad (9.30)$$

а совместное решение (9.30) и (9.14) позволит найти шаг по длине

$$\Delta x = \frac{\alpha_1^2 i_p^2 \Delta I}{g}. \quad (9.31)$$

Введем обозначение $k = \frac{\alpha_1^2 i_p^2}{g}$, тогда получим

$$\Delta x = k \Delta I, \quad (9.32)$$

где значение k для р. Тверцы (гидроствор №2) при $\alpha_{1п} = 1.3 \cdot 10^7$ м/с, $i_p = 0.00018$, $g = 9.81$ м/с² равно $5.58 \cdot 10^5$ м.

Теперь раскроем разность уклонов в (9.30):

$$\Delta I = I - i_p = -\frac{\Delta h}{\Delta x}. \quad (9.33)$$

Подставим (9.33) в (9.30), тогда получим выражение для дополнительной скорости в несколько иной записи:

$$v_v = \sqrt{g |\Delta h_x|}, \quad (9.34)$$

где $\Delta h_x = h_1 - h_3$; h_1 и h_3 – глубины потока на концах участка Δx .

Расчет дополнительной скорости v_v по формулам (9.14) и (9.30) приведен в таблице 9.2. Здесь же для сравнения приведено значение скорости v_v измеренное в гидростворе № 2 р. Тверцы (эпюра скорости приведена на рис. 6.2).

Из представленной таблицы следует, что результаты расчета и измерения дополнительной скорости v_v имеют хорошее совпадение, о чём также уже говорилось в п. 6.1.

Таблица 9.2

Рассчитанные и измеренная дополнительные скорости v_v (м/с)
 для гидроствора № 2 р.Тверцы при отметках z_k кривых,
 представленных на рис. 9.1

Номер кривой	1	2	3	4	–
$z_k, \text{ м}$	38.19	37.65	37.18	37.06	37.50
$\Delta I \cdot 10^5$	4.5	27	42	88	47
$\Delta x, \text{ м}$	25.1	151	234	491	265
$v_v = \sqrt{g \cdot \Delta I \cdot \Delta x}$	0.105	0.63	0.98	2.06	1.10
$v_v = \alpha_1 i_p \Delta I$	0.105	0.63	0.98	2.06	1.10
Натурное измерение v_v	–	–	–	–	1.03

Таким образом, формула Лагранжа (9.24) не может быть рекомендована для расчета скорости распространения паводочной волны, так как при ее применении получим существенно завышенные значения скорости из-за подстановки в нее глубины потока h_0 . Необходимо пользоваться формулой (6.6), где для расчета дополнительной скорости используется разность уклонов ΔI в заданном створе, или следующей формулой:

$$v = C \sqrt{H i_p} + \sqrt{g |\Delta h_x|}, \quad (9.35)$$

где для расчета этой скорости используется разность глубин потока $\Delta h_x = h_1 - h_3$, измеренных в двух створах отстоящих друг от друга на расстоянии Δx определенном по формуле (9.31). Глубины h_1 и h_3 – это разность в соответствующих створах отметок поверхности воды и отметок поверхности дна с уклоном i_d . Если сравним теперь подкоренные значения формул (9.24) и (9.35), то обнаружим завышение значения дополнительной скорости v_v для паводочной волны (соответственно и скорости v) при использовании в расчетах глубины потока h_0 вместо разности глубин Δh_x .

Теперь следует отметить, что и скорость v_v , рассчитанная по формулам (9.30) и (9.34) также несколько завышена. Согласно таблице 9.1 (графа 9) завышение составляет от 0 до 10% и оно является следствием недоучета в этих расчетных формулах конвективного ускорения $v_v \frac{\partial v_v}{\partial x}$. Ниже покажем это.

Запишем уравнение (9.27) с учетом (9.33) в следующем виде:

$$g(h_1 - h_3) - v_{v2}(v_{v1} - v_{v3}) = \frac{v_{v2}}{\Delta t} \Delta x \quad (9.36)$$

или

$$g\Delta h_x - v_{v2}(v_{v1} - v_{v3}) = v_{v2}^2. \quad (9.37)$$

При плоской водной поверхности разность уклонов $\Delta I = \text{const}$ на всем участке реки длиной Δx . Следовательно дополнительные скорости в скобках равны между собой согласно формуле (9.22). Из этого следует, что конвективное ускорение равно нулю. В этом случае мы получим формулу (9.34), дающую завышенное значение скорости v_v в случае движения воды в реке при водной поверхности, соответствующей ее положению 2 на рисунке 9.2. Если водная поверхность не плоская (положение 2), тогда из (9.37) получим следующее выражение для определения дополнительной скорости v_v :

$$v_{v2} = \sqrt{g\Delta h_x - v_{v2}(v_{v1} - v_{v3})} \quad (9.38)$$

и, как уже выше отметили, второе выражение под корнем может принимать значения в пределах 0 – 10% по сравнению с первым слагаемым.

В заключение поясним еще раз значение индексов в формуле (9.38). Дополнительная скорость $v_{v2} = v_v$ – рассчитывается для главного створа реки с уклоном водной поверхности I на участке длиной Δx и соответствующему ее плоскому состоянию – условному. Разности Δh_x и $\Delta v_v = v_{v1} - v_{v3}$ – это разности глубин и скоростей, найденных в створах реки, расположенных в начале и конце участка Δx , рассчитываемого по формуле (9.31). Отметим также, что, видимо

можно повысить точность расчета дополнительной скорости v_v , воспользовавшись формулой (9.38), в которой значения скоростей подкоренного выражения определим по формуле (9.30) или (9.34), т.е. воспользуемся методом приближения.

10. Расчет неустановившегося движения потока воды в реке*

В настоящее время разработанные методы расчета неустановившегося движения потока в реке или канале, в основе которых лежат уравнения системы Сен-Венана (гидродинамическое уравнение движения и уравнение неразрывности), являются приближенными. Это обусловлено исключением из рассмотрения слагаемых гидродинамического уравнения, учитывающих силу инерции. При полном исключении этих слагаемых мы приходим к уравнению Шези, описывающему равномерное движение. Но движение потока в паводок или при обрушении плотины и в других подобных случаях, как известно, не является таковым. Следовательно, при решении задачи об неустановившемся движении потока упрощать гидродинамическое уравнение упомянутой системы не следует. Исследование обозначенной проблемы привело к уточнению написания этого уравнения в виде (9.15) и использованию его без упрощения.

Работа была написана после того, как удалось ответить на вопросы, касающиеся вычисления слагаемых гидродинамического уравнения системы Сен-Венана, а именно:

1) как определить силу трения в случае *открытого неустановившегося потока*;

2) остается ли постоянным коэффициент гидравлического сопротивления при равномерном, ускоренном и замедленном движениях потока при одной и той же глубине в гидростворе или он различен, как утверждается в работах [14, 26, 36];

3) как определить локальное ускорение для *открытого потока* при неизменной его глубине в гидростворе, зафиксированной в слагаемом, учитывающем силу трения;

4) каков физический смысл скорости в слагаемом, отражающем конвективное ускорение открытого потока;

* Работа выполнена совместно с инженером группы гидрометрии (ГГИ) Ю.В. Шариной

5) каков физический смысл силы инерции, проявляющейся в гидростворе открытого потока при неизменной его глубине, зафиксированной в слагаемом, учитывающем силу трения.

С целью расчета неустановившегося движения потока воды в реке, присоединим к уравнению (9.15) уравнение неразрывности в виде

$$\frac{\partial z}{\partial t} + H \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial x} = 0, \quad (10.1)$$

в котором z – отметка поверхности воды в створе реки.

Теперь учитывая, что $v = v_p + v_v$, преобразуем второе слагаемое в (10.1), тогда это уравнение примет вид:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = - \left[H \left(\frac{\partial v_p}{\partial x} + v \frac{\partial v_v}{\partial x} \right) + v \frac{\partial H}{\partial x} \right]. \quad (10.2)$$

Совместное решение (9.15), (9.16) и (10.2) при исключении $\frac{\partial v_v}{\partial x}$ дает уравнение

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{H}{v_v} \frac{\partial v_v}{\partial t} - H \frac{\partial v_p}{\partial x} - \frac{Hg}{v_v} \Delta l - v \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (10.3)$$

позволяющее рассчитать отметки свободной поверхности потока воды в реке при его неустановившемся движении.

10.1. Исходные данные для расчета неустановившегося движения воды в прямолинейном канале

Так как расчет неустановившегося движения по уравнению (10.3) выполняется впервые, рассмотрим его для наиболее простого случая.

Расчет уровненного режима выполним для широкого прямолинейного канала длиной $L = 300$ км при уклоне дна $I = 0.1$ ‰ и коэффициенте шероховатости $n = 0.02$. Вычисления будем вести в расчете на 1 м ширины потока.

Начальные условия – отметки свободной поверхности при $t = 0$ зададим зависимостью

$$z = 100 - 0.0001x, \quad (10.4)$$

где x – расстояние от начального створа в метрах; 100 – отметка поверхности воды в начальном створе в метрах.

Из этой зависимости следует, что в начальный момент времени глубина потока H по всей длине постоянная ($H = H_0 = \text{const}$). Отсюда же следует, что уклоны дна и свободной поверхности положительны и равны между собой. Глубина в начальном створе принята равной $H_0 = 5$ м.

Граничные условия зададим соответственно в начальном и конечном сечениях участка канала:

1) суточным колебанием уровня воды в начальном створе по синусоиде вида:

$$z_0 = 100 - 2.25 \sin \frac{\pi}{12} t, \quad (10.5)$$

2) неизменным уровнем воды в конечном створе

$$z_L = \text{const}, \quad (10.6)$$

где z_0 и z_L – отметки свободной поверхности воды в начальном и конечном створах; t – время в часах.

Условие (10.6) означает, что глубина в конце канала во времени не меняется. Это может, например, соответствовать случаю впадения канала в водохранилище.

10.2. Конечно-разностная аппроксимация уравнения, описывающего трансформацию волны попуска

Для расчета трансформации волны попуска, описываемой зависимостью (10.3) применим метод сеток. Для этого дифференциальное уравнение (10.3) заменим конечно-разностным уравнением, при этом учитывая, что $v_v = \Delta v = v - v_p$, тогда получим

$$\Delta z = H \left(1 - \frac{\Delta v_p}{\Delta x} \Delta t - \frac{g}{v_v} \Delta l \Delta t - \frac{v}{H} \frac{\Delta H}{\Delta x} \Delta t \right), \quad (10.7)$$

где скорость при равномерном движении потока v_p будем определять по формуле Шези, а коэффициент Шези C по формуле Маннинга; Δt – время, за которое происходит изменение скорости в гидростворе от значения v_p при равномерном движении до значения v при неустановившемся движении потока. Дополнительную скорость – скорость перемещения v_v линии следования постоянной скорости течения v рекомендуется определять по формуле (9.14), полученной с использованием натуральных экспериментальных данных по р. Тверце.

Теперь запишем уравнение (10.7) для расчета по конечно-разностной схеме. Расчет будем вести по схеме «правый нижний угол»:

$$z_{i,j+1} = z_{i,j} + H_{i,j} \left(1 - \frac{(v_{pi,j} - v_{pi-1,j}) \Delta t}{\Delta x} - \frac{g}{v_{vi,j}} \Delta l_{i,j} \Delta t - \frac{v_{i,j}}{H_{i,j}} \frac{H_{i,j} - H_{i-1,j}}{\Delta x} \Delta t \right), \quad (10.8)$$

где Δx и Δt – шаги по длине потока и по времени.

Для устойчивости решения в случае отсутствия в уравнении (9.15) слагаемого, учитывающего силу трения, необходимо соблюдать соотношение шагов по времени и по продольной координате в виде [41]:

$$\frac{v_v \Delta t}{\Delta x} \leq 1. \quad (10.9)$$

Для определения шагов в нашем случае, когда учитывается в этом уравнении сила трения, используются в расчетах следующие формулы:

$$\Delta x = \frac{v_v^2}{g \cdot \Delta I}, \quad (10.10)$$

$$\Delta t = \frac{v_v}{g \Delta I} \quad (10.11)$$

или, с учетом (9.14),

$$\Delta t = \frac{\alpha_{п,с} j_p}{g}. \quad (10.12)$$

Отметим, что совместное решение (10.10) и (10.11) приводит к условию (10.9).

Выражения (10.10) и (10.11), предназначенные для определения шагов Δx и Δt , относительно «приближенные». Это мы увидим, если решим (9.15) с учетом (9.14) и (9.16) относительно шагов Δx и Δt , например, относительно шага по времени:

$$\Delta t = \frac{\alpha_{п,с} j_p \Delta I}{g \Delta I - v_v \frac{\partial v_v}{\partial x}}. \quad (10.13)$$

Исключив в (10.13) второе слагаемое в знаменателе, как пренебрежимо малую величину при малых уклонах водной поверхности потока, придем к выражению (10.12) (см. формулу (9.38)).

10.3. Разработка программы для расчета неустановившегося движения воды в прямолинейном канале

Программа для расчета по уравнению (10.8) разработана нами с использованием языка C++.

С целью перевода математического языка на язык машины был разработан алгоритм, в котором отображены шаги (10.10) и (10.11), необходимые для расчета по этому уравнению.

Для расчетов по уравнению (10.8) величина шага по длине была принята равной 1000 м, согласно (10.9). Из предварительных расчетов

по формуле (10.12) стало известно, что величина шага по времени Δt в нашем случае принимает значение 0,0651 ч. (3, 91 мин.).

Результаты расчета представлены на рис. 10.1 ходом уровня воды во времени в различных створах канала и продольными профилями водной поверхности в различные моменты времени. По графикам можно проследить расплывание волны попуска.

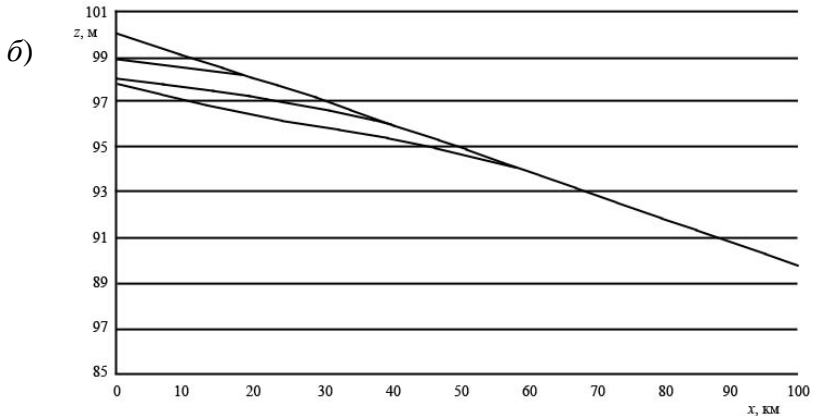
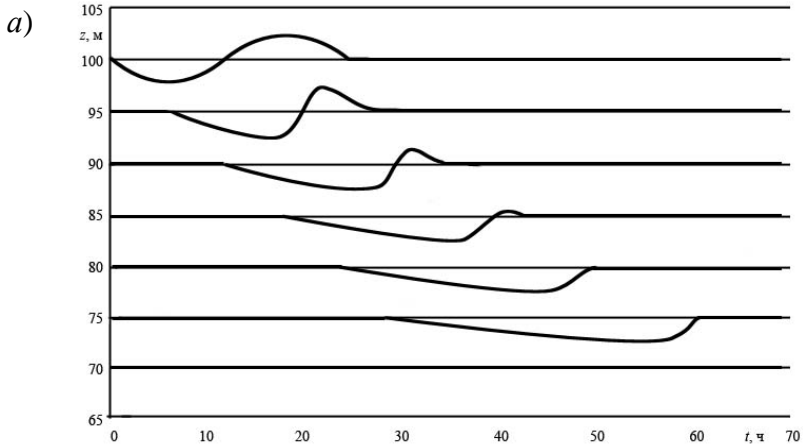


Рис. 10.1. Ход уровня воды в створах канала, расположенных на расстоянии $x = 0, 50, 100, 150, 200, 250$ км (a); отметки уровня воды по длине потока в период его спада (первые 6 часов эксперимента: 0, 2, 4, 6 ч) (б).

Таким образом, выполненные исследования показали, что гидродинамическое уравнение Сен-Венана в новом варианте записи может применяться для расчета неустановившегося движения воды в открытых потоках. Насколько точны результаты расчета в связи с уточнением слагаемых уравнения говорить еще рано, так как метод необходимо еще совершенствовать, а сами расчеты – проверить на натурном материале.

Итак, преимуществом предлагаемого метода расчета неустановившегося движения воды в реке по сравнению с существующими методами является то, что в гидродинамическом уравнении в новой его записи учитываются оба ускорения – локальное и конвективное, в то время как в других методах одним из них, а иногда даже слагаемым, учитывающим сопротивление дна реки потоку, пренебрегают [10, 12, 30 и др.].

Заключение

В предложенной читателю монографии приведены исследования, выполненные на кафедре гидрофизики и гидропрогнозов РГГМУ. Они посвящены гидравлике речного потока в основном самого общего случая его движения – неустановившегося. Эти исследования показали, что уклон водной поверхности реки является одной из основных гидравлических характеристик речного потока. Поэтому его необходимо измерять всегда при выполнении гидрометрических работ на реке.

Знание уклона позволит, например, удешевить выполнение гидрометрических работ, повысить точность гидравлических расчетов, усовершенствовать имеющиеся и разработать новые методы решения гидравлических задач, связанных с потоком реки. В качестве примера приведем, например, казалось бы простую, но очень важную задачу экстраполяции (интерполяции) петлеобразной кривой расходов воды.

В предложенной работе выполнен и ряд других специфических исследований гидравлики речного потока, в которых задействован уклон водной поверхности потока при равномерном, либо при неустановившемся его движениях. Так, например, показано, что коэффициент гидравлического сопротивления λ не зависит от силы инерции, действующей на воду развитого турбулентного потока при меняю-

шейся относительной гладкости русла реки $\frac{H}{\Delta}$. Чтобы он изменился

при $H = \text{const}$ должны измениться либо шероховатость дна русла Δ , либо уменьшится (увеличится) турбулентная вязкость воды потока ν_T . Но, как показали эксперименты А.П. Зегжда и В.А. Соколовой, ни то, ни другое в устойчивом русле и развитом турбулентном потоке не меняется. С этим же вопросом связана, например, и задача определения критериальных зависимостей Рейнольдса и Фруда для турбулентного потока, а также постоянство модулей гидравлических характеристик (скорости, расхода и др.) в случаях равномерного движения потока, но при различных уклонах водной поверхности. И, так как модули, как гидравлические характеристики, присущи только потокам при равномерном их движении, то их поэтому принципиально нельзя переносить на неустановившиеся потоки, как это делали, например, М.С. Грушевский [12] и возглавляемая им в свое время группа сотрудников ГГИ.

Ко второй группе затронутых в монографии вопросов следует отнести вопросы, связанные с движением и распластыванием в русле реки волны паводка или попуска из водохранилища. При их изучении обнаружено, как и при рассмотрении выше перечисленных задач, что в теоретическом курсе речной гидравлики на определенные положения механики жидкости как будто наложено табу. Первый пример – число Рейнольдса. В его комплекс входит коэффициент кинематической вязкости воды, который казалось бы должен характеризовать ее свойства. В действительности же в турбулентном потоке он никакой физической «нагрузки» не несет и его можно считать постоянным коэффициентом с определенной размерностью.

В качестве второго примера приведем уравнение Сен-Венана. Его слагаемые включают единый индекс скорости потока v . Почему так? Потому что так сложилось исторически, начиная от Навье-Стокса, далее Буссинеско [6] и др. Изучая этот вопрос, мы пришли к выводу, что при наличии силы трения прикладываемой к поверхности тела состоящего из жидкости (например волна попуска), в уравнении Сен-Венана (в его слагаемых) должны писать различные значки скорости, соответствующие приложенным к деформируемому телу силам. В результате этого исследования установили, что в применении к потоку жидкости движущемуся в русле реки уравнение Сен-Венана должно использоваться в новой записи по сравнению с его традици-

онной записью. В этом уравнении сила трения определяется через скорость течения жидкости при равномерном движении потока – v_p , а сила инерции – через дополнительную скорость потока v_v , для расчета которой автором монографии предложена соответствующая формула, устанавливающая связь этой скорости с уклоном водной поверхности потока. Учитывая эту связь, удалось на наш взгляд, впервые предложить и формулу для расчета распределения скорости по глубине неустановившегося потока, апробация которой осуществлена на натурном материале [19]. Подчеркнем еще раз, что введение понятия дополнительной скорости потока v_v позволяет решить большой круг гидравлических задач и, в частности, осуществить экстраполяцию петлеобразной кривой расходов, упомянутую выше.

В заключительной части монографии приводится решение на ЭВМ уравнения Сен-Венана в новой его записи. С целью «обкатки» решения по этому уравнению осуществлен расчет распластывания волны попуска по прямолинейному каналу при искусственно заданных начальных и граничных условиях. Особых затруднений при решении этой задачи, кроме как выбора с целью устойчивости решения расчетных шагов по длине и времени, не встретилось.

Итак, заботясь о физическом, методическом и теоретическом обосновании процессов, протекающих в потоке реки при его равномерном и неустановившемся движениях, автор настоящей работы каждый раз вынужден был обращаться к сведениям об уклонах водной поверхности, наблюдающихся при этих движениях. Однако, понимаем, что найдутся оппоненты, которые непременно скажут, что известно всем, что уклон – одна из трудно определяемых характеристик потока и она измеряется с невысокой точностью. Да, это так, но в таком случае должен последовать ответ: 1) разрабатывайте новые методы измерения уклона водной поверхности потока, которые позволят уменьшить погрешность их измерения; 2) инициатива и новизна постановки вопросов для разрешения тупиковых случаев – есть стимул творческого поиска и в речной гидравлике.

Приведенные в книги результаты исследований неустановившегося движения потока в реке и отличающиеся своей новизной, вероятно, не лишены недостатков. Поэтому все замечания и пожелания по улучшению выбранного направления исследования речного потока будут авторам с благодарностью приняты и учтены в дальнейшей своей работе.

Автор также выражает глубокую признательность доценту кафедры гидрофизики и гидропрогнозов РГГМУ, на которой выполнена данная работа, Н.В. Викторовой за большую помощь, оказанную ею в подготовке рукописи монографии к изданию

Литература

1. Антонов В. С. Энергия сибирских рек и северный морской путь. – «Природа», 1963, № 6. С.25 – 33.
2. Антонов В. С. Маслаева Н.Г. Низовья и устье реки Оби. – Л.: Гидрометеоздат, 1965. – 82 с.
3. Барышников Н.Б. Морфология, гидрология и гидравлика пойм. – Л.: Гидрометеоздат, 1984. – 280 с.
4. Бахметев Б. А. О равномерном движении жидкости в каналах и трубах. – Л.: изд. «Ленинградская правда», 1929. – 244 с.
5. Бернадский Н. М. Речная гидравлика. Л. – М.: Госэнергоиздат, 1933. – т. 1. – 148 с.
6. Бобылев Д. Очерк теории водных течений, выработанной Бусси-неком. – СПб.: Типография Ю. Н. Эрлих, 1898. – 188 с.
7. Винников С. Д. Исследование гидравлических характеристик речного потока на примере р. Тверцы//Доклады VI Всероссийского гидрологического съезда. Секция 6 – Проблемы русловых процессов, эрозии и наносов. – М.: Метеоагентство Росгидромета, 2006. – С. 110 – 114.
8. Винников С. Д. Некоторые аспекты речной гидравлики // Ученые записки Российского государственного гидрометеорологического университета. Научно-теоретический журнал, 2007, № 4. – С. 67 – 76.
9. Винников С. Д. Расчет уровней при неустановившемся движении воды в канале // Ученые записки Российского государственного гидрометеорологического университета. Научно-теоретический журнал, 2008, № 7. – С. 36 – 41.
10. Гиргидов А.Д. Механика жидкости и газа. – СПб.: Изд. СПбГПУ, 2004. – 544 с.
11. Гириллович Н. А. Гидрометрия. – Л. – М.: ОНТИ, 1937. – 328 с.
12. Грушевский М. С. Неустановившееся движение воды в реках и каналах. – Л.: Гидрометеоздат, 1982. – 288 с.
13. Гришанин К. В. Динамика русловых потоков. – Л.: Гидрометеоздат, 1979. – 311 с.
14. Гришанин К. В. Гидравлическое сопротивление естественных русел. – С.Пб.: Гидрометеоздат, 1992. – 182 с.
15. Железняков Г. В. Пропускная способность русел, каналов и рек. – Л.: Гидрометеоздат, 1981. – 311 с.

16. Железняков Г. В. Теория гидрометрии. – Л.: Гидрометеоздат, 1976. – 343 с.
17. Зегжда А. П. Гидравлические потери на трение в каналах и трубопроводах. – Л.; М.: Госстройиздат, 1957. – 276 с.
18. Иванов Г. В. Экстраполяция кривых расходов воды. – Л.: Гидрометеоздат, 1980. – 36 с.
19. Исследования неустановившегося движения воды на реках Тверца и Оредеж. – Л.: Гидрометеоздат, 1961. – 288 с.
20. Исследования неустановившегося движения воды на реке Свирь в зимних и летних условиях. – Л.: Гидрометеоздат, 1963. – 252 с.
21. Исследования турбулентных одно- и двухфазных потоков. Киев: «Наукова Думка», 1966. – 147 с.
22. Карасев И. Ф., Васильев А.В., Субботина Е.С. Гидрометрия. Л.: Гидрометеоздат, 1991. – 376 с.
23. Карасев И. Ф. Речная гидрометрия и учет водных ресурсов. – Л.: Гидрометеоздат, 1980. – 310 с.
24. Карасев И. Ф., Коваленко В. В. Стохастические методы речной гидравлики и гидрометрии. – СПб.: Гидрометеоздат. 1992. – 208 с.
25. Караушев А. В. Речная гидравлика. – Л.: Гидрометеоздат, 1963. – 417 с.
26. Коваленко В. В. Измерение и расчет характеристик неустановившихся речных потоков. – Л.: Гидрометеоздат, 1984. – 160 с.
27. Коваленко В. В. Моделирование гидрологических процессов. – СПб.: Гидрометеоздат, 1993. – 255 с.
28. Коваленко В. В., Гайдукова Е.В. Практикум по дисциплине «Моделирование гидрологических процессов. Часть 1. Динамические модели». – СПб.: изд. РГГМУ, 2010. – 147 с.
29. Коваленко В.В. Нелокальная гидрология//РГГМУ, СПб, 2010. – 91 с.
30. Кучмент Л. С. Модели процессов формирования речного стока. – Л.: Гидрометеоздат, 1980. – 143 с.
31. Леви И. И. Моделирование гидравлических явлений. – Л.: Энергия, 1967. – 235 с.
32. Михалев М. А. Физическое моделирование гидравлических явлений. – СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2010. – 443 с.
33. Павловский Н. Н. Гидравлический справочник. – Л. – М. – ОНТИ-НКТЦ, 1937. – 891 с.

34. Полтавцев В.И., Спицын И. П., Винников С.Д. Гидрологическое лабораторное моделирование. – Л.: Ленинградский ордена Ленина Политехнический институт им. Калинина, 1982. – 142 с.
35. Поляков Б. В. Гидрологические исследования нижней Волги. – М. – Л.: Госстройиздат, 1938. – 160 с.
36. Розовский И. Л., Еременко Е. В., Базилевич В. А. Неустановившееся движение водного потока ниже гидроэлектростанций и его влияние на русло. – Киев.: «Наукова Думка», 1967. – 276.
37. Пособие по экстраполяции кривых расходов воды до наивысших уровней. – Л.: Гидрометеоздат, 1966. – 116 с.
38. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1981. – 448 с.
39. Скородумов Д. Е. Вопросы гидравлики пойменных русел в связи с задачами построения и экстраполяции кривых расходов воды. Тр. ГГИ, вып. 128. 1965. С. 3 – 97.
40. Спицын И. П., Соколова В. А. Общая и речная гидравлика. – Л.: Гидрометеоздат, 1990. – 359 с.
41. Турчак Л. И., Плотников П. В. Основы численных методов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 304 с.
42. Христианович С.А. Неустановившееся движение в каналах и реках. – В кн.: Некоторые вопросы механики сплошной среды. – М., 1937.
43. Чугаев Р. Р. Гидравлика. – Л. Энергоиздат, 1982. – 672 с.

Научное издание

Сергей Дорофеевич Винников

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ
НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ
РЕЧНОГО ПОТОКА

Монография

Редактор: *И.Г. Максимова*

ЛР № 020309 от 30.19.96.

Подписано в печать 21.10.13. Формат 60×90 1/16. Гарнитура Times New Roman.

Печать цифровая. Усл. печ. л. 6,5. Тираж 200 экз. Зак. № 219.

РГГМУ, 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98.

Отпечатано в ЦОП РГГМУ
